

文章编号:1000-582X(2012)03-115-06

微重力环境下横向旋转磁场对热表面张力流的影响

姚丽萍, 曾 忠, 张永祥
(重庆大学 工程力学系, 重庆 400044)

摘 要:微重力环境下外加磁场可以有效地控制浮区法晶体生长中的热表面张力流,从而提高半导体晶体生长的质量。在比较相同强度(7 mT)的横向静态磁场与横向旋转磁场对热表面张力流影响的基础上,研究了外加横向旋转磁场(旋转频率 50 Hz)对三维半浮区熔体热表面张力流的控制。结果表明:横向旋转磁场对熔体产生周向搅拌作用和轴向抑制作用,其有助于三维热表面张力流转变为二维轴对称流动。浮区法晶体生长中,横向旋转磁场是一种比较理想的熔体对流控制方法。

关键词:横向旋转磁场;横向静态磁场;半浮区;热表面张力流;微重力
中图分类号:O361.3 **文献标志码:**A

Effects of transverse rotating magnetic field on thermocapillary flow under microgravity

YAO Li-ping, ZENG Zhong, ZHANG Yong-xiang

(Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Semiconductor melt is electrically conducting, which makes it possible to apply magnetic fields to control the thermocapillary convection induced by surface tension in the floating zone under microgravity, and ultimately to control grown crystal quality. In the present paper, based on the comparison between the transverse static magnetic field and the rotating magnetic field(RMF), we focuses on the effects of RMF on thermocapillary convection. Results indicate that in the RMF, the induced Lorentz force is effective in stirring the melt in the azimuthal direction and suppressing axial convection, and both effects are beneficial for the three-dimensional melt convection returning to a steady axisymmetric flow. The RMF is a promising method for convection control in floating zone for semiconductor crystal growth.

Key words: transverse rotating magnetic field; transverse static magnetic field; floating half-zone; thermocapillary flow; microgravity

晶体材料是集成电路制造和设备、激光器、振荡器、探头等各种各样功能器件的基础,以硅为代表的第一代半导体晶体材料的发展促进了以集成电路为核心的微电子工业的快速发展和 IT 产业的飞跃。浮区法是一种无容器坩锅接触的晶体生长方式,可

以避免坩埚材料对熔体的污染和对所生长单晶熔点的限制,是生长高纯度单晶的重要方法。微重力环境下,浮区法可以避免重力场影响,突破生长晶体尺寸的限制,并降低由重力引起的浮力对流的作用,从而可以得到更大直径、更高质量的单晶。然而,微重

收稿日期:2011-11-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10872222 2009-2011);重庆市科委自然科学基金计划资助项目(2009BB4207)

作者简介:姚丽萍(1983-),女,重庆大学博士研究生,主要从事流体力学研究。

曾忠(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail) zzen@cqu.edu.cn。

力环境下浮区法晶体生长中,由于热浮力流随重力极度衰减,热表面张力流成为熔体的主要流动,其也是影响晶体质量的主要因素。因此,通过控制热表面张力流动可以有效地改善熔体的对流和温度分布,从而提高生长晶体的质量。由于硅等半导体熔体具有良好的导电性,其为应用外加磁场进行有效的对流控制提供了可能性。目前,生长半导体晶体的外加磁场主要包括静态磁场和旋转磁场。

虽然静态磁场可以有效地抑制对流,降低非定常对流和温度振荡,然而也存在明显的缺陷。轴向静态磁场虽然可以保证浮区法晶体生长的轴对称性生长环境,但其抑制径向流动,易导致熔体中心区域的对流相对太弱,从而产生严重的径向分凝形成核效应;横向静态磁场则会破坏晶体生长环境的轴对称性,导致生长界面的非对称性^[1-3]。Robertson 等^[1]研究得到在晶体不发生旋转的条件下,横向静态磁场破坏了熔体的对称性并使生长界面近似为椭球形;Cröll 等^[2]报道了横向静态磁场产生非对称的界面形状,因此要求晶体旋转来达到径向的对称界面,但是晶体旋转又可能导致旋转杂质条纹的产生。

