

文章编号:1000-582X(2010)12-138-07

分形算法的仿真“竹”的实现

罗 燕^a, 吴中福^a, 郭选昌^b, 吴 刚^a

(重庆大学 a. 计算机学院; b. 艺术学院, 重庆 400044)

摘 要:分形理论适于解决不规则形态物体的建模仿真问题,分形理论和虚拟现实技术结合起来可以生成逼真、复杂的自然景物。针对研究者少有涉及的仿真“竹”问题作了有益的探索,主要运用了分形理论中的 2 种模型方法来研究“竹”的计算机模拟。首先根据“竹”是单轴分枝植物的特点,对分形算法中的 L-系统建模方法作了相应的改进,并采用位移映射技术对竹节进行高效真实绘制;在逼真实现“竹”的三维建模后,利用分形算法中粒子系统模型的基本思想,对原有粒子系统模型的随机分布算法进行了改进,提出一种模拟“竹”群分布形态的仿真算法。描述了对“竹”仿真过程中各方面所涉及的问题,逼真的模拟出“竹”在自然界中的形态、特质以及“竹”群的不同分布形式,这在“竹”的仿真方面给出了一种新颖且相对全面的解决思路,并实验了虚拟场景中的竹林构造。

关键词:分形;L-系统;粒子系统;改进算法;仿真“竹”

中图分类号:TP301

文献标志码:A

Bamboo simulation based on fractal algorithm

LUO Yan^a, WU Zhong-fu^a, GUO Xuan-chang^b, WU Gang^a

(a. College of Computer; b. College of Art, Chongqing University, Chongqing, 400044, P. R. China)

Abstract: Fractal theories are quite popular in modeling and simulation of objects with irregular shapes. The combination of fractal theories and virtual reality technologies may be used to generate the realistic and complex nature objects. Plants simulation is one of the most important fields in computer graphics. The simulation algorithms of *Bamboo* are discussed. The conventional L-system modeling approach is improved based on the single-axis characteristics of *Bamboo*, and the relevant method, e. g. the displacement mapping technique used in *Bamboo internodes* modeling and rendering is discussed as well. Moreover, based on the basic idea of particle system, an improved simulation approach for distribution pattern of *Bamboo* is presented. This improved simulation algorithm can make the random distribution of particles break the rules of rectangular shape. Simulation results show that the proposed methods can simulate realistic *Bamboo* forms and distribution patterns in the nature.

Key words: fractal; L-system; particle system; improved algorithm; *Bamboo* simulation

水墨画计算机仿真在计算机图形技术应用中的非真实感渲染,自动水墨画效果处理,交互式作图以

及虚拟作画等方面有着广泛的应用前景。水墨画的仿真首先需要用计算机生成大量的水墨画对象,如

收稿日期:2010-08-10

作者简介:罗 燕(1980-),女,重庆大学博士研究生,主要从事数字艺术方向研究,(Tel)15310389906;(E-mail)relax_luoyan@yahoo.com.cn。

吴中福(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)wzf@cqu.edu.cn。

竹、兰、梅等传统植物题材,这对植物仿真过程中的三维立体感、绘制速度、忠实于特定植物形态规律等方面提出了较高的要求。植物仿真是计算机图形学中的 1 个重要研究课题,到目前为止有很多介绍构造和绘制植物的方法^[1-3]。植物形态作为自然界中最常见的景观之一,其自相似特征造就的复杂性适合用分形方法^[4]进行模拟,如 L-系统、迭代函数系统、随机插值法、粒子系统等方法。

植物的图形仿真研究属于数字艺术方面的跨学科合作,10 余年来已经成为热点,且研究成果倍出,但是针对水墨画中常用的植物题材“竹”却少有涉及。这是因为对“竹”的三维仿真和绘制需要解决 2 个难题:1)“竹节”的生成问题。“竹”区别于其他植物的 1 个很重要的元素,就是“竹节”。利用传统的造型方法,比如用多边形和曲面来生成“竹节”的形状非常不方便。存储 1 棵“竹”或 1 丛“竹”所有“竹节”的凹凸细节需要很大的内存开销,且绘制效率低;2)“竹”是群生的植物,通常由若干单一的竹子组成丛。竹丛的外形是动态而且是不规则变化的。虽然基于植物学生长理论的 L-系统能够较准确地模拟单株竹子的形态和生长发育过程,但是其难以对竹的丛生形态进行真实再现。

