

文章编号: 1000-582X(2012)03-098-05

自适应滤波器在提高持续正弦信号采样精度中的应用

尹 刚^{a,b}, 司瑞琦^c, 李长明^c

(重庆大学 a. 煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室; b. 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室; c. 电气工程学院, 重庆 400044)

摘 要: 针对如何提高 ADC 转换精度问题, 提出自适应正弦滤波方法。对于已知频率信息的信号的测量, 按照最小均方误差准则自动调节自适应正弦滤波器的系数, 以使滤波器的输出信号与所需测量的信号达到最佳逼近, 根据自适应算法收敛结果即可精确得到所测信号幅值和相位。并用 MATLAB 验证了该方法的有效性, 结果证明自适应滤波方法改善了 ADC 精度和信噪比, 相当于提高了 ADC 的转换位数。

关键词: 自适应算法; 滤波; ADC; 均方误差

中图分类号: TM933

文献标志码: A

The application research on improvement of constant sinusoidal signal sampling precision based on adaptive filter

YIN Gang^{a,b}, SI Rui-qi^c, LI Chang-ming^c

(a. State Key Laboratory of Coal Mine Disaster Dynamics and Control; b. Key Laboratory for the Exploitation of Southwest Resources and the Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education; c. College of Electrical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: A novel scheme is present to improve the conversion accuracy of ADC. The proposed approach uses adaptive sinusoidal filter. For the measurement of the signal with given frequency, the automatic adjustment of filter coefficients is based on least mean-square error rule, which is a mathematical tool can be employed to make filter output signal achieve the best approximation to the needed one. Then based on the result, it is able to get the amplitude and phase of the measured signal accurately. MATLAB software is used to verify the effectiveness of the algorithm. It proves that adaptive filter has improved the accuracy and signal-to-noise ratio of ADC, which is equal to increase the conversion digits.

Key words: adaptive algorithms; filter; ADC; mean square error

在工程中很多应用都需要使用模/数转换器(ADC)进行测量, 在将模拟量转换成数字量的过程中, ADC 是一核心器件。它把采集到的采样模拟信号量化和编码后, 转换成数字信号输出。ADC 精度是指转换后所得结果相对实际值的准确度, 它是整个电路和系统精度至关重要的部分^[1]。

影响 ADC 精度的因素有很多, 因为在进行 ADC 转换时可能引入多种噪声, 例如: 热噪声、散粒噪声、电源电压变化、基准电压变化、由采样抖动引起的相位噪声以及由量化误差引起的噪声。由量化误差引起的噪声通常被称为量化噪声。它是对精度影响最显著的因素之一。量化误差的大小取决

收稿日期: 2011-10-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50728504)

作者简介: 尹刚(1964-), 男, 重庆大学研究员, 主要从事工业自动化和自动检测的研究, (E-mail) srp409@foxmail.com。

于 ADC 位数的多少,对于给定的位数,量化误差的大小是一定的^[2],要想减小量化误差只能提高 ADC 的位数,这必然也提高了硬件的成本。若使用价格相对低廉的具有较低精度的 ADC 器件,通过一些技术减小量化误差,也能达到较高的精度,则在工程应用中是非常受欢迎的。

随着输入信号的不断变化,由量化误差引起的量化噪声,在有用频带内有平均分布的功率谱密度,可将其看作白噪声^[3],文献[3]提出了利用过采样的方法,在热噪声没有足够的幅度时,需要注入噪声以克服抖动,增加了计算的难度。文献[4-5]均提出利用过采样和求平均值的方法进行,但必须确定信号中的最高频率,并在限定带宽内进行消噪,没有针对目标频率明显提高模数转换的精度。所以依据现代控制优化的理论进行设计构造自适应正弦滤波器^[6-9],对量化后的信号进行滤波,对信号中幅值及相位随时间基本不变化的正弦周期输入信号进行逼近,消除或减小量化噪声的干扰,获取更精确有用信号的幅值及相位^[10]。