横向旋转磁场可以消除温度分布的非对称性,降低熔体混合物的径向分凝现象,控制固液界面的形状,增加热质传导率,稳定熔体对流。同时,由于旋转磁场的相对低能耗和控制效果显著等优点,旋转磁场在晶体生长中的应用越来越引起人们的关注^[4-16]。目前,外加旋转磁场的数值计算主要采用 2 种计算模型:无限长模型和有限长模型。无限长模型是一种简化的数值模型,其并没有考虑到熔体流动与外加磁场的耦合^[11-12,14-15],该简化模型会导致较大的偏差。Kaiser 等^[13]研究得到在熔体高径比较小的条件下,无限长模型过低估计临界 Taylor 数达到 50%。有限长模型包括解析解模型和 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型,其中有限长模型的解析解仅采用轴对称的洛伦兹力,并且只考虑到电势对熔体流动的影响,忽略了熔体流动对电势的影响^[17-18],其仅包括周向洛伦兹力分量的作用。虽然旋转磁场产生的周向洛伦兹力分量占据主导作用,但其他方向的洛伦兹力分量也是存在的。Priede^[13]首次提出了有限长 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型,其在旋转磁场作用下,考虑到熔体流动和外加磁场的耦合以及洛伦兹力的所有分量。迄今为止,有限长 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型是求解外加横向旋转磁场对流控制中忽略因素最少的方法。Barz 等^[19]采用了 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型,模拟了二维轴对称条件下横向旋转磁场对柱形腔体内熔体等热对流的影响,得到的数值结果与实验结果是一致的。Ralph Möner 等^[20]也采用了

$\Phi_1 - \Phi_2$ 模型数值模拟了横向旋转磁场作用下二维轴对称柱形腔体内熔体的流动。Yildiz 等^[10, 21]采用了 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型方法模拟了旋转磁场对液相外延法(LPD)中熔体对流的影响,结果表明旋转磁场域可以充分地混合熔体,更好地平滑生长界面。

目前,浮区法晶体生长中外加磁场对流控制的大部分研究限于静态磁场,而外加旋转磁场的相关数值模拟研究较少。由于 $\Phi_1 - \Phi_2$ 模型的理论模型优点^[23],笔者采用该模型数值模拟研究了微重力环境下横向旋转磁场对三维半浮区熔体热表面张力流的控制。

1 理论基础

浮区法晶体生长的半浮区液桥模型^[22]如图 1 所示,液桥高度为 H ,半径为 R ,上下边界分别为低温和高温固壁(T_{top} 和 T_{bottom}), $\Delta T = T_{\text{bottom}} - T_{\text{top}} > 0$ 。液桥自由表面上的表面张力为温度的线性函数,随着温度线性减小^[20,24]。

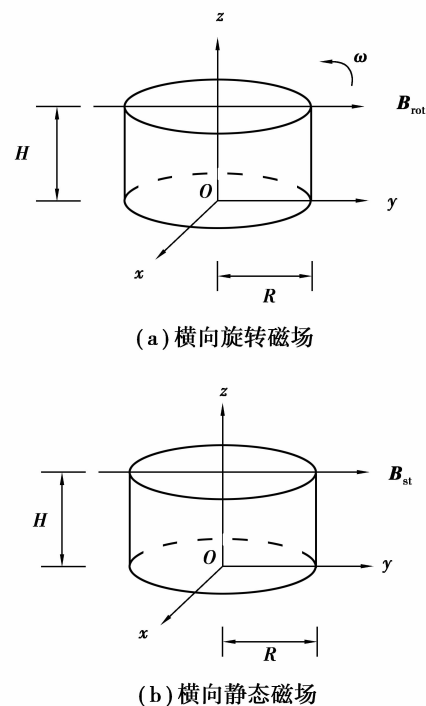


图 1 半浮区液桥模型示意图

1.1 横向旋转磁场

直角坐标系下,图 1(a)中外加旋转磁场描述为

$$\mathbf{B}_{\text{rot}}(x, y, t) = B_0[-\mathbf{e}_x \sin(\omega t) + \mathbf{e}_y \cos(\omega t)]. \quad (1)$$

式中: B_0 为磁场强度; $\omega = 2\pi\lambda$ (λ 为旋转频率); \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 、 \mathbf{e}_z 分别表示 x 、 y 、 z 方向的单位矢量。笔者假设