针对“竹”仿真过程中存在的问题和难点,首先采用 L-系统生成“竹”的三维结构,然后采用位移映射技术来生成“竹节”,其原理与纹理映射类似,只要记录 1 个或者几个“竹节”就可以映射到大量不同的几何面上,从而产生复杂的几何细节,同时位移映射可以方便地采用包围盒进行宏观的形状控制。对于竹丛的形态模拟,结合分形算法中粒子系统模型的基本理念,通过对传统粒子系统的随机分布算法进行改进,使随机分布的粒子在整体分布上打破了矩形的规则形状,以利于更真实地模拟出“竹”群的不同分布形态,提出了 1 种新的模拟“竹”群分布形态的仿真算法,并对竹“群”的 3 种分布形态:散生型、丛生型和混生型分别进行模拟。

1 分形的 L-系统及其改进

1.1 分形的 L-系统基本原理

1968 年, Aristid Lindenmayer 发明了 1 个用来对多细胞生命体进行模拟和建模的规则,随后被命名为 L-系统^[5]。按 L-系统理论,可以将植物分裂的过程近似地视为 1 个递归、迭代的过程,并进而将 1 种植物对应 1 个迭代函数,通过改变其中的某些参数来模拟植物的生长过程。1984 年 A. R.

Smith^[6-7]等人率先将 L-系统引入计算机图形学中,立即显示了 L-系统在计算机模拟方面的巨大潜力,为计算机模拟植物形态的真实感图形提供了有力的工具。

经过发展,L-系统已经成为植物形态模拟的主要方法之一,它通过形式化语言来描述植物的拓扑结构,并将语言中特定的字符与特定的植物结构相对应,通过文法生成单词字符串来表达植物的结构。而单词的生成过程则可以用来表达植物的生长发育过程。它的多种表达式,能够模拟出不同情况下的植物形态。L-系统在描述植物的拓扑结构时,具有定义简单、结构化程度高、易于实现等优点。在计算机图形学中,可视化模型通常都是用场景图来描述的,这些图形则是由各种基本的几何形状例如线,三角形,圆柱面组合通过移位、旋转而成的。而 L-系统的字符串经过解析可以产生场景图,然后再用这些场景图来展示二维三维的模型。对“竹”的三维建模研究就是建立在该方法的基础之上。

1.2 “竹”的分枝模式

虽然植物在外部形态上呈现出千姿百态,但是植物的分枝模式总是有规律可寻的,它们的外部形态是其内部某种形态控制机制的反映,而外部形态是可以植物的分枝模式来描述的。植物的分枝模式一般分为 2 种,于是只要研究出这 2 种分枝的建模方法便可以模拟出不同植物的形态了^[8]。

1)单轴分枝模式。顶芽不断向上生长,形成主干。同时侧芽也发展成为侧枝,侧枝又以同样方式形成次级侧枝,但侧枝不及主干粗、长。这种分枝模式有明显的主轴,称为单轴分枝模式,单轴分枝的主干上能产生各级分枝,主干的伸长和粗细,比侧枝强得多。因此,这种分枝模式,主干显著,如竹子、松树、云杉、杨树等都属此类。

2)合轴分枝模式。顶芽发育一定时期后死亡或生长缓慢,而位于顶芽下面的侧枝就取而代之,继续发育,形成强壮的侧枝,连接在原来的主轴上。以后,这种侧枝上的顶芽又停止发育,再由它下面的侧芽来代替,便形成了弯曲的主轴。以这种方式分枝植物的地上部分呈开放状态,典型的如柳树、榆树等。

1.3 “竹”的外形特点及 L-系统建模

分析完植物的单轴分枝特点后,从单轴分枝植物的整体外形特征出发,根据已有的分形 L-系统建模算法,再针对“竹”的主要特点,可得到“竹”的建模算法。“竹”最主要特点是有 1 根竖直向上的主干,