1 基本原理

图1给出了自适应正弦数字滤波器的结构原理。

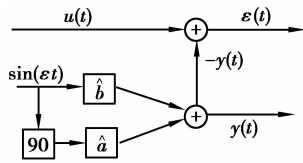


图1 自适应正弦数字滤波器的结果原理图

图中, $u(t)$ 为实际信号经量化后的信号,即

$$u(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) + n(t), \quad (1)$$

式中: ω 为被测信号的频率, $n(t)$ 为白噪声。在图1中,自适应正弦波自适应滤波器的输入是被测信号的正弦分量 $\sin(\omega t)$,这一正弦输入函数一路直接乘上估计值参数 \hat{b} ,另一路经 90° 移相变成余弦函数后再乘上估计值参数 \hat{a} ,两路信号相加后就是滤波器的输出 $y(t)$, \hat{a}, \hat{b} 为被测信号的估计值,即

$$y(t) = \hat{a} \cos \omega t + \hat{b} \sin \omega t. \quad (2)$$

滤波器输出 $y(t)$ 经反相后与实际输入信号 $u(t)$ 相加,得出自适应正弦波自适应滤波器的误差 $\epsilon(t)$,即

$$\epsilon(t) = (a - \hat{a}) \cos \omega t + (b - \hat{b}) \sin \omega t + n(t). \quad (3)$$

依据误差 $\epsilon(t)$,调节修正参数 \hat{a} 和 \hat{b} ,使滤波器在一

段时间内的均方误差 $E[\epsilon^2(t)]$ 达到最小,这就是正弦波数字滤波器的理论原理^[11-15]。

为了调节修正参数 \hat{a}, \hat{b} ,引入下列修正算法:

$$\hat{a}' = \hat{a} - \mu \frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{a}}, \quad (4)$$

$$\hat{b}' = \hat{b} - \mu \frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{b}}. \quad (5)$$

以下是此算法的证明过程:

$$\begin{aligned} \text{令 } \frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{a}} &= \\ \frac{\partial \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m ((a - \hat{a}) \cos \omega t_j + (b - \hat{b}) \sin \omega t_j + n(t_j))^2 \right]}{\partial \hat{a}} &= \\ - \frac{2}{m} \sum_{j=1}^m ((a - \hat{a}) \cos^2 \omega t_j + (b - \hat{b}) \cos \omega t_j \sin \omega t_j + n(t_j) \cos \omega t_j) &= 0, \\ \frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{b}} &= \\ \frac{\partial \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m ((a - \hat{a}) \cos \omega t_j + (b - \hat{b}) \sin \omega t_j + n(t_j))^2 \right]}{\partial \hat{b}} &= \\ - \frac{2}{m} \sum_{j=1}^m ((a - \hat{a}) \cos \omega t_j \sin \omega t_j + (b - \hat{b}) \sin^2 \omega t_j + n(t_j) \sin \omega t_j) &= 0, \end{aligned}$$

得

$$E[(a - \hat{a}) \cos^2 \omega t] + E[(b - \hat{b}) \sin \omega t \cos \omega t] + E[n(t) \cos \omega t] = 0, \quad (6)$$

$$E[(a - \hat{a}) \cos \omega t \sin \omega t] + E[(b - \hat{b}) \sin^2 \omega t] + E[n(t) \sin \omega t] = 0. \quad (7)$$

可以证明只要计算均值的时间段选择 $\frac{2\pi}{\omega}$ 或其整数倍,并且考虑到白噪声与被测信号的正余弦分量不相关,则方程(6)、(7)的解为 $\hat{a} = a, \hat{b} = b$ 。即估计值与实际值相等。

$$\text{此时 } \frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{a}} = -2(E[\cos^2 \omega t])(\hat{a} - a), \quad (8)$$

$$\frac{\partial E[\epsilon^2(t)]}{\partial \hat{b}} = -2(E[\sin^2 \omega t])(\hat{b} - b). \quad (9)$$

将式(8)、(9)代入式(4)、(5),将系数合并,展开为

$$\hat{a}^{k+1} = \hat{a}^k - \mu(E[\cos^2 \omega t])(\hat{a}^k - a), \quad (10)$$

$$\hat{b}^{k+1} = \hat{b}^k - \mu(E[\sin^2 \omega t])(\hat{b}^k - b). \quad (11)$$

将式(10)、(11)式变形为

$$a - \hat{a}^{k+1} = (1 - \mu(E[\cos^2 \omega t]))^{k+1}(a - \hat{a}^0), \quad (12)$$

$$b - \hat{b}^{k+1} = (1 - \mu(E[\sin^2 \omega t]))^{k+1}(b - \hat{b}^0). \quad (13)$$