旋转磁场可以渗透到整个熔区^[19-20, 23]。

洛伦兹力为 $\mathbf{f}_{\text{rot}} = \mathbf{j}_{\text{rot}} \times \mathbf{B}_{\text{rot}}$, 其中电流密度 $\mathbf{j}_{\text{rot}} = \sigma_e (\mathbf{E}_{\text{rot}} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}_{\text{rot}})$, 电场强度由标量势 φ 感应的电场和附加项 $\mathbf{E}_{\text{rot}} = -\frac{\partial \mathbf{B}_{\text{rot}}}{\partial t}$ 得到:

$$\mathbf{E}_{\text{rot}} = -\nabla\varphi + \omega B_0 (x \sin(\omega t) - y \cos(\omega t)) \mathbf{e}_z. \quad (2)$$

显然, 电场强度 \mathbf{E}_{rot} 、电流 \mathbf{j}_{rot} 和电势 φ 应该以相同的频率 λ 旋转。将 φ 写成与旋转磁场相同的格式, 电势分为 2 个部分^[13, 19-20]:

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_1(x, y, z) \sin(\omega t) + \varphi_2(x, y, z) \cos(\omega t). \quad (3)$$

洛伦兹力包含有一个不随时间变化的常项和一个随时间变化的旋转频率为 2λ 的震荡项。假设由于很高的惯性, 流体不能跟随这一高频率的震荡项而及时地发生变化, 故洛伦兹力对时间取一个旋转周期的平均值^[11]。洛伦兹力 3 个方向的分量分别为:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\sigma_e}{2} B_0 \left[\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + (-\omega y - u) B_0 \right], \\ f_y &= \frac{\sigma_e}{2} B_0 \left[\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + (\omega x - v) B_0 \right], \\ f_z &= \frac{\sigma_e}{2} B_0 \left[-\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} - 2\omega B_0 \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

由 $\nabla \cdot \mathbf{j}_{\text{rot}} = 0$ 得到 2 个电势方程:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi_1 &= \left(-\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) B_0, \\ \nabla^2 \varphi_2 &= \left(-\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) B_0. \end{aligned}$$

假设液桥边界为电绝缘的, 无电流穿过, 由 $\mathbf{j}_{\text{rot}} \cdot \mathbf{n} = 0$ 得到相应的电势边界条件。

1.2 横向静态磁场

横向静态磁场磁场强度 $\mathbf{B}_{\text{st}} = B_{\text{st}} \mathbf{e}_x$, 强度为 $B_{\text{st}} = 7 \text{ mT}$, 如图 1(b) 所示。静态磁场产生的诱导电流密度为 $\mathbf{j}_{\text{st}} = \sigma_e (-\nabla\varphi + \mathbf{U} \times \mathbf{B}_{\text{st}})$, 洛伦兹力为:

$$\mathbf{f}_{\text{st}} = \mathbf{j}_{\text{st}} \times \mathbf{B}_{\text{st}}. \quad (5)$$

由 $\nabla \cdot \mathbf{j}_{\text{st}} = 0$ 和 $\mathbf{j}_{\text{st}} \cdot \mathbf{n} = 0$ 分别得到静态磁场作用下的电势方程和边界条件^[24]。

1.3 熔体控制方程及边界条件

假设半浮区熔体为不可压缩牛顿流体, 在微重力环境下, 忽略重力的影响。分别采用 H (半浮区高度)、 $\frac{k}{H}$ 作为长度、速度的特征物理量导出外部磁场作用下液桥热表面张力流的无量纲控制方程为:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{U}^* &= 0, \\ \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{U}^* \cdot \nabla) \mathbf{U}^* \right) &= -\nabla P^* + \Delta \mathbf{U}^* + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2TaPr\mathbf{F}_{\text{rot}}^* + Ha^2\mathbf{F}_{\text{st}}^* - \mathbf{F}_s^* \delta(r^* - R^*(z^*)), \quad (6) \\ &\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + (\mathbf{U}^* \cdot \nabla) T^* - \nabla^2 T^* = 0. \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{U}^* = \frac{H}{k} \mathbf{U}$, $t^* = t \frac{k}{H^2}$, $p^* = \frac{H^2}{k\mu} P$, $T^* = \frac{T - T_{\text{top}}}{\Delta T}$, $\varphi^* = \frac{1}{B_0 k} \varphi$, $\mathbf{B}_{\text{st}}^* = \frac{\mathbf{B}_{\text{st}}}{B_{\text{st}}}$, k 为热扩散系数, σ_e 电导率, δ 为 Kronecker 算符, $\mathbf{F}_s^* \delta(r^* - R^*(z^*))$ 表示表面张力只作用在自由表面上, 其中 $r^* = \sqrt{x^{*2} + y^{*2}}$ 、 R^* 为自由表面边界的半径; \mathbf{F}_s^* 的表达式为