称为第一级枝干。“竹”的第二级枝干是从主干分出的。从“竹”的形态分析,它的第二级枝干,而从主干分出的侧枝上的分枝都较细小,主干与分枝直径的比值很大。然而,二级枝干和主干有一点是相同的,即二级枝干从形态上看仍然具有单轴分枝的特点,对现有的 L-系统建模算法进行改进,得到“竹”的建模算法用伪代码表示如下:CreateConifer(int level, float height, floate radius) { vector < CNode > LstFractal; //存储分形元 vector < CNode > LstConifer; //存储节点设置初始值,并将第一个分形元 p 存入链表; //初始化分形元 for(int i=0; i<level;i++) {

for(判断是否遍历完 LstFractal 中的所有点)
{绕 x 轴旋转角度 α (α 服从均值为给定值,方差为 $\pi/45$ 的正态分布);

在上次旋转基础上绕 y 轴旋转角度 β (β 服从均值为 $\beta+\pi/3$,方差为 $\pi/45$ 的正态分布);

在上次旋转基础上绕 z 轴旋转角度 γ (γ 服从均值为 $\gamma+2\pi/3$,方差为 $\pi/45$ 的正态分布);

if(随机数判断该层是否有第 n 个分枝){ whirl (θ); //旋转任意角度 θ

} // end if

} // end for

沿 z 轴向上生长,形成一段“竹”的枝干;

update(p); //更新分形元;

} // end for

} // end

通过改进算法并结合随机插值法可得到如图 1 所示的“竹”形态。值得注意的是,因受到重力等因素的影响,“竹”的主干会产生弯曲。因此,在对“竹”模拟时,竹的主干需要引入某种“致曲”技术。而竹枝的弯曲则是因在节头处生长的角度不同而产生的,是一种折线弯曲,于是可在建模过程中运用随机角度生长法解决分枝的折线弯曲问题,在这里就不赘述了。

“竹”的主干需要引入“致曲”技术,而几何图形中的曲线种类很多,但不是所有的曲线都能适合植物生长的形态。综合考虑,引入了 Bezier“致曲”技术。它是 1962 年法国雷诺汽车公司的工程师构造了一种以逼近为基础的参数曲线和曲面生成的设计方法^[9-10],该方法将函数逼近与几何表示结合起来,使得设计师在计算机上就像使用作图工具一样得心应手。用 Bezier“致曲”技术来模拟植物的枝干时,只需给出枝干上的几个点就可以了。图 2 为 Bezier

“致曲”技术实例及“竹”主干在引入该方法后实现的弯曲效果模拟。



图 1 通过 L-系统改进算法结合随机插值法所得“竹”形态



图 2 引入 Bezier“致曲”方法后实现的弯曲效果模拟

2 “竹”三维模型的实现

2.1 用圆柱体模拟“竹”的枝干

前面简单介绍了 Beizer“致曲”方法以及在植物模拟中的应用。但是,现实世界的植物是具有三维形态的。仅简单的用线条来表现枝干显然还远远不够。通常的做法是选择 1 种和植物枝干很相似的几何体来代替线条。而标准的几何体模拟植物枝干比较生硬,没有真实感。现实世界中的植物枝干因受到外界诸多因素的影响,极少情况是笔直的。因此,需要找到 1 种方法使模拟出的几何形体可以具有更多变化。采用扫描曲面造型方法来实现“竹”主干的弯曲。

目前,扫描曲面造型方法^[11]由于其灵活性而成为曲面造型的基本工具。且其基本思想十分简单:1 个在空间移动的几何集可扫描出 1 个实体,再根

据扫描剖面线和基准线的不同可形成许多复杂的曲面。因此,用前面介绍的 Bezier“致曲”法作为导引线,用 1 条封闭的几何曲线做截面线,再利用这些曲线生成的曲柱体来模拟“竹”的枝干,从而生成三维立体的植物。用曲柱体代替曲线之后基本上就可以生成 1 棵稍有立体感的“竹”形态了。同时,还需要在“竹”的生成过程中加入衰减因子,这是因为不仅每个枝干从根部到末梢有衰减,而且每级枝干之间也存在衰减。为了绘制出“竹”分枝处的连续性,所以将每个枝干根部的半径取为上一级枝干的末梢半径。且因“竹”末梢分枝很细小,还要在这层分枝上生成竹叶,所以,用曲线或直线来绘制这一层分枝。

