

文章编号:1000-582X(2011)06-105-05

## PDTDFB 和双树 HMT 的图像去噪

尚赵伟<sup>1</sup>, 张 峰<sup>1</sup>, 郎方年<sup>2</sup>, 袁 博<sup>1</sup>, 李 剑<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 计算机学院, 重庆 400044; 2. 四川省模式识别与智能信息处理重点实验室, 成都 610106)

**摘 要:**针对金字塔对偶树方向滤波器组(PDTDFB)系数在尺度间、方向间的相关性和隐马尔可夫树模型(HMT)对这种相关性的有效地统计性的特点。提出了一种关于 PDTDFB 域系数的双树 HMT 模型应用于图像去噪。在仿真实验中与其他几种典型的去噪算法作对比,验证了提出的模型在图像去噪性能方面具有一定的优越性,较好地保持了图像的边缘细节信息。

**关键词:** 金字塔对偶树方向滤波器组; 图像去噪; 隐马尔可夫树模型

**中图分类号:** TP391

**文献标志码:** A

### Image denoising using HMT in PDTDFB domain

SHANG Zhao-wei<sup>1</sup>, ZHANG Feng<sup>1</sup>, LANG Fang-nian<sup>2</sup>, YUAN Bo<sup>1</sup>, LI Jian<sup>1</sup>

(1. College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China; 2. Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Information Processing, Chengdu 610106, Sichuan, P. R. China,)

**Abstract:** Based on the dependency of the PDTDFB coefficients across the interscale and interdirection and the statistical properties of HMT for the correlation properties, a new HMT in PDTDFB domain was put forward. Compared with the other typical denoising methods, the experimental results demonstrate that the proposed method shows better performance in image denoising, especially in edge maintenance.

**Key words:** pyramidal dual-tree directional filter bank (PDTDFB), image denoising, hidden markov tree model(HMT)

图像去噪是图像处理领域的一个经典问题,近年来主要采用多尺度多方向滤波器理论进行研究,目前多尺度多方向滤波器理论主要有:复小波变换<sup>[1]</sup>、可控方向金字塔变换<sup>[2]</sup>、轮廓波变换<sup>[3-4]</sup>、金字塔对偶树方向滤波器组<sup>[5-7]</sup>(PDTDFB)。

多尺度变换域的隐马尔可夫模型<sup>[8]</sup>是目前广泛应用于图像处理领域的一种含参数统计模型,该模型能够有效地描述多尺度变换域系数在尺度间、尺度内和方向间的统计相关性,是一种有效的图像处理与分析方法<sup>[9]</sup>。自从 1996 年 Crouse 等人<sup>[10]</sup>提出了基于小波域的隐马尔可夫树(HMT)模型以来,这

一领域受到众多学者的关注。2006 年 Do 等人将隐马尔可夫模型推广到轮廓波域,提出了轮廓波域 HMT<sup>[11]</sup>,成功应用于图像去噪、纹理检索。2008 年 Truong T. Nguyen 等提出的金字塔对偶树方向滤波器组是一种基于多尺度几何分析理论的信号处理工具,具有多分辨的、多方向、各向异性、平移不变性和低冗余等特性。与轮廓波相比,还可提取信号的相位信息。根据 PDTDFB 变换的复系数的实部和虚部具有同小波和轮廓波系数类似的统计特性,将 HMT 模型进行推广,提出了一种基于 PDTDFB 复

收稿日期:2010-11-20

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(90820306,60873092);教育部高等学校博士学科专项科研基金资助项目(20060611009)

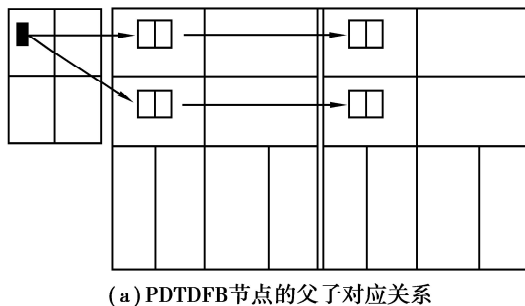
作者简介:尚赵伟(1968-),男,重庆大学博士,副教授,主要从事计算机视觉、模式识别方向研究,(E-mail)szw@cqu.edu.cn。