$$\mathbf{F}_s^* = Ma \left[\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \mathbf{e}_x + \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \mathbf{e}_y + \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \mathbf{e}_z \right]. \quad (7)$$

Pr 、磁 Re 、 Ha 、Marangoni 数 (Ma)、Taylor 数 (Ta) 分别定义为

$$\begin{aligned} Pr &= \frac{\nu}{k}, \quad Re_\omega = \frac{\omega H^2}{\nu}, \quad Ha = B_{\text{st}} H \sqrt{\frac{\sigma_e}{\mu}}, \\ Ma &= \frac{\sigma_e \Delta T H}{\rho \nu k}, \quad Ta = \frac{\sigma_e B_0^2 \omega H^4}{2\nu \mu}. \end{aligned}$$

电势边界条件: 假设液桥的边界均为电绝缘, 无电流穿过。

速度和温度边界条件: 液桥上表面, 无滑移 $\mathbf{U} = 0$, $T = 0$; 液桥下表面, 无滑移 $\mathbf{U} = 0$, $T = 1$ 。

自由表面边界: 无流体的质量、动量、能量穿过自由表面。

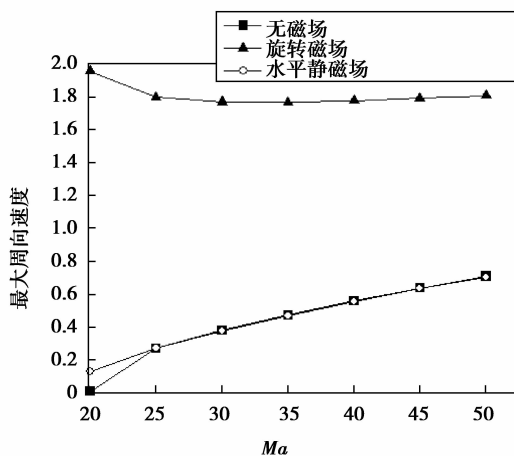
2 数值结果及分析

文中对三维网格进行了有效性验证, 并最终采用 $60 \times 68 \times 60$ 的计算网格; 同时在现有的 CFD 程序包的基础上添加磁场相关功能子程序, 并对程序进行了有效性验证, 包括对文献^[19, 20]相关工作进行了重复, 从而验证得到本文程序的正确性。基于以上验证, 本文采用有限体积法数值模拟了横向旋转磁场对半浮区热表面张力流的控制, 并比较了相同强度的横向旋转磁场与横向静态磁场对三维半浮区熔体对流的影响。相关的参数取磁场 7 mT 的横向静态磁场与横向旋转磁场 (频率为 50 Hz), $Pr = 0.01$, $As = H/R = 1$, $B_0 = B_{\text{st}} = 7 \text{ mT}$, $Ta = 1.86 \times 10^4$, $Re_\omega = 2.2 \times 10^4$, $Ha = 1.3$ 。

