

文章编号:1000-582X(2012)09-152-05

## 磁流变液在圆管内的压力驱动流动

黄 金<sup>1</sup>, 陈 松<sup>1,2a</sup>, 麻建坐<sup>2b</sup>

(1. 重庆理工大学 重庆汽车学院, 重庆 400054; 2. 重庆大学 a. 资源与环境科学学院; b. 机械工程学院, 重庆 400044)

**摘 要:** 用 Herschel-Bulkley 模型描述了磁流变液随外加磁场变化的流变行为; 基于动量方程, 分析了磁流变液在圆管内的压力驱动流动, 得到了流速和流量表达式, 为圆管磁流变器件的设计提供了理论依据。研究表明: 磁流变液具有粘性和粘塑性流体特性; 磁流变液在圆管内的流动呈粘塑性流动; 流速沿磁场方向分段呈现抛物线和等速直线分布; 流量可由外加磁场连续调节。

**关键词:** 磁流变液; 压力驱动流动; 流速分布; 体积流量

中图分类号: O338; TB381

文献标志码: A

## Pressure driven flow of the MR fluids in the cylindrical pipe

HUANG Jin<sup>1</sup>, CHEN Song<sup>1,2a</sup>, MA Jianzuo<sup>2b</sup>

(1. Chongqing Automobile College, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China;  
2a. College of Resource and Environmental Science; 2b. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Herschel-Bulkley model is used to describe rheological behavior of the Magnetorheological (MR) fluids subject to an applied magnetic field. Based on momentum equation, the effect of the applied magnetic field on the pressure driven flow of the MR fluids in the cylindrical pipe is analyzed theoretically. The expressions for the velocity and the volumetric flow rate in viscoplastic flow are derived to provide a theoretical foundation for the design of cylindrical pipe MR devices. The results indicate the MR fluids have the properties of both viscosity and viscoplasticity. The flow of the MR fluids in the cylindrical pipe exhibits viscoplastic flow behavior. The velocity exhibits the distributions of both parabolic curve and straight line with the magnetic field direction. The volumetric flow rate can be continuously adjusted by an external magnetic field.

**Key words:** MR fluids; pressure driven flow; velocity distribution; volumetric flow rate

磁流变液(Magnetorheological fluids)是可磁极化的固体微颗粒在基液中形成的悬浮液,其流变特性可由外加磁场连续控制。当不加磁场时,磁流变液表现出类似牛顿流体的行为;当有外加磁场时,其流动表现出粘塑性体行为,具有粘性和塑性特性。基于磁流变液的这些力学特性,它们能用于外加磁场控制的器件。

目前,国内外对磁流变液在器件中的流动已进行了深入研究,如 Huang 等<sup>[1]</sup>分析了磁流变液在圆筒式制动器中的剪切流动,建立了磁流变液传递转矩及在两圆筒间的间隙方程;司鹤等<sup>[2]</sup>进行了磁流变阻尼器管道流动特性研究,建立了描述磁流变液流动的力学场和电磁场耦合的流体动力学基本方程组;王可利等<sup>[3]</sup>研究了磁流变液在阻尼器中的流动,

收稿日期:2012-04-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175532);重庆市科委自然科学基金计划资助重点项目(CSTC, 2011BA4028)