系数的双树 HMT 模型,即实部和虚部分别建立 HMT 模型。从理论和实验 2 个方面验证了该模型在图像去噪性能上的有效性和优越性。

## 1 金字塔对偶树方向滤波器组 (PDTDFB)

PDTDFB 是一种新型的多尺度多方向性图像变换方法,组合了拉普拉斯金字塔和对偶树形式的 DFBs<sup>[12]</sup>。对偶的 DFBs 具有对偶树的双通道结构,每个通道可以理解为变换信号的实部和虚部,两通道的滤波器满足二维希尔伯特条件,因而其基函数是解析的。PDTDFB 的每个通道由非分离的扇形滤波器级联实现,从而具有任意高的方向性分辨率。以拉普拉斯金字塔实现多分辨率分解,使系统冗余度可控。对高频子带,建立对偶树的变换结构获取平移不变性,每棵树均通过 DFBs 来实现,以获得灵活的高的方向性分辨率。

PDTDFB 变换可以使父系数的实部或虚部对



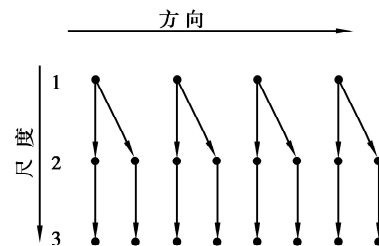
(a) PDTDFB 节点的父了对应关系

应的子系数分布在 2 个独立的子带方向。如图 1(a) 所示,(a)表示尺度间的父子节点的对应关系,黑色方块为父节点,4 个白色方块为其子节点。

## 2 PDTDFB 域的 HMT 模型

### 2.1 PDTDFB\_HMT

PDTDFB 变换系数与轮廓波系数有类似的统计特性,持续性和聚集性明显,其中持续性在尺度间表现出近似的 Markov 性。PDTDFB-HMT 是 1 个树状结构的 HMM,PDTDFB-HMT 中某个父节点所含的子节点数由相应尺度上子带的数目决定。PDTDFB-HMT 模型在每个系数的隐状态和其子节点的隐状态之间建立联系,相邻系数通过相关性连接到一个共同的祖先。如图 1 所示(b)所示,(b)表示了各尺度间的子带连接关系。从图 1 中可以看出,PDTDFB-HMT 模型描述的范围能够同时兼顾到每一尺度的几个相邻方向,因而可对 PDTDFB 系数的方向间相关性做出统计描述。



(b) 分解方向为 4, 8, 8 尺度间子带的关系

图 1 PDTDFB 变换域尺度间的节点关系

### 2.2 PDTDFB-HMT 参数估计

PDTDFB-HMT 需要估计的参数包括各子带的均值、方差、初始状态概率和父节点到子节点的转移概率矩阵。因为使用二状态零均值高斯混合模型来模拟,所以需要估计的参数集为  $\theta = \{\sigma^2, p, \epsilon\}$ 。当 PDTDFB 进行  $J$  个尺度分解,每个尺度的方向子带数为  $m_j (j=1, 2, \dots, J)$  时,在 PDTDFB-HMT 模型中待估参数如下

- 1)  $p_{1,k} (k=1, \dots, m_1)$ : 各方向子带根节点的状态概率;
- 2)  $\sigma_{j,k} (j=2, \dots, J, \text{ and } k=1, \dots, m_j)$ : 尺度  $j$ , 方向子带  $k$  上的标准差;
- 3)  $\epsilon_{j,k} (j=2, \dots, J, \text{ and } k=1, \dots, m_j)$ : 从尺度  $j-1$  上的父节点转移到尺度  $j$  上子节点的状态转移概率。

笔者采用“大”和“小”2 种状态的 HMT 模型,

即  $N=2$ , 2 个状态分别对应自然图像的两种模式: 边界和平滑区域; 状态为 2 时,描述 PDTDFB-HMT 模型参数较少,降低了计算复杂度。在训练 PDTDFB-HMT 模型时,参数估计采用改进的 EM 算法进行训练<sup>[13]</sup>。

