

文章编号:1000-582X(2012)09-041-07

误差随机性对行星齿轮系传动精度的影响特性

王朝兵, 陈小安, 陈宏, 秦伟, 吴国洋

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要:针对行星齿轮系的精密传动特性要求,从几何学角度出发,综合考虑各构件加工和安装偏心误差、齿距偏差及齿厚偏差等随机误差成分,建立了多级传动误差耦合模型。从更符合实际规律的误差统计学角度根据蒙特卡罗法原理构造了模型中随机变量的概率过程。最后利用该方法对实例进行了模拟计算及统计分析,通过频谱分析找出了影响最大的误差因素。结果表明随机误差值的大小与系统传动误差成正比关系,误差初始相位的随机性主要倾向于减小系统传动误差。

关键词:行星齿轮;几何学;误差统计学;耦合模型;蒙特卡罗法

中图分类号:TH132.4

文献标志码:A

Influence of error's randomness on transmission accuracy of planetary gear

WANG Chaobing, CHEN Xiaolan, CHEN Hong, QIN Wei, WU Guoyang

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The coupling transmission error model of multistage planetary gear is developed according to precision transmission's requirement from a geometrical perspective, comprehensively considering eccentric error of the components in machining and assembling, deviation of pitch and deviation of tooth thickness. The work describes the stochastic process of the random variables in the model by Monte Carlo methods, which corresponds better with the law of error statistics. The coupling transmission error model of a material example is analyzed and simulated by the proposed method. Furthermore, the most influential error factors are figured out by spectral analysis. Thus, the results show that random error value is proportional to transmission error, and that the randomness of error's initial phase tends to reduce transmission error.

Key words: planetary gear; geometry; error statistics; coupling model; Monte Carlo methods

随着精密制造、航空航天、通讯导航等高新技术领域的发展,对行星齿轮系提出了既要实现精密传动又要传递重载荷的要求,因此探讨行星齿轮传动的精密传动特性具有重要意义。很长时间以来,行星齿轮系统传动精度研究主要集中在其几何精度或静态精度,如:Blanche等^[1-2]采用几何学方法研究了单

摆线轮的行星传动机构传动精度,推导出因加工误差和安装误差引起的齿隙计算公式,并利用CAD计算出齿隙、速度波动及扭振关系。日高照晃等^[3-4]采用质量弹簧等价模型方法对2K-V型摆线针轮传动机构的静态传动精度进行了研究。方宗德^[5]、Litvin等^[6]从重合度、齿廓修形及侧隙等方面讨论了齿轮

收稿日期:2012-04-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51075407);重庆市自然科学基金计划重点项目(CSTC,2009BA3020);中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS12110002);重庆市工业发展(产研专项)项目(10-CXY-13)

作者简介:王朝兵(1983-),男,重庆大学博士研究生,主要从事精密传动及控制方面的研究。

陈小安(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)xachen@cqu.edu.cn。

系统的传动误差及改善办法。沈允文等^[7-8]建立了行星轮系传动精度的非线性动力学模型,并进行了灵敏度分析。Li^[9]、Nagahatata 等^[10]等验证了加工误差和安装误差是行星齿轮系传动精度的主要影响因素,其中偏心类误差影响最大。Pears 等^[11-12]对行星齿轮系传动误差预测理论及方法进行了研究。王时龙等^[13]探讨了齿轮加工过程中的误差补偿问题。

以上关于行星齿轮系传动误差的研究以及在实际设计中大多选用许用公差极限偏差作为其误差值进行计算(下称最大偏差法),其结果偏向极端,与误差具有随机性的实际情况不相符,从而导致在设计时为满足传动精度要求可能不适当地提高了各构件的设计精度,进而导致制程难度增加和生产成本浪费。因此,有必要遵循误差统计学的规律从机构整体的角度系统地去研究行星齿轮系传动误差的传递转化和相互影响的规律,分析各误差分量对系统传动精度的影响,得到更为准确的误差预测,以分析行星齿轮系的精密传动特性。

1 行星齿轮系传动误差几何模型

1.1 误差来源

笔者研究的行星齿轮系主要考虑系统各构件的加工偏心误差、安装偏心误差和齿轮的齿距偏差、齿廓偏差及齿厚偏差等传动误差的主要成分,这些误差都具有随机性。齿轮的基节偏差、径向误差等因在国际标准中被废止而不予考虑^[14]。通过计算随机误差在内、外啮合线上的当量啮合误差,再转化为转角误差来建立传动误差模型并进行分析,以得到随机误差对系统传动精度的影响结果。