2.2 用位移映射解决“竹节”形态模拟问题

在三维“竹”的真实感建模中,需要解决的另 1 个难点问题,即“竹节”的生成问题。“竹”区别于其他植物的 1 个很重要的元素,就是“竹节”。利用传统的造型方法,比如用多边形和曲面来生成“竹节”的形状非常不方便。存储 1 棵“竹”或一丛“竹”所有“竹节”的凹凸细节需要很大的内存开销,且绘制效率低,因此,采用位移映射技术来生成“竹节”,因为它与纹理映射类似,只要记录 1 个或者几个“竹节”就可以映射到大量不同的几何面上,从而产生复杂的几何细节,同时位移映射可以方便地采用包围盒进行宏观的形状控制。结果显示,这种方法能够在较少内存和计算开销的情况下能绘制出较高仿真

度的“竹节”。

由 Cook 提出了的位移映射(displacement mapping)技术,能够产生非常复杂的几何细节,而不需要对这些细节逐个进行生成^[12]。它支持用户用位移映射或移位绘制器来生成几何曲面的细节,并添加移位细节^[13-14]。位移映射技术的特征是只在绘制场景时,几何细节才被加上,因此,可以自适应地根据具体位置选择可见几何细节的精细程度,以减小场景绘制的几何复杂度。位移映射通常支持 2 种绘制技术^[15],一是用微面重构场景,再用扫描线填充的绘制技术;二是光线跟踪绘制技术。采用光线跟踪技术,场景中的其它竹节可以同时进行统一绘制。

位移映射技术之所以适合用来构造“竹节”。其原因在于:首先,在最后实现“竹”的三维模型时,需要对“竹”模型的细节进行有效的生成,因“竹节”比较突出,采用凹凸纹理不能满足要求;其次,1 棵“竹”或 1 丛“竹”中的竹干与竹枝包含许多竹节,其复杂度使得很难逐一地生成每个“竹节”的细节,需要用位移映射工具来减少数据量,还能保证有足够精致的几何细节。竹节的生成过程为:先构造 1 个圆柱体,通过实体数据采样,确定“竹节”的位置,并由此计算出位移映射的包围盒,最后生成所需要的竹节,图 3 是利用位移映射生成竹节的过程示意图及实现的效果。

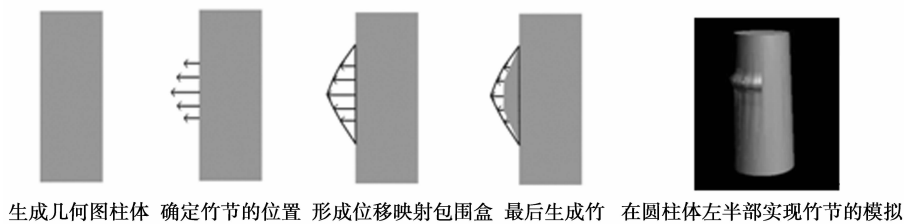


图 3 利用位移映射生成竹节过程的示意图

2.3 用纹理映射实现“竹”枝干和叶的渲染

纹理映射是增强真实感的手段。而且用 OpenGL 实现纹理贴图也十分方便。对“竹”的枝干采用这种渲染方式,就是把 1 幅二维竹皮纹理图片包裹到表现枝干的曲面上以达到增强真实感的效果。它实质上就是把 1 幅图片包裹在指定的表面上。特别需要提及的是,在已经生成的“竹”三维模型中,运用纹理寻址的原理,使三维竹节的数据采集