作者简介:黄金(1964-),男,教授,博士,主要从事功能材料及应用方面的研究,(E-mail)jhuangcq@163.com。

并进行了实验分析;Whiteley J等<sup>[4]</sup>研究了磁流变液在不同管径和粗糙度微管内的流动;Nick等<sup>[5]</sup>研究了磁流变液在微管内的流动,建立了流动仿真模型,结果表明,选择恰当的励磁线圈能控制微管内磁流变液的流动;Ram等<sup>[6]</sup>研究了流体在微圆管中流动的粘滞效应;Afonso等<sup>[7]</sup>研究了粘弹性流体在微管内的压力驱动流动,得到了粘弹性流体在微管内流动的解析解法;Shahidian. A等<sup>[8]</sup>研究了非牛顿流体在泵中的流动;Peter等<sup>[9]</sup>研究了塑性流体的轴向环形流动,得到了剪切应力及屈服应力变化曲线;Wang等<sup>[10]</sup>研究了磁流变液在高剪切速率下的流动,得到了不同磁场强度作用下磁流变液的表观粘度和静动态剪切应力;Yannis等<sup>[11]</sup>对磁流变液的流动作了仿真研究;李海涛等<sup>[12]</sup>对基于偶极子理论的磁流变液链化机理模拟进行了研究;Peters F等<sup>[13]</sup>研究了微极性流体在矩形管内的流动,对流体在矩形管内的速度分布特性进行了分析;Huang等<sup>[14]</sup>分析了磁流变液在磁流变阀中的粘塑性流动,建立了流量方程;Yong等<sup>[15]</sup>研究了在滑动边界条件下,牛顿流体在微管中的压力驱动瞬态流动;Fethi Kamışlı<sup>[16]</sup>研究了非牛顿流体在裂缝中的压力驱动流动。

为了理解在外加磁场作用下磁流变液在圆管内的流动本质,笔者考虑屈服与未屈服分界面随磁场的变化,建立了磁流变液在圆管内的压力驱动流动方程,得到了流量表达式,为磁流变液压力驱动器件的关键几何尺寸设计提供理论依据。

## 1 磁流变液的流变特性

不加磁场时,多数磁流变液表现出类似牛顿流体行为;其本构方程可以描述为<sup>[17]</sup>

$$\tau = \phi(T)\dot{\gamma}, \quad (1)$$

式中: $\tau$ 是磁流变液的剪切应力, $\phi(T)$ 为磁流变液的粘度,它受温度 $T$ 的影响, $\dot{\gamma}$ 是磁流变液的剪切应变率。

外加磁场时,可用 Herschel-Bulkley 模型<sup>[18]</sup>来描述磁流变液的流变行为

$$\begin{cases} \tau = \tau_y(B) + \phi(T)\dot{\gamma}^n & \tau \geq \tau_y(B) \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau < \tau_y(B) \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\tau_y(B)$ 是磁流变液的动态屈服应力,它随外加磁感应强度 $B$ 变化, $n$ 为常数。

图1表示了磁流变液材料 Basonetic® 2040 的剪切应力随磁场强度和剪应变率变化的曲线<sup>[19]</sup>。从图1可以看出,当剪应变率 $\dot{\gamma} = 10\,000\text{ s}^{-1}$ ,磁感应强度 $B$ 分别为0、0.35、0.6 T时,屈服应力分别为0、

7.83、16.24 kPa。当固定磁场强度(如 $B = 0.35\text{ T}$ ),剪切应变率分别为10 000、20 000、25 000  $\text{s}^{-1}$ 时,剪切应力分别为12.32、14.13、15.02 kPa。这表明剪切应力随外加磁场强度的增加而迅速增大,随剪切应变率变化相对较小。

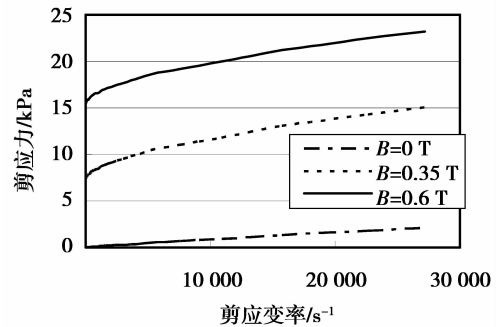


图1 不同磁场下剪应力与剪应变率的关系曲线

## 2 流动分析

磁流变液在内外半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ 的圆筒中的流动如图2所示。假设 $h = R_2 - R_1 \ll R_1$ ,则磁流变液在两固定圆筒间的流动的动量方程可简化为