1.2 啮合线当量啮合误差

计算啮合线当量啮合误差时,系统以太阳轮中心为坐标原点,水平方向为 x 轴,且令第 1 个行星轮的中心初始位置位于 x 轴上,将啮合线当量啮合误差离开齿向方向作为正向。图 1 为计算当量啮合误差时偏心误差投影到啮合线的示意图,以太阳轮加工偏心误差(E_s, β_s)为例。

由图 1 及系统运转时的相对运动情况,得(E_s, β_s)的当量啮合误差为^[15]

$$e_{E_{si}} = -E_s \sin((\omega_s - \omega_c)t + \beta_s + \alpha_w - \varphi_i), \quad (1)$$

式中: E, β 为加工偏心误差及其初始相位; A, γ 为安装偏心误差及其初始相位; e 为啮合线当量啮合误差; ω 为转动构件角速度; α 为齿轮副啮合角; t 为时间; φ_i 为第 i 个行星轮相对于第 1 个行星轮的位置角, $\varphi_i = 2\pi(i-1)/N$, N 为行星轮数量;下标 s, pi, c, I 分别表示该值属于太阳轮、第 i 个行星轮、行星架

和内齿圈, w, n 分别表示该值属于外啮合和内啮合。

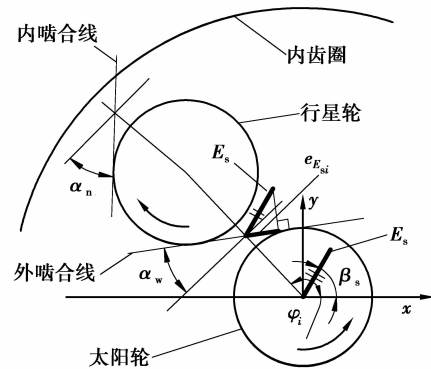


图 1 啮合线当量啮合误差示意图

同理,各构件计算公式如表 1。

表 1 中行星架的加工偏心误差包含于行星轮轴等的加工及安装偏心误差当中,故不重复考虑。

表 1 构件偏心误差及其啮合线当量啮合误差

偏心误差	啮合线当量啮合误差
(E_s, β_s)	$e_{E_{si}} = -E_s \sin((\omega_s - \omega_c)t + \beta_s + \alpha_w - \varphi_i)$
(E_{pi}, β_{pi})	$e_{wE_{pi}} = -E_{pi} \sin((\omega_p - \omega_c)t + \beta_{pi} + \alpha_w)$ $e_{nE_{pi}} = E_{pi} \sin((\omega_p - \omega_c)t + \beta_{pi} - \alpha_n)$
(E_c, β_c)	
(E_I, β_I)	$e_{E_{Ii}} = E_I \sin((\omega_I - \omega_c)t + \beta_I - \alpha_n - \varphi_i)$
(A_s, γ_s)	$e_{A_{si}} = -A_s \sin(-\omega_c t + \gamma_s + \alpha_w - \varphi_i)$
(A_{pi}, γ_{pi})	$e_{wA_{pi}} = A_{pi} \sin(\gamma_{pi} + \alpha_w)$ $e_{nA_{pi}} = A_{pi} \sin(\gamma_{pi} - \alpha_n)$
(A_c, γ_c)	$e_{wA_{ci}} = A_c \sin(-\omega_c t + \gamma_c + \alpha_w - \varphi_i)$ $e_{nA_{ci}} = A_c \sin(-\omega_c t + \gamma_c - \alpha_n - \varphi_i)$
(A_I, γ_I)	$e_{A_{Ii}} = A_I \sin(-\omega_c t + \gamma_I - \alpha_n - \varphi_i)$

齿距偏差、齿厚偏差及齿廓偏差等齿频误差三者有重合部分,不分别讨论,啮合线当量啮合误差合计为 f 。

综上,可得外、内啮合线上产生的当量累积啮合误差分别为

$$e_w = e_{E_{si}} + e_{wE_{pi}} + e_{A_{si}} + e_{wA_{pi}} + e_{wA_{ci}} + f_s + f_{pi}, \quad (2)$$

$$e_n = e_{E_{Ii}} + e_{nE_{pi}} + e_{A_{Ii}} + e_{nA_{pi}} + e_{nA_{ci}} + f_I + f_{pi}. \quad (3)$$

1.3 几何模型

如图 1 所示,规定齿轮逆时针转动为正向(与当量啮合误差正向相同),顺时针转动为反向。系统的

传动误差为实际转角与理论转角之差,数值为正指实际转角比理论转角大,反之则为小。

外、内啮合线当量累积啮合误差造成太阳轮传动误差(单位,rad)分别为

$$\Delta\theta_{ws} = \frac{e_w \cdot 10^{-3}}{r_{bs}} = \frac{1}{1\,000r_{bs}} \cdot e_w, \quad (4)$$

$$\Delta\theta_{ns} = \Delta\theta_{npi} \cdot i_{spi}^c = -\frac{i_{spi}^c}{1\,000r_{bpi}} \cdot e_n \circ \quad (5)$$