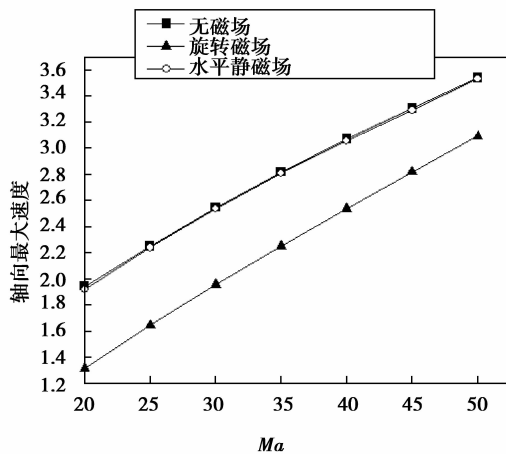
2.1 相同强度的横向静态磁场与横向旋转磁场对熔体对流的影响

为了验证横向旋转磁场对熔体对流控制的优越性, 对相同强度 (7 mT) 的横向静态磁场和横向旋转磁场对熔体对流的影响进行了比较。横向静态磁场作用下, 不同 Ma 数条件下的熔体周向和轴向最大速度曲线与无磁场条件的曲线基本重合, 如图 2 所

示。7 mT 的横向磁场对半浮区热表面张力流动的影响十分微弱。而 7 mT 的横向旋转磁场作用下,热表面张力流动得到很好的控制:无磁场条件下周向最大速度得到增强,而熔体轴向最大速度得到很好的减弱。如图 2 所示,与无磁场条件相比, $Ma = 30$ 时,旋转磁场作用下的熔体周向最大速度提高了近 3 倍,熔体轴向最大速度减小了近 23%;而 $Ma = 50$ 时,旋转磁场作用下的熔体最大周向速度提高了 1.5 倍,熔体轴向最大速度减小了近 13%。与横向静态磁场的控制效果相比,横向旋转磁场的对流控制作用是很明显的。



(a) 周向最大速度



(b) 轴向最大速度

图 2 $Ma = 20 \sim 50$, 不同环境下熔体周向最大速度和轴向最大速度的变化曲线

静态磁场所产生的洛伦兹力对熔体对流有抑制作用;而旋转磁场产生的洛伦兹力不但可以抑制熔体对流,而且对对流产生电磁搅拌作用。从基本控制方程式(6)也可以看出,7 mT 横向静态磁场产生

的洛伦兹力的系数 $Ha^2 = 1.69$,而旋转磁场产生的洛伦兹力的系数为 $Ta = 1.86 \times 10^4$ 。2 种外加磁场条件下的驱动力产生了几个数量级的差异,故 2 种磁场对熔体对流影响的差异也是显然的。根据上述结果及分析,相对于旋转磁场,静态磁场有效控制对流需要更大的磁场强度,其亦意味应用旋转磁场需要的能源消耗远小于静态磁场。考虑到生长晶体的低能耗和高效控制,横向旋转磁场较静态磁场更有潜力。

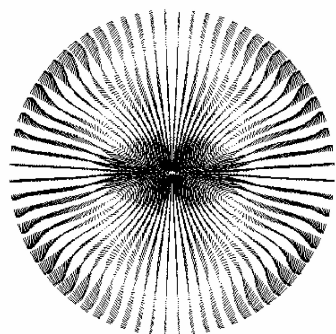
2.2 旋转磁场对热表面张力流的控制

基于以上的对比结果,详细地研究了横向旋转磁场对半浮区热表面张力流的控制。由于半导体熔体的优良导电性,横向旋转磁场作用下产生的洛伦兹力,其对熔体产生的周向搅拌作用和轴向抑制作用,这 2 种效应都有助于对流重新回到二维轴对称流动。

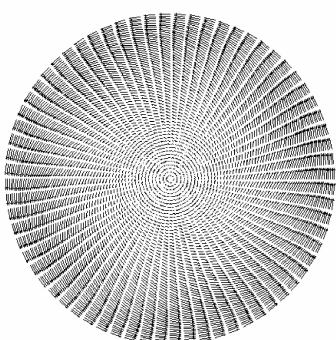
无外加磁场条件下,随 Ma 数增加 ($Ma \geq 20$),熔体由定常二维轴对称流动演化为三维定常流动。当 $Ma = 35$ 时,熔体对流完全转变为三维二对称流动,其对流结构和温度分布特征如图 3(a)、和图 4(a) 所示。无磁场条件下, $z = 0.5$ 切面上速度矢量为双涡流动,其呈现出明显的三维流动特性。在自由表面周向,熔体从低温区流向高温区,具有明显的非轴对称性。而这一流动与自由表面上轴向表面张力驱动的流体从高温向低温流动是相反的,表明了半浮区液桥的周向流动并不是表面张力驱动的,表面张力只是作为微弱的反作用力而存在的。