因此,当选择 μ 满足 $0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ 时, $\lambda_{\max} = \max(E[\cos^2 \omega t], E[\sin^2 \omega t])$, 可使 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{a}^k = a$, $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{b}^k = b$, 即式(12)、(13)是收敛的,并且收敛值就为实际信号的值。

在数据处理中, μ 的确定较为灵活,一般采用定值,也可以采用变值进行计算,在条件范围内,数值越小越为精确,当然迭代计算次数也会相应增加,利用时间换取精度。

据此就能计算出某一频率成分的幅值和相位: $A = \sqrt{\hat{a}^2 + \hat{b}^2}$, $\varphi = \arctg \frac{\hat{a}}{\hat{b}}$, 通过自适应滤波后得到这 2 个参数,就能表达出该频率下正弦信号。

2 仿真研究

为了验证自适应正弦滤波如何减小量化噪声,提高 ADC 精度采用 MATLAB 作为仿真工具,图 2 所示的模型作为信号源模型。

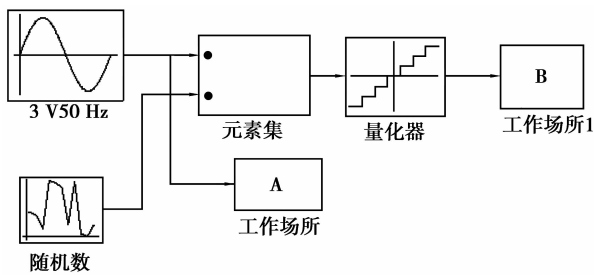


图 2 信号量化仿真模型

45°, 频率为 50 Hz 的正弦信号,采用 8 位均匀量化, ADC 输入动态范围为 -5~5 V。模拟信号经量化后再经自适应滤波处理。因为对于理想的 AD 转换器,其量化噪声并不能看作是白噪声,并且量化位数中的低位数往往不准确,考虑到这些因素,在模拟信号输入端加入均值为 0,方差等于 1 LSB 的白噪声。图 3 为采用 8 位量化时的仿真波形。

从图 3 可以看出,量化后信号经自适应处理后,误差明显减小。为了定量描述自适应方法在提高 ADC 精度中的作用,可以用量化后的信号和经自适应处理后的信号的信噪比变化来衡量改善后的效果。如表 1 所示。 N 表示量化器的位数, A 、 φ 分别为量化后信号经自适应处理后得到的幅值和相位,单位分别为 V 和度,目标信号的实际幅值为 3 V,初始相位为 45°,可得幅度误差 ΔA 和相位误差 $\Delta \varphi$ 。 SNR_1 为模拟信号经量化后的信噪比, SNR_2 为量化后的信号经自适应正弦滤波后的信噪比,单位为 dB。