太阳轮转角误差

$$\Delta\theta_s = \Delta\theta_{ws} + \Delta\theta_{ns} = \frac{1}{1\,000r_{bs}} \cdot e_w - \frac{i_{spi}^c}{1\,000r_{bpi}} \cdot e_n \circ \quad (6)$$

太阳轮与行星架相对传动误差

$$\Delta\theta_{sc} = \theta_c - \frac{\theta_s}{i_{sc}} = \frac{1}{1\,000r_{bs}i_{sc}} \cdot e_w - \frac{i_{spi}^c}{1\,000r_{bpi}i_{sc}} \cdot e_n \circ \quad (7)$$

太阳轮与内齿圈相对传动误差

$$\Delta\theta_{sl} = \frac{1}{1\,000r_{bs}i_{sl}^c} \cdot e_w - \frac{i_{spi}^c}{1\,000r_{bpi}i_{sl}^c} \cdot e_n \circ \quad (8)$$

内齿圈与行星架相对传动误差

$$\Delta\theta_{lc} = \frac{1}{1\,000r_{bs}i_{sl}^c \cdot i_{lc}} \cdot e_w - \frac{i_{spi}^c}{1\,000r_{bpi}i_{sl}^c \cdot i_{lc}} \cdot e_n \circ \quad (9)$$

式(4)~(9)中: θ 为转角; $\Delta\theta$ 为转角误差; r_b 为基圆半径; i 为传动比。

式(6)~(9)有相同的形式,且 e_w 、 e_n 的系数皆为由传动比和基圆半径等组成的常数,分别设为 k_w 、 k_n ,则行星齿轮系传动误差耦合模型为

$$\Delta\theta = k_w e_w + k_n e_n = [k_w, k_n] \begin{bmatrix} e_w \\ e_n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

通过此模型,可得到行星齿轮系任一构件的传动误差;也可得到任一构件作为输入端,其余任一构件作为输出端的传动误差。

多级行星系统传动误差耦合模型为

$$\Delta\theta = \sum_{j=1}^n \frac{\Delta\theta_j}{i_{jm}} \quad (j=1,2,\dots,n). \quad (11)$$

2 传动误差的蒙特卡罗法分析

2.1 蒙特卡罗法思路

根据误差统计学原理,影响行星齿轮系传动精度的各项误差具有内在随机性,可认为是相互独立但服从不同概率分布的随机矢量。这个矢量由两个随机变量组成:模的大小即误差值,是满足给定传动精度要求下许用公差范围内的随机值;方向即误差初始相位,是传动转角许可范围内的随机值。这使得各项误差之间不是人为设定误差值及其初始相位后简单的

数值加减,而是随机矢量之间的耦合关系,可能相互叠加也可能相互抵消。因随机变量的概率分布是可知的,即可构造其概率过程,故根据蒙特卡罗法原理可以借助计算机的运算能力直接模拟这个随机过程进行采样,再将采样结果代入传动误差的数学模型进行计算,最后通过对该模型的大量模拟数据进行统计分析,从而得到系统传动误差的数值结果。

2.2 随机变量的概率分布

仍以 (E_s, β_s) 为例,随机变量为误差值 E_s 及其初始相位 β_s ,其中 β_s 在区间 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布,概率密度为

$$f(\beta_s) = \frac{1}{2\pi}, 0 \leq \beta_s \leq 2\pi. \quad (12)$$

E_s 的概率分布推导如下。

如图1中,偏心误差值 E_s 是随机变量, E_{sx} 、 E_{sy} 分别表示 E_s 水平和垂直方向分量, $|E_s| = \sqrt{E_{sx}^2 + E_{sy}^2}$ 。 E_{sx} 、 E_{sy} 相互独立且均服从同一正态分布,即 $E_{sx} \sim N(0, \sigma_0)$, $E_{sy} \sim N(0, \sigma_0)$ 。 E_s 的分布函数为

$$F(E_s) = P(E_{sx}, E_{sy} \in D) = \iint_D f(E_{sx}, E_{sy}) dE_{sx} dE_{sy}, \quad (13)$$

E_{sx} 、 E_{sy} 相互独立,有

$$f(E_{sx}, E_{sy}) = f(E_{sx}) \cdot f(E_{sy}) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{E_{sx}^2 + E_{sy}^2}{2\sigma_0^2}}, \quad (14)$$