### 2.3 应用 PDTDFB\_HMT 进行图像去噪

应用 PDTDFB\_HMT 进行图像去噪,对最常见的加性高斯白噪声去噪。加性噪声图像模型表示为

$$g = x + \eta, \quad (1)$$

其中  $x$  为不含噪声的原图像, $\eta$  是噪声。对式(1)进行 PDTDFB 变换,得到

$$v = u + e, \quad (2)$$

其中  $v, u, e$  分别为  $g, x, \eta$  的在 PDTDFB 域的变换系数。图像去噪就是根据  $v$  得到  $u$  的估计值  $\hat{u}$ ,使得  $\hat{u}$  与  $u$  的误差达到最小。

首先在 PDTDFB 域对噪声图像系数  $v$  建立双

树 HMT 模型,通过 EM 算法训练模型获得参数集  $\theta_\mu$ ,然后通过

$$(\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)})^2 = (\sigma_{(j,k,n),m}^{(\nu)})^2 - (\sigma_{(j,k,n)}^{(e)})^2, \quad (3)$$

得到不含噪声原始图像系数的标准差  $\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)}$ ,  $\sigma_{(j,k,n),m}^{(\nu)}$  表示在状态  $m$ , 尺度  $j$ , 方向子带  $k$  上第  $n$  个 PDTDFB 系数的高斯标准差。在这里假定 PDTDFB 变换的每个子带中,所有系数的标准差都相同,即令  $\sigma_{j,k,n}^{(\nu)} = \sigma_{j,k}^{(\nu)}$ , 噪声方差  $(\sigma_{(j,k,n)}^{(e)})^2$  采用蒙特卡罗方法估计得到,即重复生成随机噪声图像,取其方差的平均值作为 PDTDFB 域的噪声方差  $(\sigma_{(j,k,n)}^{(e)})^2$ 。从而得到不含噪声图像的 HMT 模型的参数集  $\theta_\mu$ , 将去噪问题转化为 1 个贝叶斯估计问题,即估计不含噪声原始图像的 PDTDFB 变换系数  $\mu_{j,k,n}$  的后验均值  $E[\mu_{j,k,n} | \nu_{j,k,n}, \theta_\mu]$ 。对于状态  $S_{j,k,n}$

$$E[\mu_{j,k,n} | \nu_{j,k,n}, \theta_\mu, S_{j,k,n} = m] = \frac{(\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)})^2}{(\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)})^2 + (\sigma_{(j,k,n)}^{(e)})^2} \nu_{j,k,n} \circ \quad (4)$$

通过 EM 算法估计得到状态概率  $p(S_{j,k,n} = m | \nu_{j,k,n}, \theta_\mu)$ , 最终对不含噪声的原始图像的 PDTDFB 变换系数  $\mu_{j,k,n}$  的后验均值估计为

$$E[\mu_{j,k,n} | \nu_{j,k,n}, \theta_\mu] = \sum_m p(S_{j,k,n} = m | \nu_{j,k,n}, \theta_\mu) \times \frac{(\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)})^2}{(\sigma_{(j,k,n),m}^{(\mu)})^2 + (\sigma_{(j,k,n)}^{(e)})^2} \nu_{j,k,n} \circ \quad (5)$$

### 3 实验与分析

对 Lena, Barbara 和 Zelda 图像分别加标准差  $\sigma$  不同的高斯白噪声 ( $\sigma$  依次为 20, 30, 40, 50) 后,依次按 4/4, 4/8, 4/4/4, 4/4/8, 4/8/8, 4/8/16 等六种不同结构对含噪的图像分解,得到噪声图像的复系数  $v_i$ , 根据复系数的实部和虚部分别建立隐马尔可夫树(HMT)模型,由 EM 算法训练模型参数,然后通过贝叶斯估计得到无噪声图像的复系数,通过 PDTDFB 重构算法重构后得到无噪声图像。采用峰值信噪比(PSNR)作为客观评价标准,与其他 4 种典型的算法(线性滤波器<sup>[14]</sup>(Winner2)、小波阈值<sup>[15-16]</sup>(W-thresh)、小波域 HMT(W-HMT)、轮廓波域 HMT(C-HMT))进行了对比,实验结果见表 1、表 2、表 3 和图 2。