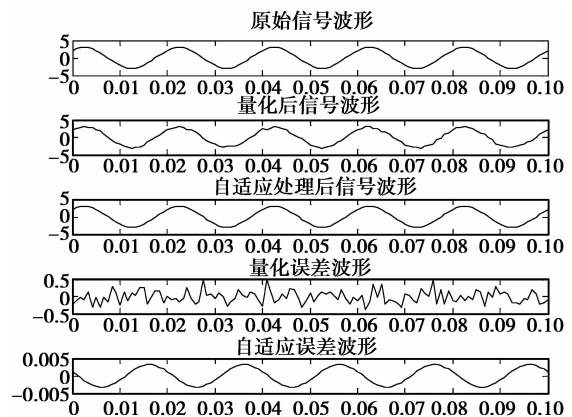


图 3 仿真波形图

如图 2 所示,被采集信号为幅度为 3 V,相位为

表 1 仿真数据表

N	A/V	$\varphi/(^\circ)$	$\Delta A/V$	$\Delta \varphi/(^\circ)$	SNR_1/dB	SNR_2/dB
8	3.001 310 685 8	44.944 003 528 0	0.001 310 685 8	0.055 996 472 0	21.309 3	59.406 4
9	3.000 544 303 8	44.963 385 933 1	0.000 544 303 8	0.036 614 066 9	24.158 3	63.552 1
10	3.000 329 026 6	44.975 465 539 5	0.000 329 026 6	0.024 534 460 5	27.316 4	67.090 5
11	3.000 273 140 7	44.982 729 810 3	0.000 273 140 7	0.017 270 189 7	30.307 2	70.036 9
12	3.000 197 386 8	44.987 509 120 9	0.000 197 386 8	0.012 490 879 1	33.323 5	72.851 7
13	3.000 111 888 4	44.991 626 529 9	0.000 111 888 4	0.008 373 470 1	36.322 5	76.430 2
14	3.000 077 580 6	44.994 252 005 1	0.000 077 580 6	0.005 747 994 9	39.334 8	79.692 6
15	3.000 059 097 3	44.995 801 369 3	0.000 059 097 3	0.004 198 630 7	42.327 2	82.397 2
16	3.000 042 064 7	44.997 046 182 1	0.000 042 064 7	0.002 953 817 9	45.333 8	85.444 8
17	3.000 030 364 1	44.997 923 547 0	0.000 030 364 1	0.002 076 453 0	48.347 2	88.489 8
18	3.000 021 161 0	44.998 536 580 9	0.000 021 161 0	0.001 463 419 1	51.356 0	91.535 8
19	3.000 015 223 7	44.998 962 935 7	0.000 015 223 7	0.001 037 064 3	54.370 0	94.517 7
20	3.000 010 777 9	44.999 267 970 1	0.000 010 777 9	0.000 732 029 8	57.381 8	97.541 4
21	3.000 007 593 7	44.999 482 380 5	0.000 007 593 7	0.000 517 619 5	60.390 3	100.554 0

从表1可以看出,随着量化器位数的增加,量化后信号的信噪比成线性增加,自适应方法得出的幅值和相位越来越接近真实值,幅值误差和相位误差越来越小,并且信号经自适应处理后的信噪比也线性增加。

对于相同的量化器位数,量化后信号经自适应处理后,信噪比大大提高。以表1中, N 取8为例,信号经自适应处理后,信噪比从21 dB提高到

59 dB。要达到相同的信噪比,若只采用提高量化器位数的办法则需要21位。也就是说,自适应方法提高了信噪比,增加了AD转换器的精度,其改善的程度相当于增加了量化器13位bit。

以上的仿真过程中,考虑到量化器低位不准确,所加入的白噪声方差为1 LSB,而在工程实际中这种影响还不止1 LSB,比如将这种影响考虑为2 LSB时的仿真数据如表2所示。

表2 仿真数据表

N	A/V	$\varphi/(^{\circ})$	$\Delta A/V$	$\Delta\varphi/(^{\circ})$	SNR_1/dB	SNR_2/dB
8	3.000 546 095 0	44.937 339 072 0	0.000 546 095 0	0.062 660 928 0	18.198 1	59.103 0
9	3.000 506 711 0	44.951 051 203 2	0.000 506 711 0	0.048 948 796 8	21.331 2	61.339 1
10	3.000 459 463 8	44.968 672 095 8	0.000 459 463 8	0.031 327 904 2	24.362 3	64.915 1
11	3.000 343 554 8	44.976 932 393 2	0.000 343 554 8	0.023 067 606 8	27.281 2	67.564 0
12	3.000 213 950 5	44.982 906 640 3	0.000 213 950 5	0.017 093 359 7	30.283 8	70.264 2
13	3.000 160 007 1	44.988 431 499 9	0.000 160 007 1	0.011 568 500 1	33.282 6	73.603 7
14	3.000 126 521 7	44.991 582 411 5	0.000 126 521 7	0.008 417 588 5	36.307 7	76.314 6
15	3.000 087 662 0	44.994 185 137 8	0.000 087 662 0	0.005 814 862 2	39.306 0	79.525 6
16	3.000 062 118 8	44.995 847 377 8	0.000 062 118 8	0.004 152 622 2	42.330 4	82.455 1
17	3.000 043 249 9	44.997 046 886 6	0.000 043 249 9	0.002 953 113 4	45.341 2	85.429 6
18	3.000 030 472 7	44.997 926 315 6	0.000 030 472 7	0.002 073 684 4	48.349 7	88.498 2
19	3.000 021 425 0	44.998 533 496 5	0.000 021 425 0	0.001 466 503 5	51.359 2	91.511 1
20	3.000 015 285 9	44.998 961 328 8	0.000 015 285 9	0.001 038 671 2	54.371 0	94.502 6
21	3.000 010 766 9	44.999 265 479 5	0.000 010 766 9	0.000 734 520 4	57.378 7	97.514 6
22	3.000 007 624 6	44.999 480 466 2	0.000 007 624 6	0.000 519 533 8	60.390 1	100.521 7