与二维竹皮纹理中的数据保持位置一致,就可以实现竹节的三维实体与竹节纹理的准确结合,达到仿真的最佳效果。

绘制植物叶子是增强植物真实感非常重要的一环。区别植物的方法都是对植物叶进行比较。因此,如果能为绘制好的植物枝干添加不同类的叶子就可以绘制出不同种类的植物。而且,在同一形态结构的枝干上绘制不同形状的植物叶子也会使植物显现出不同的姿态。采用 OpenGL 标准的纹理贴图方法绘制竹叶。首先,将竹叶纹理图片读入缓冲区,然后将竹叶纹理图片绑定,在需要贴纹理的地方将

纹理坐标和位置坐标一一对应起来,便可把一幅图片覆盖到给定的任何位置上了。为了产生不同大小和各种形态的竹叶,使之具有多样的变化。竹叶的大小,叶片表面的法向量都可以随机选取,即可将组成每一片竹叶的多边形绕 x 轴、 z 轴转 1 个随机角度、缩放随机倍数来实现。

通过以上渲染就可以相当逼真地表现竹叶的自然形态,表达出竹叶特有潇疏洒脱的韵致。



图 4 仿真“竹”的近距离细部效果图

3 改进的粒子系统对丛生“竹”的模拟

“竹”是群生的植物,通常由若干单一的竹子组成丛。竹丛的外形是动态而且是不规则变化的。虽然基于植物学生长理论的 L-系统能够较准确地模拟单株竹子的形态和生长发育过程,但是其难以对竹丛的形态和不规则模糊物体图形进行模拟。将采用粒子系统来弥补 L-系统的不足,并对竹“群”的 3 种分布形态:散生型、丛生型和混生型分别进行模拟。

粒子系统模型是用于不规则模糊物体图像建模生成的 1 种方法,Reeves^[16]于 1983 年提出的粒子系统模型是从物体运动的原理出发,求解一组力学方程,得到质点在各个时刻的状态。它采用了 1 套完全不同于以往造型或绘制系统的方法来构造和绘制景物,景物被定义为成千上万个不规则的且是随机分布的粒子组成,每个粒子都有一定的生命周期,每时每刻都在不断地运动和改变形态,由诸多粒子的集合而不是个别粒子形成了景物的整体形态和特征及动态变化。粒子系统充分体现了不规则模糊物体的动态性和随机性,能很好地模拟火、云、水、森林和原野等自然景观,因此被公认为模拟不规则模糊物体最成功的 1 种图形生成方法。

3.1 设计的粒子系统模型的步骤

粒子系统造型法具有普适性,设计者可根据个人的喜好和不同应用需求,设计出具有个人风格的粒子系统模型,以获得不同的模拟效果。

2.4 仿真实验结果

最后,在 MAYA 平台上进行“竹”最后的三维模型生成, MAYA 平台提供了最基本的技术支持构架,如 L-系统等,同时它也是 1 个开放式的构架,可根据需要对其进行扩展,添加自己所需的内容,如改进的 L-系统,竹节,竹皮,竹叶等的生成和渲染方法等等,生成的仿真“竹”效果如图 4 所示。

根据应用需要,设计出模拟“竹”群分布形态的粒子系统模型,其系统模型如图 5 所示

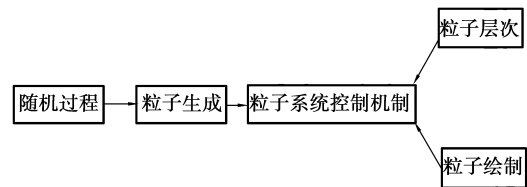


图 5 “竹”群分布形态的粒子系统模型

3.2 粒子系统模型随机分布的改进算法

传统的粒子系统模型存在着一定的局限性,如在利用粒子系统模型进行自然现象和不规则物体的模拟时,在实现上的最大缺憾是当粒子系统的粒子数达到数千数量级时,难以达到实时的效果,通常都会设置粒子数的上限。将对粒子系统模型在二维平面上随机分布的算法进行改进,用于对“竹”群的分布形态进行仿真模拟。传统的粒子随机分布通常是采用范围约束,如在 $[M, N]$ 范围内对粒子的位置随机取值,当二维平面随机取的粒子达到一定数量时,粒子会形成矩形形状,该矩形的高度与宽度等于 $(N - M)$,由 MEL 语言提供的程序所生成的粒子系统模型,随机分布就被限制在矩形边框内,对此模型算法进行改进,以使随机产生的粒子在整体分布上打破矩形的规则形状,具体是