则 E_s 的分布函数 $F(E_s) = 1 - e^{-\frac{E_s^2}{2\sigma_0^2}}$ ($E_s \geq 0$),求导得 E_s 的概率密度为

$$f(E_s) = \frac{E_s}{\sigma_0^2} e^{-\frac{E_s^2}{2\sigma_0^2}}, E_s \geq 0, \quad (15)$$

故偏心误差值 E_s 服从瑞利分布^[16]。理论上瑞利分布取值范围是无限的,而误差值的公差 T 是有限的,因此在公差范围内为截尾的瑞利分布,概率密度为

$$f(E_s) = \frac{E_s}{(1-q)\sigma_0^2} e^{-\frac{E_s^2}{2\sigma_0^2}}, (0 \leq E_s \leq T), \quad (16)$$

式中: q 为出现在公差范围外的概率; σ 为标准差。

按制程能力指标中上的加工工艺,一般取 $T = 2\sigma_0$,相当于在 $2\sigma_0$ 处截尾。

f 服从正态分布,在公差范围内为截尾的正态分布,且是对称的,概率密度为

$$g(f) = \frac{1}{(1-q)\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{f^2}{2\sigma^2}}, \left(-\frac{T}{2} \leq f \leq \frac{T}{2}\right). \quad (17)$$

同样按制程能力指标中上的加工工艺,一般取 $T = 3.2\sigma$,相当于在 $\pm 1.6\sigma$ 处截尾。

3 实例计算与分析

3.1 实例结构及尺寸参数

以 3 级串联 2K-H 型行星齿轮系减速机构为研究实例,结构如图 2。

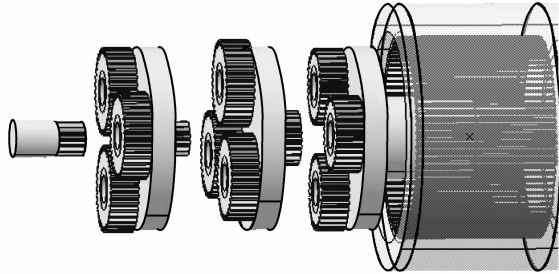


图 2 3 级串联 2K-H 型行星齿轮系模型

该机构第 I 级太阳轮为轮系输入端,第 I、II 级输出端行星架分别与第 II、III 级输入端太阳轮固定在一起,且作为轮系的浮动构件完全浮动,第 III 级行星架为轮系输出端,内齿圈固定在箱体上。

由于浮动构件完全浮动,不认为其存在安装偏心^[17],故第 I、II 级行星架及其行星轮和第 II、III 级太阳轮等均不考虑安装偏心误差。内齿圈作为基准故不存在安装偏心误差。各齿轮模数均为 1 mm,内、外啮合角均为 20°,其余尺寸及公差等参数见表 2。

表 2 行星齿轮系基本参数

级数	齿数 z	$r_b /$ mm	$T(E) /$ μm	$T(A) /$ μm	$T/2(f) /$ μm
第 I 级	s	12	5.638	13	8
	p	36	16.915	16	10
	I	84	39.467	21	13
	c				
第 II 级	s	12	5.638	13	8
	p	36	16.915	16	10
	I	84	39.467	21	13
	c				
第 III 级	s	21	9.867	16	10
	p	31	14.565	16	8
	I	84	39.467	21	13
	c			15	

3.2 随机误差采样及分析

设机构输入端转速为 $\omega_s = 20\pi \text{ rad/s}$, 则 $\omega_c = \frac{5}{2}\pi \text{ rad/s}$, $\omega_p = -\frac{20}{3}\pi \text{ rad/s}$, $\omega_1 = 0$, $\alpha_w = \alpha_n = \frac{\pi}{9}$,

$\varphi_i = 0$ (因为有完全浮动构件, 可认为均载性能良好, 3 个行星轮传动状态相同, 故取第 1 个行星齿轮), 利用蒙特卡罗法根据式 (12) 和 (16) 随机采样得 β_s 和 E_s , 代入式 (1), 可得系统运转过程中 $e_{F_{si}}$ 是随输入轴转角变化的幅值为 E_s 、角频率为 $-\frac{35}{2}\pi \text{ rad/s}$, 初相为 $\beta_s + \frac{2}{9}\pi$ 的正弦曲线, 如图 3 所示。