横向旋转磁场的周向搅拌作用下,自由表面处温度的冷热分区现象已经消失,并表现出明显的轴对称特性。如图 3(b) 所示,7 mT 的横向旋转磁场产生的周向涡旋流动已经覆盖了原有的三维流动,并且 $z = 0.5$ 切面上的熔体流动呈现出轴对称特性。自由表面上的速度比较大,而熔体内部的速度较小,周向速度分布比较明显而且为轴对称分布,周向流动方向与磁场旋转方向一致。这一结果体现了旋转磁场具有明显的搅拌作用,并对熔体对流产生轴对称性影响,使得三维热表面张力流动转变为二维轴对称流动。横向旋转磁场作用下,随着熔体的周向主旋转,熔体径-轴方向会产生二次流动。在与热表面张力流动相反的方向上,此二次流动将减弱表面张力引起的对流。在与表面张力相同的流动方向上,此二次流动将加强表面张力引起的对流。但是由于横向旋转磁场对熔体轴向对流产生的抑制作用,熔体的最大轴向速度与无磁场相比仍然有所减弱。从图 2 可以看出,7 mT 的横向旋转磁场作用下,不同 Ma 数时的半浮区热表面张力流的轴向最大速度都得到有效降低。研究结果表明,横向旋转

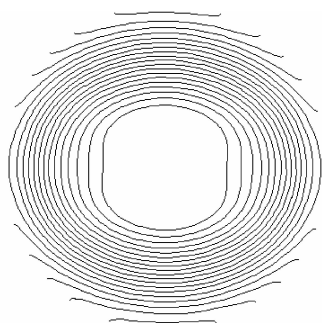
磁场对熔体产生的周向搅拌作用和轴向抑制作用,都可以有效地控制熔体热表面张力流。



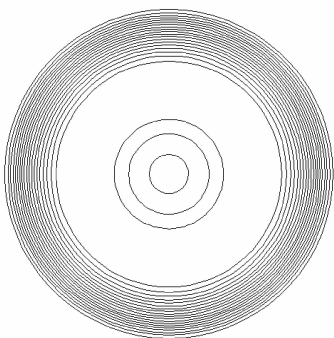
(a) 无磁场



(b) 旋转磁场

图3 $Ma=35$, 熔体 $z=0.5$ 切面上速度矢量图

(a) 无磁场(等温线0.460~0.550, 增量0.005)



(b) 旋转磁场(等温线0.494~0.512, 增量0.001)

图4 $Ma=35$, 不同条件下 $z=0.5$ 切面上温度等值线

3 结 语

笔者模拟了微重力环境下,横向旋转磁场(RMF)对三维半浮区熔体热表面张力流的控制。比较7 mT的横向静态磁场与横向旋转磁场作用的结果显示:7 mT的横向静态磁场对熔体对流的控制非常微弱;而相同强度的横向旋转磁场可以更有效地控制熔体热表面张力流。研究表明:横向旋转磁场对熔体产生周向搅拌作用和轴向抑制作用,其有助于三维热表面张力流转变为二维轴对称流动,旋转磁场是一种很有前景的半导体晶体生长中的对流控制方法。

参考文献:

- [1] ROBERTSON J G, OCONNOR D. Magnetic field effects on float-zone Si crystal growth, II-Strong transverse fields, III-Strong axial fields[J]. Journal of Crystal Growth, 1986, 76:100-122.
- [2] CROLL A, BENZ K. Static magnetic fields in semiconductor floating-zone growth[J]. Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials, 1999, 38(1/4):7-38.
- [3] LEON N, GULDBERG J, SALLING J. Growth of homogeneous high resistivity FZ silicon crystals under magnetic field bias[J]. Journal of Crystal Growth, 1981, 55(2), 406-408.
- [4] GELFGAT Y, GELFGAT A. Experimental and numerical study of rotating magnetic field driven flow in cylindrical enclosures with different aspect ratios[J]. Magnetohydrodynamics, 2004, 40(2):147-160.
- [5] WANG X, MA N, BLISS D F, et al. Comparing modified vertical gradient freezing with rotating magnetic fields or with steady magnetic and electric fields[J]. Journal of Crystal Growth, 2006, 287(2): 270-274.
- [6] WANG X, MA N. Semiconductor crystal growth by the vertical Bridgman process with transverse rotating magnetic fields[J]. Journal of Heat Transfer, 2007, 129(2): 241-243.
- [7] YANG M, MA N, BLISS D F, et al. Melt motion during liquid-encapsulated Czochralski crystal growth in steady and rotating magnetic fields[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2007, 28(4): 768-776.
- [8] JABER T J, SAGHIR M Z, VIVIANI A. Three-dimensional modeling of GeSi growth in presence of axial and rotating magnetic fields[J]. European Journal of Mechanics B-Fluids, 2009, 28: 214-223.