设在空间 W 中,一凸多边形 P 的顶点对应一组向量 $V = \{V_1, V_2, V_3, \dots, V_n\}$, T 为由多边形 P 所

围成的区域内的空间点的集合,则这些空间点 $T_k \in T$ 可由以下公式定义

$$o \in \{(o_1, o_2, o_3 \cdots o_n) \mid o_i \text{ 为任一实数}, i = 1, 2, \cdots, n\}, \quad (1)$$

$$s = \sum_{k=1}^n o_k, \quad (2)$$

$$f_i = \frac{o_i}{s}, (i = 1, 2, 3 \cdots, n), \quad (3)$$

$$T_k = v_1 f_1 + v_2 f_2 + v_3 f_3 + \cdots + v_n f_n, \quad (4)$$

式(1)中, o 为系数集合,式(2)为求 o 的系数集合中的元素之和,式(3)表示将所有系数比上系数之和,得到新的系数集合。式(4)中 T_k 为最终向量。

改进后的粒子系统模型的随机分布情况,如图 6 所示,打破了粒子系统模型的随机分布只在矩形边框内的限制,便可根据实际需要,使粒子系统模型的随机分布成任意凸多边形。

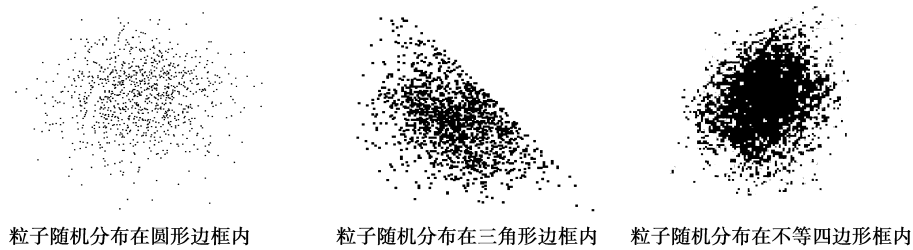


图 6 改进后的粒子系统模型的随机分布示意图

3.3 仿真实验结果

针对 L-系统适合对竹个体进行精细化描述而难以对不规则的竹“群”进行模拟的局限,基于粒子系统模型理论,提出了 1 种对“竹”群分布形态仿真的改进模型算法,可以较真实的模拟出“竹”群的不同分布形态,在对植物的仿真模拟方面给出了一种新的解决方案,并将粒子系统的应用范围扩展到植物的群体生长方式之中,图 7 是用改进的粒子系统模型算法结合三维“竹”模型仿真散生型竹中的“毛竹”群。图 8 是用改进的粒子系统模型算法结合三维“竹”模型仿真丛生型竹中的“慈竹”群。

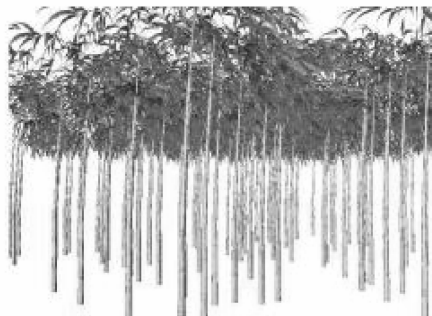


图 7 改进的粒子系统模型算法与三维“竹”模型结合,模拟散生型“毛竹”群

在一个虚拟现实的场景中运用所提供的方法,自动生成仿真“竹”,取得很好的实验效果,如图 9 所示。



图 8 改进的粒子系统模型算法与三维“竹”模型结合,模拟丛生型“慈竹”群



图 9 自动生成的丛生型仿真“竹”在虚拟现实中的运用

4 结 论

针对仿真“竹”中相关问题做出了探索,灵活运用了分形理论中的 3 种模型方法来研究“竹”的计算机模拟。根据“竹”的特点,L-系统建模方法作了相应的改进,使之能够更真实、更准确地模拟竹的形态