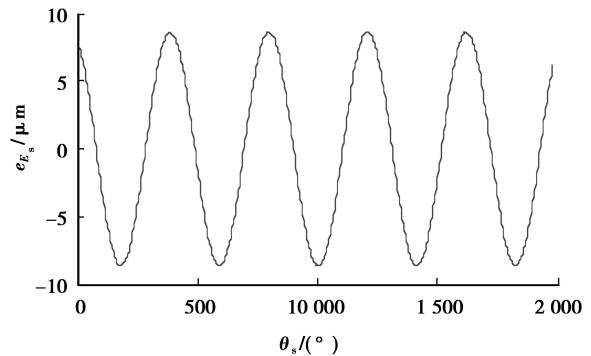


图 3 系统运转过程中 $e_{F_{si}}$ 的响应

同理可得 e_w 及 e_n 中其余误差项, 由式 (2) 和 (3) 得到 e_w 、 e_n , 如图 4 所示。

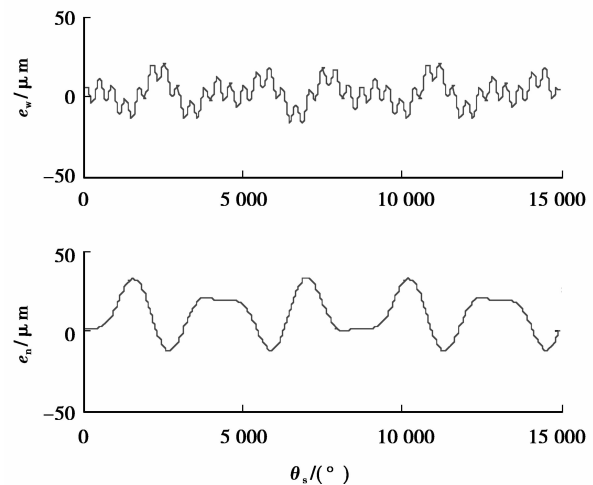


图 4 系统运转过程中 e_w 、 e_n 的响应

由于 e_w 、 e_n 中误差初始相位的随机性而使各正弦分量的初相各不相同及正弦分量角频率的差异, 使得误差间有不同程度的叠加或抵消关系, 这就是各项误差间的耦合关系, 故 e_w 、 e_n 及后文中转角误差等均是这种关系下的耦合结果。