从表2看出,仍然以 N 取8为例,信噪比从18 dB提高到59 dB,相当于将量化器位数从8位提高到22位,提高14位。

综上所述,可得到如下结论:

1)将量化后的信号经自适应处理后能大大提高信噪比。以表1为例,其改善程度相当于提高量化器位数13位。比如采用8位的量化器,经自适应处理后其精度相当于21位的量化器。

2)随着量化器位数的增加,采用自适应方法得到的信号幅值和相位将更加精确。

3)由表1、2的对比,考虑到实际工程中量化器低位不准确所带来的影响远不止几个LSB,采用自适应方法对ADC精度的提高将更加显著。

3 结 语

工程应用中,在对测量精度要求较高的场合,为了提高精度,很多场合不得不采用高分辨率的片外ADC,增加了硬件的成本。笔者采用自适应正弦滤波,将量化后的信号经自适应处理,大大提高了ADC的精度,改善信噪比。以仿真表中数据为例,对一定位数的量化器,采用自适应滤波后,提高信噪比40 dB左右,相当于提高量化器位数13位,而考虑到实际工程中量化器低位不准确带来的影响远不止几个LSB,采用自适应滤波后,对精度的提高将更加显著。自适应技术在提高ADC精度中的应用,打破了测量精度对ADC位数的依赖,即使采用较低位数的量化器也可以达到较高的测量精度,同时也大大节约硬件成本。

参考文献:

- [1] 李文峰, 王永生, 何敏丽. 如何认识和提高 ADC 的精度[J]. 测控技术, 2002, 21(8):61-63.
LI WEN-FENG, WANG YONG-SHENG, HE MIN-LI. How to analyze and improve the accuracy of the ADC[J]. Measurement & Control Technology, 2002, 21(8):61-63.
- [2] 杨荔. 数字通信原理[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2007: 19-30.
- [3] 于光平, 张昕. 过采样方法与提高 ADC 分辨率的研究[J]. 沈阳工业大学学报, 2006, 28(2): 137-139.
YU GUANG-PING, ZHANG XIN. Research on over-sampling method and improving ADC resolution[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2006, 28(2): 137-139.
- [4] 李锂, 高丽. 一种提高测量分辨率和信噪比的方法[J]. 西安工业大学学报, 2006, 26(4): 333-335.
LI LI, GAO LI. A method to increase the resolution and SNR of measurement [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2006, 26(4): 333-335.
- [5] 史建华, 吕仕儒. 提高 ADC 分辨率的方法研究[J]. 山西大同大学学报: 自然科学版, 2009, 25(6): 28-30.
SHI JIAN-HUA, LV SHI-RU. Research on the method of improving ADC resolution[J]. Journal of Shanxi Datong University: Natural Science Edition, 2009, 25(6): 28-30.
- [6] MICHAELI L, MICHALKO P, SALIGA J. A new ADC fast testing method based on the unified error model[J]. Measurement, 2008, 41(2):192-197.
- [7] FODOR B, KOLLAR I. ADC testing with verification [C]//Proceedings of the 2007 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, May 1-3, 2007, Warsaw, Poland. [S.l.]: IEEE Press, 2007: 1-6.
- [8] HUANG S, LEVYB C. Blind calibration of timing offsets for four-channel time-interleaved ADCs [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers, 2007, 54(4): 863-876.
- [9] TAVAZOEI M S, HAERI M. Chaos in the APFM nonlinear adaptive filter[J]. Signal Processing, 2009, 89(5): 697-702.
- [10] WU L H. Least square analysis of error-components model for the study of provincial economic performance [J]. Modern Physics Letters B, 2009, 23(3): 521-524.
- [11] 张立群, 邵惠鹤. 基于最小方差控制的闭环辨识信号设计[J]. 上海交通大学学报, 2004, 38(4): 521-523.
ZHANG LI-QUN, SHAO HUI-HE. Design of identification experiment signal for minimum variance control[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(4): 521-523.
- [12] 胡隽. 最小方差谱估计算法的改进及应用[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(23): 187-190.
HU JUAN. Improvement of MVM in high-resolution shallow water bathymetric side-scan sonar system[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(23):187-190.
- [13] LIU W F, POKHAREL P P, PRINCIPE J C. The kernel least-mean-square algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56 (2): 543-554.

(编辑 郑洁)