- [9] ARMOUR N, DOST S. Silicon transport under rotating and combined magnetic fields in liquid phase diffusion growth of SiGe [J]. *Crystal Research and Technology*, 2010, 45(4):335-340.
- [10] YILDIZ E, DOST S. A numerical simulation study for the combined effect of static and rotating magnetic fields in liquid phase diffusion growth of SiGe [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2007, 303(1):279-283.
- [11] DOLD P, BENZ K. Rotating magnetic fields; Fluid flow and crystal growth applications [J]. *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials*, 1999, 38(1/4): 39-58.
- [12] DOLD P, CROLL A, LICHTENSTEIGER M. Floating zone growth of silicon in magnetic fields IV rotating magnetic fields [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 231(1/2): 95-106.
- [13] PRIEDE J. Theoretical study of a flow in an axisymmetric cavity of finite length, driven by a rotating magnetic field [D]. Latvia: University of Salaspils, 1993.
- [14] DOLD P, BENZ K. Modification of fluid flow and heat transport in vertical Bridgman configurations by rotating magnetic fields [J]. *Crystal Research and Technology*, 1997, 32(1): 47-56.
- [15] DOLD P, BENZ K. Convective temperature fluctuations in liquid gallium in dependence on static and rotating magnetic fields [J]. *Crystal Research and Technology*, 1995, 30(8): 1135-1145.
- [16] GELFGAT Y, PRIEDE J, SORKIN M. Numerical simulation of MHD flow induced by magnetic field in a cylindrical container of finite length [C]// *Proceeding of the International Conference on Energy Transfer in MHD flows*, Cadarache, France. France: [s. n.], 1991:181-186.
- [17] WALKER J S, VOLZ M P, SZOFRAN F R, et al. Effects of a rotating magnetic field on gas transport during detached crystal growth in space [J]. *Journal of Materials Synthesis and Processing*, 2001, 9 (2): 73-81.
- [18] WALKER J S, WITKOWSKI L M, HOUCHEMS B C. Effects of a rotating magnetic field on the thermocapillary instability in the floating zone process [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2003, 252(1/3): 413-423.
- [19] BARZ R U, GERBETH G, WUNDERWALD U. Modeling of the isothermal melt flow due to rotating magnetic fields in crystal growth [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1997, 180: 410-421.
- [20] MONNER R, GERBETH G. Buoyant melt flows under the influence of steady and rotating magnetic fields [J]. *Journal of Crystal Growth*, 1999, 197(1/2): 341-354.
- [21] YILDIZ E, DOST S, YILDIZ M. A numerical simulation study for the effect of magnetic fields in liquid phase diffusion growth of SiGe single crystals [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2006, 291(2): 497-511.
- [22] ZENG Z, MIZUSEKI H, SHIMAMURA K, et al. Marangoni convection in model of floating zone under microgravity [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 229 (1/4): 601-604.
- [23] YAO L, ZENG Z, MIZUSEKI H, et al. Effects of rotating magnetic fields on thermocapillary flow: Comparison of the infinite and the Φ_1 - Φ_2 models [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2010, 49(12): 2413-2418.
- [24] CHEN C, ZENG Z, MIZUSEKI H. Thermocapillary convection of liquid bridge under axisymmetric magnetic fields [J]. *Materials Transactions*, 2008, 49 (11): 2566-2571.

(编辑 郑 浩)