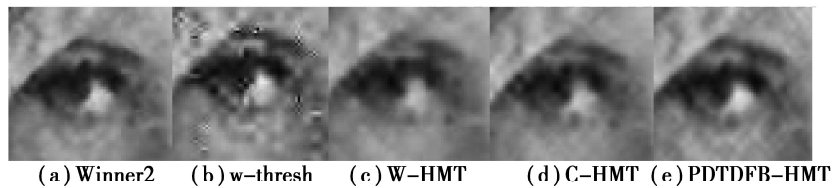


图 2 Lena 加噪图像去噪细节效果对比图

从表 1 可以看出,对于边缘信息比较丰富的图像来说,代表图像“Lena”,父系数最有可能是当前系数最显著的预测系数,因此去噪效果较好;而对于变化比较缓慢的图像或者准静止图像来说,代表图像“Barbara”,邻居系数有可能是当前系数最显著的预测系数,导致去噪效果一般。因此,该算法更适合于处理边缘比较丰富的图像。

图 2 是 Lena 图像在不同方法下的细节实验效果图,其中 (a)-(e) 是分别应用线性滤波器(“wiener2”)、小波阈值 ( $T = 3\sigma$ , “sym2”)、小波域 HMT、轮廓波域 HMT、PDTDFB-HMT 五种方法的去噪效果图。通过主观视觉效果比较,研究的方法较好,特别在边缘信息方面该算法视觉效果明显优于前 4 者,主要原因是:

1) 从基结构方面来说, PDTDFB 变换属于多尺度几何理论,能更有效的“捕捉”自然图像本身所固有的光滑的边缘几何结构,而小波变换只能检测

到信号的点奇异特征。

2) PDTDFB 具有近似的时移不变特性,可以较好地描述分解系数的全局统计特性,更好的考虑了尺度间、方向子带间像素的相互影响。

表 2 数据表明,在 PDTDFB 变换中,方向滤波器的方向数对去噪效果有影响,但影响不明显,在三级分解情况下,不同模式下最大差距为 0.17% (4/4/4 与 4/4/8),这是因为在 4/4/8 模式在三级分解时得到的图像的有效信息相对于同级分解的其他模式(4/4/4, 4/8/8, 4/8/16)较多,因此该模式的去噪效果较好。

通过表 2 与表 3 的比较可知:在相同模式下, PDTDFB-HMT 双树模型的去噪效果均优于 C-HMT 模型,其去噪性能有了不同程度上的提高, PDTDFB-HMT 方法的峰值信噪比轮廓波 HMT 方法高了 0.6%~1.7%。但 PDTDFB\_HMT 双树模型的运算速度低于 C-HMT 模型。

表 1 不同去噪算法的 PSNR 比较

Image	噪声级数( $\sigma$ )	噪声 图像	线性 滤波	小波 阈值	小波域 HMT	轮廓波域 HMT	PDTDFB HMT
Lena	20	22.14	29.98	28.51	28.75	29.03	29.58
	30	18.72	27.87	26.56	27.13	27.66	29.25
	40	16.35	26.11	24.96	26.23	26.84	27.82
	50	14.61	24.62	23.89	25.06	25.94	27.00
Barbara	20	22.18	26.29	25.32	23.68	25.26	26.91
	30	18.82	24.79	23.41	23.01	23.79	25.37
	40	16.48	23.54	22.27	22.59	23.42	23.03
Zelda	50	14.78	22.54	21.56	22.07	22.59	23.33
	20	22.21	31.35	30.08	30.83	30.44	32.76
	30	18.84	28.71	27.82	29.23	29.78	30.98
	40	16.47	26.65	26.05	28.32	28.50	29.35
	50	14.74	24.95	24.71	27.36	27.12	28.02

表 2 PDTDFB-HMT 不同分解级数的 PSNR 比较

Image	噪声级数( $\sigma$ )	4/4	4/8	4/4/4	4/4/8	4/8/8	4/8/16
Lena	20	30.91	30.01	31.29	31.38	29.58	30.33
	30	28.94	28.99	29.65	29.66	29.25	29.10
	40	27.57	27.55	28.46	28.47	27.82	27.89
	50	26.27	26.26	27.27	27.28	27.00	26.83
Barbara	20	28.60	28.70	28.77	28.95	26.91	25.83
	30	26.35	26.49	26.61	26.78	25.37	25.42
	40	24.80	24.90	25.22	25.13	23.03	23.13
Zelda	50	23.61	23.68	24.05	24.12	23.33	23.20
	20	32.35	32.49	33.06	33.10	32.76	32.65
	30	30.28	30.28	31.34	31.35	30.98	30.95
	40	28.61	28.64	29.80	29.81	29.35	29.22
	50	27.19	27.16	28.40	28.38	28.02	27.88