由式 (6) 可得到太阳轮传动误差 $\Delta\theta_s$, 如图 5 所示。

由式 (7) 得到系统第 I 级传动误差如图 6 所示。

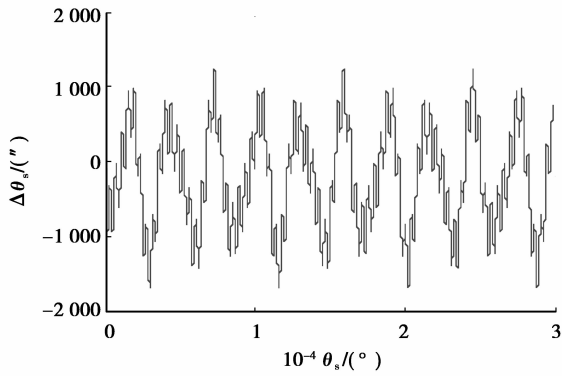


图5 太阳轮的传动误差响应

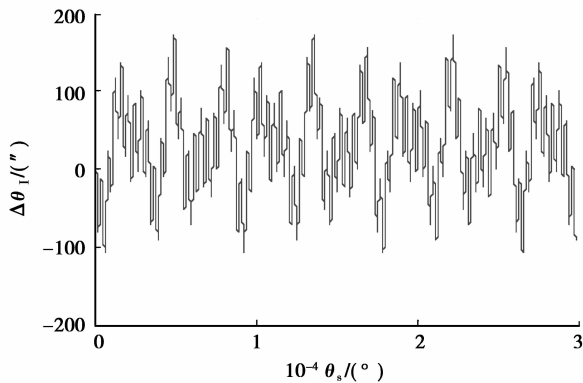


图6 第I级传动误差响应

同理,第II、第III级传动误差分别如图7、8所示。

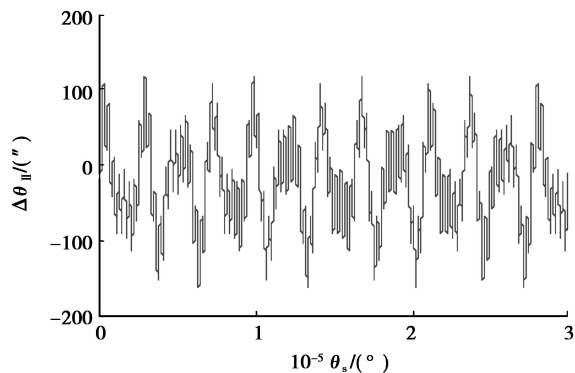


图7 第II级传动误差响应

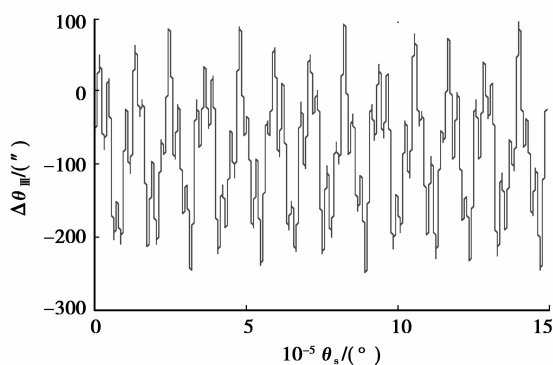


图8 第III级传动误差响应

对比分析图7~9并结合表2表明,由于各级误差分量构成及公差值相差不大,故3级的传动误差峰值比较接近。

由式(11)可得整个行星齿轮系减速机构的传动误差 $\Delta\theta$ 如图9所示。

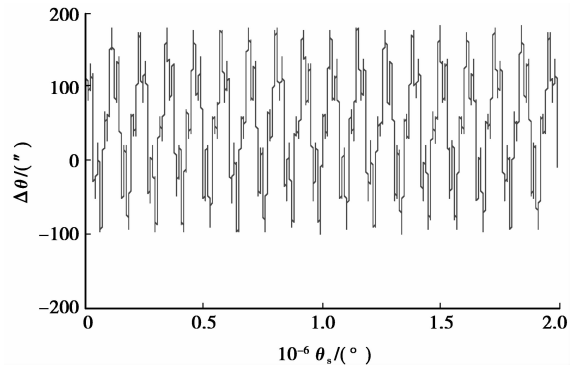


图9 系统传动误差响应

图9中由于传动比的关系, $\Delta\theta$ 主要来源于第III级行星机构,最大峰值为181ʹ,即运用蒙特卡罗法模拟计算出此次随机误差给系统传动精度带来的传动误差为181ʹ。

以上误差响应波形整体上呈周期性的正弦趋势,波形的繁简主要由不同角频率正弦分量的数量及相互之间的耦合情况决定。峰值的大小主要由各误差分量峰值及分量之间的耦合关系决定,如第III级传动中内齿圈加工偏心误差 e_{E_1} 与行星架安装偏心误差 e_{nA_c} 角频率相同, E_1 和 A_c 均为正值。初相之差(此处即随机值 $\beta_1 - \gamma_c$)决定了两者的耦合关系,耦合关系周期为 2π ,结果为 0 (或 2π)处叠加关系最强,耦合误差最大;结果为 π 处抵消关系最强,耦合误差最小。在 $[0, \pi]$ 上耦合关系由叠加逐渐转变为抵消;在 $[\pi, 2\pi]$ 上耦合关系由抵消逐渐转变为叠加。

3.3 传动误差模拟数据统计分析

运用蒙特卡罗法对 $\Delta\theta$ 随机采样5万次,每次取 $\Delta\theta$ 绝对值的最大值($\Delta\theta_{\max}$)进行统计分析,分布如图10所示。

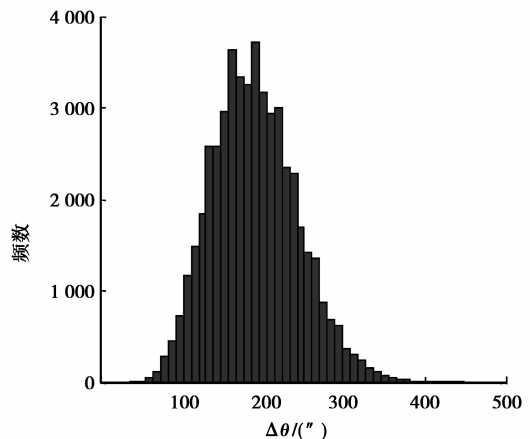


图10 蒙特卡罗法传动误差统计

图 10 中 $\Delta\theta_{\max}$ 最小值为 $42''$, 最大值为 $444''$, 数学期望为 $191''$, 标准差为 $53''$ 。取置信系数为 0.997 3, 则置信区间为 $[42'', 355'']$, 即运用蒙克卡洛法计算出系统传动误差在 $355''$ 内的概率为 99.73%。

若各项误差均取最大值, 初始相位给定且相同, 无随机变量, $\Delta\theta'_{\max}$ 随初始相位给定值的变化如图 11 所示。

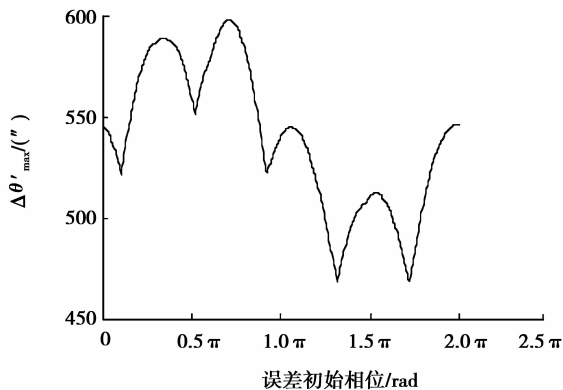


图 11 最大偏差法传动误差统计

图 11 中 $\Delta\theta'_{\max}$ 最小值为 $469''$, 最大值为 $598''$, 数学期望为 $539''$, 标准差为 $36''$ 。