$$\frac{d\tau_{rz}}{dr} = \frac{dp}{dz}, \quad (3)$$

式中: $\tau_{rz}$ 为剪切应力, $\frac{dp}{dz}$ 为 $z$ 方向的压力梯度。

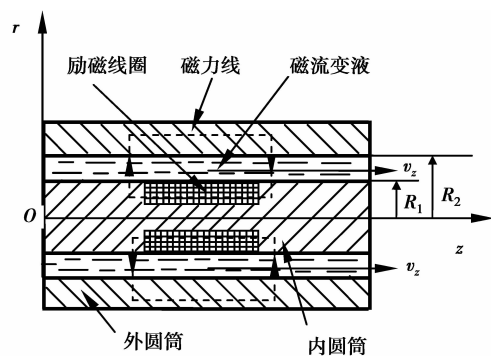


图2 磁流变液在圆管中的流动

为了得到磁流变液在圆管中的流动方程,假设:磁流变液是不可压缩流体,稳态流动,在径向和周向没有流动,采用圆柱坐标系 $(r, \theta, z)$ ,其流速分布为

$$v_r = 0, v_\theta = 0, v_z = v_z(r), \quad (4)$$

式中: $v_r, v_\theta$ 和 $v_z$ 为磁流变液沿 $r, \theta$ 和 $z$ 方向的速度。

积分式(3)得

$$\tau_{rz} = -mr + c_1, \quad (5)$$

式中  $m = -\frac{dp}{dz}$ ,  $c_1$  是积分常数。

无外加磁场作用时,磁流变液表现为牛顿流体。将式(1)代入式(5)得

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{-mr}{\phi(T)} + \frac{c_1}{\phi(T)}. \quad (6)$$

再对式(6)积分

$$v_z = -m \frac{r^2}{2\phi(T)} + \frac{c_1}{\phi(T)}r + c_2. \quad (7)$$

当  $r=R_1$  时,  $v_z=0$ , 当  $r=R_2$  时,  $v_z=0$ , 代入式(7)可确定常数  $c_1$  和  $c_2$ 。于是无磁场作用时的流速方程为

$$v_z = -\frac{mr^2}{2\phi(T)} + \frac{m(R_1+R_2)r}{2\phi(T)} - \frac{mR_1R_2}{2\phi(T)}. \quad (8)$$

流速的分布如图 3(a) 所示。

在外加磁场作用下,磁流变液表现为粘塑性流体,根据磁流变液屈服特点,把  $|\tau_{rz}| = \tau_y(B)$  处定义为流体屈服和未屈服的分界面。如图 3(b) 所示,在区域  $R_1 \leq r \leq r_{y1}$  和  $r_{y2} \leq r \leq R_2$ , 流体被屈服,作剪切流动;在区域  $r_{y1} \leq r \leq r_{y2}$ , 流体未屈服,像刚体一样运动。

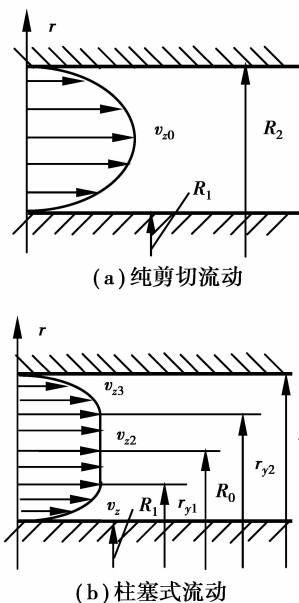


图 3 磁流变液在圆管中的速度分布

在  $r=r_{y1}$  和  $r=r_{y2}$  处,  $\tau_{rz} = \tau_y(B)$ , 流体屈服和未屈服分界处的坐标为

$$r_{y1} = R_0 - \frac{\tau_y(B)}{m}, r_{y2} = R_0 + \frac{\tau_y(B)}{m}, \quad (9)$$

式中,  $R_0 = (R_2 + R_1)/2$ 。

将式(2)代入式(5)得磁流变液在外加磁场作用下的流动微分方程为

$$\frac{dv_z}{dr} = \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{c_1 - \tau_y(B)}{\phi(T)} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (10)$$

积分式(10)得

$$v_z = -\frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{c_1 - \tau_y(B)}{\phi(T)} \right)^{\frac{1+n}{n}} + c_2. \quad (11)$$