表 3 轮廓波 HMT 不同分解级数的 PSNR 比较

Image	噪声级数( $\sigma$ )	4/4	4/8	4/4/4	4/4/8	4/8/8	4/8/16
Lena	20	29.78	29.83	30.46	30.51	29.03	29.31
	30	27.55	27.61	28.57	28.62	27.66	27.31
	40	25.97	25.95	27.28	27.28	26.84	26.85
	50	24.66	24.66	26.12	26.12	25.94	25.64

续表

Image	噪声级数( $\sigma$ )	4/4	4/8	4/4/4	4/4/8	4/8/8	4/8/16
Barbara	20	27.63	27.71	27.82	27.96	25.26	26.48
	30	25.43	25.47	25.85	25.96	23.79	24.93
	40	23.81	23.85	24.47	24.52	23.42	24.34
	50	22.66	22.71	23.43	23.47	22.59	23.34
Zelda	20	31.06	31.13	32.00	32.05	30.44	30.14
	30	28.59	28.63	30.10	29.69	29.78	29.51
	40	26.79	26.82	28.58	28.56	28.50	28.00
	50	25.26	25.26	27.37	27.34	27.12	26.97

## 4 结 论

提出了一种关于 PDTDFB 系数的双树 HMT 模型。将该模型应用于图像的去噪,与几种典型的去噪算法作定量比较,理论分析和实验结果表明本文提出的 PDTDFB\_HMT 模型在图像去噪性能方面有一定的优势,在提高信噪比的同时更好的保持了图像的边缘信息。

### 参考文献:

- [1] KINGSBURY N. Image processing with complex wavelets[J]. Philosophical Transactions Royal Society London A,1999,357(9):2543-2560.
- [2] KARASARIDIS A, SIMONCELLI E. A filter design technique for steerable pyramid image transforms[C]// 1996 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP-96, May 7-10, 1996, Atlanta, GA, USA. USA: IEEE Incorporated,2002.
- [3] DO M N, VETTERLI M. Contourlets: a directional multiresolution image representation [C]// 2002 International Conference on Image Processing. September 22-25, 2002, New York, USA; IEEE IEEE Incorporated,2002;357-360.
- [4] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution agree Presentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14 (12):2091-2106.
- [5] VO A P N, ORAINTARA S, NGUYEN T T. Using phase and magnitude information of the complex directional filter bank for texture image retrieval[C]// 2007 IEEE International Conference on Image Processing, ICIP 2007, September 16-October 19, 2007, San Antonio, TX, USA; IEEE IEEE Incorporated, 2007;61-64.
- [6] NGUYEN T T, ORAINTARA S. The shiftable complex directional pyramid, part I: theoretical aspects [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56 (10):4651-4660.
- [7] NGUYEN T T, ORAINTARA S. The shiftable complex directional pyramid, part II: implementation and applications [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10):4661-4672.
- [8] RABINER L, JUANG B. An introduction to hidden markov models[J]. IEEE ASSP Magazine, 1986, 3(1): 4-16.
- [9] 焦李成,侯彪,王爽,等. 图像多尺度几何分析理论与应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2008. JIAO LI-CHENG, HOU BIAO, WANG SHUANG, et al. Image mutliscale geometric analysis: thoery and applications[M]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology Press, 2008.
- [10] CROUSE M S, NOWAK R D, BARANK R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902.
- [11] PO D D Y, DO M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15 (6): 1610-1622.
- [12] BAMBERGER R H, SMITH M J T. A filter bank for the directional decomposition of images: theory and design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4):882-893.
- [13] FAN G L, XIA X G. Improved hidden markov models in the wavelet-domain [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2001, 49(1):115-120.
- [14] 张宇,王希勤,彭应宁. 自适应中心加权的改进均值滤波算法[J]. 清华大学学报, 1999, 39(9): 76-78. ZHANG YU, WANG XI-QIN, PENG YING-NING. Adaptive center weighted modified trimmed mean filter[J]. Journal of Tsinghua University, 1999, 39(9):76-78.
- [15] CHANG S G, YU B, VETTERLI M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image de-noising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9):1522-1531.
- [16] DONOHO D L. Denoising by softthre-sholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41 (3):613-627.

(编辑 侯 湘)