若各项误差均取最大值, 初始相位随机, 对 $\Delta\theta$ 随机采样 5 万次, $\Delta\theta_{\max1}$ 的统计结果如图 12 所示。

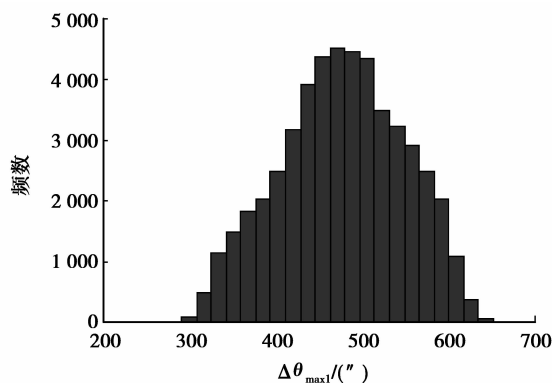


图 12 最大偏差、相位随机下传动误差统计

图 12 中 $\Delta\theta_{\max1}$ 最小值为 $300''$, 最大值为 $644''$, 数学期望为 $477''$, 标准差为 $71''$ 。取置信系数为 0.997 3, 则置信区间为 $[300'', 630'']$ 。

对比图 10 和图 11, 采用蒙特卡罗法得到的 $\Delta\theta_{\max}$ 比采用最大偏差法得到的 $\Delta\theta'_{\max}$ 数学期望相比小 $348''$, 且前者在 0.997 3 的置信系数下 $\Delta\theta_{\max}$ 最大值比后者 $\Delta\theta'_{\max}$ 最小值小 $114''$ 。

对比图 10 和图 12, 误差初始相位均随机, 误差值随机与误差值最大相比 $\Delta\theta_{\max}$ 的数学期望小 $286''$, 且标准差小 $18''$ 。

对比图 11 和图 12, 误差均取最大值, 误差初始相位随机状态下 $\Delta\theta_{\max1}$ 最大值比初始相位给定状态下 $\Delta\theta'_{\max}$ 最大值大 $46''$, 但最小值小 $169''$, 数学期望小 $62''$, 且前者数学期望和后者最小值接近。

多次对系统传动误差 $\Delta\theta$ 进行频谱分析, 结果相对一致, 如图 13 (为使图清晰, 对原有频率放大了 100 倍), 表明在内、外啮合线均有当量啮合误差且为相互叠加耦合关系的第 III 级行星架安装偏心误差对系统传动误差影响最大。

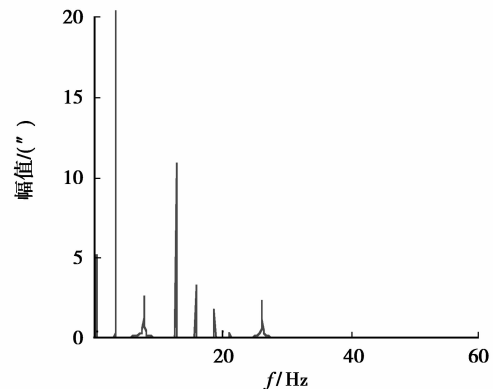


图 13 系统传动误差的频谱分析

分析以上对比结果说明, 误差随机性对行星齿轮系传动精度有较大影响。其中误差值的随机性对系统传动误差起决定性作用, 误差值的大小决定了系统传动误差数学期望的大小, 二者成正比例关系; 误差初始相位的随机性的作用体现在使误差间相互抵消的耦合关系远强于相互叠加的耦合关系, 即初始相位的随机性基本倾向于缩小系统的传动误差。

4 结 论

1) 利用蒙特卡罗法计算实例 3 级串联 2K-H 型行星齿轮系传动误差在置信系数为 0.997 3 下置信区间为 $[42'', 355'']$, 数学期望为 $191''$, 标准差为 $53''$, 即随机误差给系统传动精度带来的传动误差在 $3'$ 左右。

2) 利用蒙特卡罗法计算实例传动误差比利用最大偏差法得到的数学期望结果小 $348''$, 小 65% 左右。

3) 对系统传动误差影响最大的因素是内、外啮合线当量啮合误差相互叠加的第 III 级行星架安装偏心误差。

4) 各项误差的误差值及其初始相位的随机性对误差之间耦合关系及结果有重要影响, 其中误差值

的大小决定了系统传动误差数学期望的大小,初始相位的随机性有利于各项误差之间相互抵消的耦合关系。

以上结论对行星齿轮系传动设计中公差分配能起到指导作用,可以有效降低制造成本。根据统计学原理,随着系统随机变量数量的增加效果将更明显,更接近真实情况,所以本文建模及分析方法也适用于其他复杂齿轮传动系统。