在剪切屈服流动区域  $R_1 \leq r \leq r_{y1}$ , 应用边界条件: 当  $r=R_1$  时  $v_z=0$  以及当  $r=r_{y1}$  时  $\frac{dv_z}{dr}=0$ , 确定流速方程为

$$v_{z1} = -\frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{m}{\phi(T)}r_{y1} \right)^{\frac{1+n}{n}} + \frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_1 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y1} \right)^{\frac{1+n}{n}}. \quad (12)$$

在未屈服区域  $r_{y1} \leq r \leq r_{y2}$ , 应用边界条件: 当  $r=r_{y1}$  时,  $v_z = v_{z1}$ , 确定流速方程为

$$v_{z2} = \frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_1 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y1} \right)^{\frac{1+n}{n}}. \quad (13)$$

类似地确定在剪切屈服流动区域  $r_{y2} \leq r \leq R_2$  的流速方程为

$$v_{z3} = -\frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{m}{\phi(T)}r_{y2} \right)^{\frac{1+n}{n}} + \frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_2 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y2} \right)^{\frac{1+n}{n}}. \quad (14)$$

对流速  $v_z$  进行积分, 得体积流量为

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3, \quad (15)$$

式中,  $Q_1$ 、 $Q_2$  和  $Q_3$  分别为

$$\begin{aligned} Q_1 &= \int_{R_1}^{r_{y1}} 2\pi r v_{z1} dr = \\ &= 2\pi \int_{R_1}^{r_{y1}} r \frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{m}{\phi(T)}r_{y1} \right)^{\frac{1+n}{n}} dr + \\ &= \frac{\phi(T)\pi(r_{y1}^2 - R_1^2)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_1 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y1} \right)^{\frac{1+n}{n}}, \\ Q_2 &= \int_{r_{y1}}^{r_{y2}} 2\pi r v_{z2} dr = \\ &= \frac{\phi(T)\pi(r_{y2}^2 - r_{y1}^2)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_1 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y2} \right)^{\frac{1+n}{n}}, \\ Q_3 &= \int_{r_{y2}}^{R_2} 2\pi r v_{z3} dr = \\ &= 2\pi \int_{r_{y2}}^{R_2} r \frac{\phi(T)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}r + \frac{m}{\phi(T)}r_{y2} \right)^{\frac{1+n}{n}} dr + \\ &= \frac{\phi(T)\pi(R_2^2 - r_{y2}^2)}{m} \frac{n}{1+n} \left( \frac{-m}{\phi(T)}R_2 + \frac{m}{\phi(T)}r_{y2} \right)^{\frac{1+n}{n}}. \end{aligned}$$

下面分析计算中假设给定参数:  $R_1 = 15$  mm,  $R_2 = 15.5$  mm,  $m = 0.15$  MPa。磁流变液材料采用

Basonetic® 2040<sup>[19]</sup>,其动态屈服应力与外加磁场强度的关系如图4所示,指数 $n$ 和粘度 $\phi(T)$ 分别为 $n=0.93$ , $\phi(T)=143e^{-0.0143T}$ 。

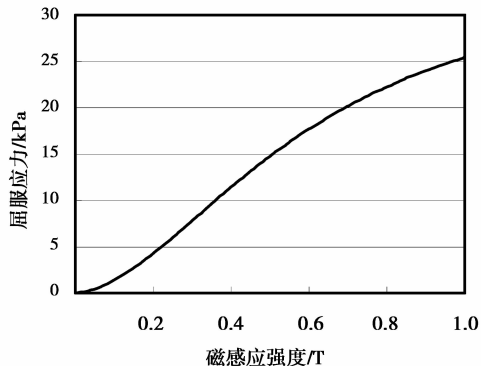


图4 屈服应力与磁感应强度的关系

圆管内磁流变液屈服和未屈服的分界面位置随外加磁场的变化情况如图5所示。图中 $Y$ 表示分界面位置距内筒表面的位置, $Y=r_{y_1}-R_1$ ,当分别施加不同的磁感应强度0.2、0.4、0.6 T时,屈服和未屈服的分界面位置距内筒表面的尺寸分别为0.221、0.174、0.131 mm。这表明随着外加磁感应强度的增加,分界面位置明显向圆管表面靠近,未屈服区域变大,屈服区域变小。