和生长发育过程,并采用了位移映射技术对“竹节”进行了高效、真实地绘制。提出了对“竹”群分布形态仿真的改进粒子系统模型算法,作为对L-系统难以描述竹“群”不规则形态的补充。考虑到了对“竹”仿真过程中各方面所涉及的问题并给出解决方案,提供了相应的实验结果,逼真的模拟出“竹”在自然界中的形态、特质以及“竹”群的不同分布方式。

仿真“竹”可应用于虚拟现实、植物学研究、影视特技、游戏开发等许多领域,其应用前景十分广阔。虚拟现实技术(virtual reality, VR)是人的想象力和电子学等相结合而产生的1项综合技术,它利用多媒体计算机仿真技术构成特殊环境,用户可以通过各种传感系统与这种环境进行自然的交互,从而体验比现实世界更加丰富的感受。其生成的模拟环境,可以是某特定现实世界的真实体现,也可以是纯粹构想的世界,虚拟现实技术的实时三维空间表现能力、人机交互式的操作环境能给人带来的身临其境的感受。

参考文献:

- [1] 刘振兴. 基于功能-结构和L-系统的植物仿真建模[D]. 天津:天津工业大学,2008.
- [2] 张训报,汪文,李向. L-系统在植物仿真中的应用研究[J]. 计算机与数字工程,2008, 36(7):140-143.
ZHANG XUN-BAO, WANG WEN, LI XIANG. Research on the application of L-system in plant simulation [J]. Journal of Computer and Digital Project, 2008, 36(7):140-143.
- [3] 陈传臻. 基于迭代函数系统的植物仿真建模研究[D]. 山东:山东师范大学,2008.
- [4] WHITTAKER E T, WATSON G N. A course of modern analysis [M]. UK: Cambridge University Press, 1952.
- [5] LINDENMAYER A. Mathematical models for cellular interactions in development i&ii [J]. Journal of Theoretical Biology, 1968,26(16):378-399.
- [6] BELL A D, ROBERTS D, SMITH A. Branching patterns: a simulation of plant architecture[J]. Journal of Theoretical Biology, 1979, 22(6):351-375.
- [7] INDENMEYER A L. The algorithmic beauty of plants [J]. Sprin Porto, Portugal, 1996,21(12):31-40.
- [8] 孙永香,刘彤,郑永果,等. 虚拟植物的建模方法[J]. 系统仿真学报,2006,18(6):0263-04.
SUN YONG-XIANG, LIU TONG, ZHEN YONG-GUO, et al. Virtual plant modeling [J]. Journal of System Simulation, 2006,18(6):0263-04.
- [9] DONALD H, PAULINE B M. 计算机图形学[M]. 蔡士杰, 吴春熔, 孙正兴, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [10] FARM G. Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide (4th edition)[M]. Boston: Academic Press, 1996.
- [11] 李钢,刘华明. 基于NURBS的扫描曲面造型方法的研究[J]. 机械研究与应用,2000, 13(3):5-6.
LI GANG, LIU HUA-MING. Sweepsurfaces modelling via NURBS, [J]. Mechanical Research & Application, 2000, 13(3):5-6.
- [12] COOK R L. Shade trees[J]. Computer Graphics, 1984, 18(3):223-231.
- [13] HANRAHAN P, LAW S J. A language for shading and lighting calculations [J]. Computer Graphics, 1990, 24(4):289-298.
- [14] PHARRM, HANRAHAN P. Geometry caching for ray-tracing displacement maps [C]// Proc of the 7th Eurographics Workshop on Rendering. [s. l.]: ger-Verlag, 1990: 28-32.
- [15] SCHAUFLER G, RIGLINGERM P. Efficient displacement mapping by image warping [C]// In: Proc of the 10th Eurographics Work shop on Rendering. Granada, Spain; Eurographics, 1999,18(6):175-186.
- [16] Reeveswt, Particle system. A technique for modeling a class of fuzzy objects[J]. Computer Graphics, 1983,17(3):359-376.

(编辑 侯湘)