参考文献:

- [1] Blanche J G, Yang D C H. Cycloid drives with machining tolerances [J]. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 1989, 111(9): 337-344.
- [2] Yang D C H, Blanche J G. Design and application guidelines for cycloid drives with machining tolerances[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 1990, 25(5):487-501.
- [3] 日高照晃,王宏猷,石田武.ほか.サイクロイド歯車を用いたK-H-V形遊星歯車装置の回転伝達誤差に開する研究(第1報,解析方法)[C]//日本機械学会論文集(C編),東京都:日本機械学会,1994,60(570):645-653.
- [4] 石田武,王宏猷,日高照晃.ほか.サイクロイド歯車を用いたK-H-V形遊星歯車装置の回転伝達誤差に開する研究(第2報,各種加工誤差、組立誤差が回転伝達誤差に及ぼす影響)[C]//日本機械学会論文集(C編).東京都:日本機械学会,1994,60(578):278-285.
- [5] 苏进展,方宗德,王祖兵.螺旋双曲面齿轮修形及啮合特性[J].*航空动力学报*,2011,26(6):1436-1440.
SU Jinzhan, FANG Zongde, WANG Zubin. Study on meshing characteristics of helipoid gears with surface modification[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(6):1436-1440.
- [6] Litvin F L, Gonzalezperez I, Fuentes A, et al. Topology of modified surfaces of involute helical gears with line contact developed for improvement of bearing contact, reduction of transmission errors, and stress analysis[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2005, 42: 1063-1078.
- [7] 韩林山,沈允文,董海军,等.2K-V型传动装置动态传动精度理论研究[J].*机械工程学报*,2007,43(6):81-86.
HAN Linshan, SHEN Yunwen, DONG Haijun, et al. Theoretical research on dynamic transmission accuracy for 2K-V-type drive[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*,2007,43(6):81-86.
- [8] 韩林山,武兰英,沈允文.2K-V型减速机传动精度的灵敏度分析[J].*机械科学与技术*,2010,29(10):1366-1369,1375.
HAN Linshan, WU Lanying, SHEN Yunwen. Sensitivity analysis of the transmission accuracy of a 2K-V-type reducer [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*,2010,29(10):1366-1369,1375.
- [9] Li S T. Effects of machining errors, assembly errors and tooth modifications on loading capacity, load-sharing ratio and transmission error of a pair of spur gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42(6): 698-726.
- [10] Nagahata D, Hendrix W, Anthonis J, et al. Reducing gear whine of a valtra continuous variable transmission [C] // VDI Berichte. Conference on Agricultural Engineering, November 6-7, 2009, Hannover, German. [S. l.]:VDI-MEG, 2009, 2060: 113-122.
- [11] Palmer D, Pears J, Smith A, et al. Design considerations of planetary system for transmission error prediction[C]// Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions, September 26-30,2006, Chongqing, China. Beijing:Science Press, 2006, 1/2: 880-889.
- [12] Pears J, Smith A, Curtis S. A software tool for the prediction of planetary gear transmission error [C] // Proceedings of the International Conference on Gears, September 14-16, 2005, Garching, Germany. [S. l.]: VDI Beriche 1904,2005: 357-372.
- [13] 王时龙,祁鹏,周杰,等.数控滚齿机热变形误差分析与补偿新方法[J].*重庆大学学报*,2011,34(3):13-17.
WANG Shilong, QI Peng, ZHOU Jie, et al. Thermal deformation error analysis and a novel compensation method for NC gear hobbing machine tools[J]. *Journal of Chongqing University*, 2011,34(3):13-17.
- [14] 成大先.机械设计手册(第3卷)[M].5版.北京:化学工业出版社,2008.
- [15] 日高照晃,山本信行,石田武.行星齿轮装置均载机构中的各种误差和载荷分配的关系[C]//日本机械学会论文集(C编).東京都:日本機械学会,1986,52(480):2200-2206.
- [16] 李纯甫.统计公差与机械精度[M].北京:机械工业出版社,1990.
- [17] 方宗德,沈允文,黄镇东.2K-H行星减速器的动态特性[J].*西北工业大学学报*,1990,8(4):361-371.
FANG Zongde, SHEN Yunwen, HUANG Zhendong. Analysis of dynamic behaviour of 2K-H planetary gearing [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*,1990,8(4):361-371.