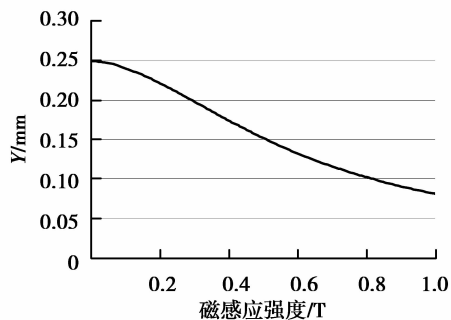


图5 不同磁感应强度下圆管中屈服厚度的变化

在不同磁感应强度作用下,圆管内磁流变液的轴向速度分布如图6所示。假设温度 $T=313$  K保持恒定不变。零磁场时,速度呈抛物线分布,相当于牛顿流体的情况,不存在未屈服区域;磁感应强度为0.4 T时,在距离圆筒表面0.174 mm处流速剖面变成一条直线,其移动速度为1.73 mm/s。并且随着外加磁感应强度的增加,未屈服区域增大。

图7表示了外加磁场对流量的影响。假设温度 $T=313$  K保持恒定不变。在零磁场时,流量为0.226 cc/s( $1 \text{ cc}=10^{-6} \text{ m}^3$ );当外加磁场分别为0.4 T、0.6 T和0.8 T时,流量分别为0.122 cc/s、

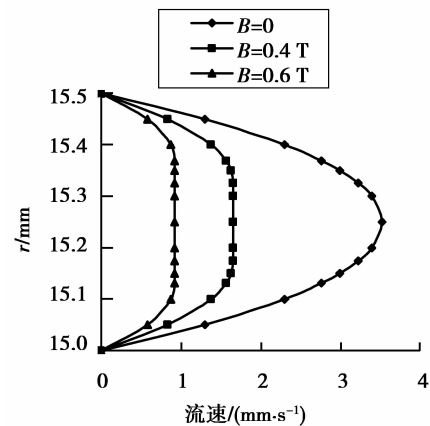


图6 不同磁感应强度下磁流变液在圆管中的速度分布

0.072 cc/s和0.044 cc/s。这表明,流量可由外加磁场连续调控。

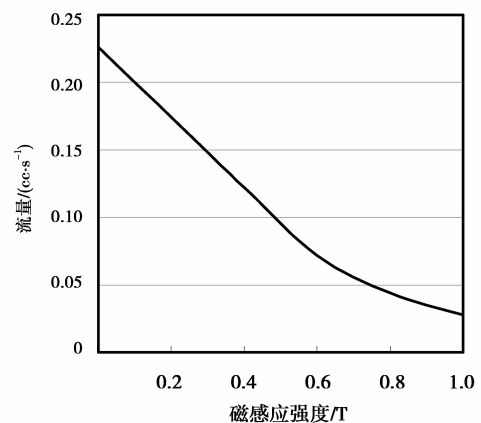


图7 圆管中磁流变液的流量与磁感应强度的关系

### 3 结论

1)磁流变液在压力驱动下,在圆管内呈粘塑性流动。无磁场作用时,磁流变液作粘性流动,流速呈抛物线分布;在磁场作用下,磁流变液作粘塑性流动,在屈服区域,流速呈抛物线分布;在未屈服区域,流速呈等速直线分布。

2)屈服与未屈服分界面位置随着外加磁场的变化而变化,磁场增加分界面位置明显向圆管表面靠近,未屈服区域变大,屈服区域变小,塞流区域增大。

3)磁流变液在圆管内的压力驱动下,流量可由外加磁场连续调控。

#### 参考文献:

- [1] Huang J, Zhang J Q, Yang Y, et al. Analysis and design of a cylindrical magneto-rheological fluid brake[J]. Journal

- of Materials Processing Technology, 2002, 129(1/2/3): 559-562.
- [2] 司鹤, 李晓红. 磁流变阻尼器管道流动特性研究[J]. 功能材料, 2006, 37(5): 831-832.
- SI Hu, LI Xiaohong. Flow property for magnetorheological dampers[J]. Journal of Functional Materials, 2006, 37(5): 831-832.
- [3] 王可利, 陈伟民, 唐旭东. 汽车磁流变液阻尼器特性分析与实验[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2006, 29(4): 34-37.
- WANG Keli, CHEN Weimin, TANG Xudong. Analytical and experimental study on performances of MR fluid dampers employing plates channel mode[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2006, 29(4): 34-37.
- [4] Whiteley J, Gordaninejad F, Wang X J. Magnetorheological fluid flow in microchannels [J]. Journal of Applied Mechanics, 2010, 77(4): 041011-041021.
- [5] Bruno N M, Ciocanel C, Kipple A. Modeling flow of magnetorheological fluid through a micro-channel [C] // The COMSOL Conference. Boston: [s. n.], 2009.
- [6] Bharti R P, Harvie D J E, Davidson M R. Electroviscous effects in steady fully developed flow of a power-law liquid through a cylindrical microchannel[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2009, 30(4): 804-811.
- [7] Afonso A M, Alves M A, Pinho F T. Analytical solution of mixed electro-osmotic/pressure driven flows of viscoelastic fluids in microchannels[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 200, 159(1/2/3): 50-63.
- [8] Brunn P O, Abu-Jdayil B. Axial annular flow of plastic fluids; dead zones and plug-free flow [J]. Rheol Acta, 2007, 46(4): 449-454.
- [9] Shahidian A, Ghassemi M, Khorasanizade. S, et al. Flow analysis of non-Newtonian blood in a magnetohydrodynamic pump[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(6): 2667-2670.
- [10] Wang X J, Gordaninejad F. Study of magnetorheological fluids at high shear rates[J]. Rheol Acta, 2006, 45(6): 899-908.
- [11] Pappas Y, Klingenberg D J. Simulations of magnetorheological suspensions in Poiseuille flow [J]. Rheol Acta, 2006, 45(5): 621-629.
- [12] 李海涛, 彭向和, 黄尚廉. 基于偶极子理论的磁流变液链化机理模拟研究[J]. 功能材料, 2008, 39(6): 902-904.
- LI Haitao, PENG Xianghe, HUANG Shanglian. Study on the chain-formation mechanism of magnetorheological fluids based on dipole theory[J]. Journal of Functional Materials, 2008, 39(6): 902-904.
- [13] François P, Lobry L, Lemaire E. Pressure-driven flow of a micro-polar fluid; measurement of the velocity profile [J]. Journal of Rheology, 2010, 54(2): 311-325.
- [14] Huang J, He J M, Zhang J Q. Viscoplastic flow of the MR fluid in a cylindrical valve[J]. Key Engineering Materials, 2004(274/275/276): 969-974.
- [15] Wu Y H, Wiwatanapataphee B, Hu M. Pressure-driven transient flows of Newtonian fluids through microtubes with slip boundary [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2008, 387(24): 5979-5990.
- [16] Kamli F. Pressure-driven laminar flow of a non-Newtonian fluid in a slit with wall suction or injection[J]. Chemical Engineering and Processing, 2008, 47(4): 585-595.
- [17] Carlson J D, Jolly M R. MR fluid, foam and elastomer devices[J]. Mechatronics, 2000, 10(4/5): 555-569.
- [18] W H Herschel, R Bulkley. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzol-Lösungen, Kolloid-Z[J]. 1926, 26(2): 621-633.
- [19] Basf S E. Magnetorheological Fluid Basonetic® 2040[R]. Ludwigshafen: BA SF Corporation, 2008 [2012-03-21]. <http://www.inorganics.basf.com>.

(编辑 郑洁)