

文章编号: 1000-582X(2012)11-021-07

基于啮合理论的双导程 ZN 型蜗杆副精确建模

舒林森¹, 曹华军¹, 许磊¹, 李智勇²

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆机床(集团)有限责任公司, 重庆 400055)

摘要:蜗杆副精确建模是蜗杆副计算机辅助分析的重要环节, 所建模型精度直接影响后续 CAE 分析的准确性。针对这一问题, 提出一种基于啮合理论的双导程 ZN 型蜗杆副精确建模方法。首先分析双导程 ZN 型蜗杆副加工成形原理及特点, 给出该蜗杆副几何特征的数学方程, 再通过 NURBS 曲面插值建立蜗杆副工作齿面及边界曲面, 最后由曲面修剪缝合生成双导程 ZN 型蜗杆副实体模型。工作齿面偏差分析表明, 采用该方法所建立的双导程 ZN 蜗杆副模型偏差极小, 能满足后续计算机辅助分析的要求, 为蜗轮类复杂结构设计提供一种新思路。

关键词: 精确建模; 啮合理论; 双导程; ZN 型蜗杆副; 曲面插值

中图分类号: TH132.4

文献标志码: A

Exact solid-modeling of double pitch ZN-type worm gears based on meshing theory

SHU Linsen¹, CAO Huajun¹, XU Lei¹, LI Zhiyong²

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Chongqing Machine Tool (Group) Co., Ltd, Chongqing 400055, China)

Abstract: Exact solid-modeling of worm gears is very important for computer aided analysis, the model precision directly influences the accuracy of the subsequent CAE analysis. Aimed at the problem, a method for exact solid-modeling of double pitch ZN-type worm gears is presented based on meshing theory. Firstly, the paper analyzes the forming principle and characteristics of double pitch ZN-type worm gears and then deduces the mathematical equations of double pitch ZN-type worm gear; secondly, gear tooth working surface and boundary surfaces of worm gears are reconstructed by NURBS surface interpolation; finally, the three dimensional solid model of double pitch ZN-type worm gears is generated by trimming and stitching the surface. Error analysis shows that the geometric error of double pitch ZN-type worm gears established by this method is minimal, and it can meet the requirements of the subsequent CAE analysis, and proposes a new thought for the complex structure design of worm gears.

Key words: exact solid-modeling; meshing theory; double pitch; ZN-type worm gears; surface interpolation

双导程 ZN 型蜗杆副传动具有结构紧凑、传动比大、精度高、承载能力强、啮合齿数多、齿侧间隙多次可调、正反转无冲击及易于磨削加工等显著优点, 在齿轮

加工机床的分度机构中应用非常广泛。其实体建模是后续结构参数优化设计、运动学仿真分析、动力学分析、啮合特性分析、可靠性分析及数控加工的重要环节。

收稿日期: 2012-06-27

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2011CB013400); “十二五”国家科技支撑计划项目(2011BAF11B09); 教育部博士点基金项目(20110191110005)

作者简介: 舒林森(1982-), 男, 重庆大学博士研究生, 主要从事再制造研究。

曹华军(联系人), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, (E-mail) hjcao@cqu.edu.cn.

若直接用三维软件建立双导程 ZN 型蜗杆副的简化模型,又存在齿面误差大、干涉明显、理论依据不足等问题,难以满足后续分析和工程实际的要求。因此,亟需建立符合啮合原理的双导程 ZN 型蜗杆副精确模型为 CAE 分析以及工艺设计等提供信息支撑。

近年来,学者们在蜗轮蜗杆方面展开了深入研究:台湾工业技术研究院方宏馨等^[1]基于切削原理推导 ZN 型蜗杆螺旋面、蜗轮工作齿面的数学方程,并分析了所建蜗杆副模型的接触误差与传动误差;台湾国立交通大学陈宽裕等^[2]基于 ZN 型包络环面蜗杆副产生机理推导蜗杆数学方程、啮合方程、蜗轮工作齿面方程,并建立了数字化模型;陈伟良等^[3]对不同啮合状态下滚切加工的深齿蜗轮啮合方程、齿面方程及实体模型等进行了研究;Liu 等^[4]推导了砂轮加工的 ZK 型蜗杆数学模型和直边飞刀加工的蜗轮数学模型;候力等^[5]基于面向对象的方法研究了圆柱蜗杆副和环面蜗杆副的成形原理及啮合函数;Simon 等^[6]对锥形砂轮磨削加工的蜗杆齿面数学模型与蜗杆滚刀加工的蜗轮齿面数学模型进行了推导;李立新等^[7]提出了一种基于 B 样条曲面插值反求 ZA 型蜗轮齿面的建模方法;Litvin 等^[8]基于克林根贝格制齿原理研究了蜗轮蜗杆特征齿面的产生原理与数学方程;张彦钦等^[9-10]基于包络环面蜗杆副关键齿面数学方程建立了环面蜗杆副实体模型。上述文献重点研究了 ZN、ZA、ZK 及普通圆柱蜗杆

副的齿面数学方程及实体建模,然而关于齿轮加工机床分度双导程 ZN 型蜗杆副建模的研究报道甚少,由于双导程蜗杆副具有独特的啮合特性,其精确建模问题尚未得到较好的解决。

鉴于此,笔者在分析双导程 ZN 型蜗杆副成形原理及特点的基础上,对双导程 ZN 型蜗杆副齿面及边界进行较完整的数学描述;提出基于双三次 NURBS 曲面插值的双导程蜗杆副精确建模方法,进而建立符合后续分析的精确模型。

1 双导程 ZN 型蜗杆副数学模型

1.1 双导程 ZN 型蜗杆副成形原理及特点

双导程 ZN 型蜗杆由安装在垂直于齿槽中点分度螺旋线上的直边刃车刀车削而成,与一般蜗杆成形方法不同的是车削完左齿面后须将蜗杆掉头装夹,再用另一刃倾角车刀加工右齿面,其配对蜗轮由参数完全等同于蜗杆的滚刀加工而成。双导程 ZN 型蜗杆副相当于两套蜗杆副且具有如下特点:1) 双导程蜗杆副的啮合原理与普通圆柱蜗杆副相同,在蜗轮中心平面的剖切面上相当于齿轮齿条传动;2) 存在左右两个不等导程且同名齿侧导程相等,左右齿面模数不同且不等于公称模数;3) 齿槽和齿厚沿轴线方向逐渐变化;4) 蜗轮蜗杆啮合传动时,存在左右两个节圆;5) 该蜗杆副也不同于普通变位蜗杆副,啮合传动时的中心距 A 始终保持不变,如图 1 所示。

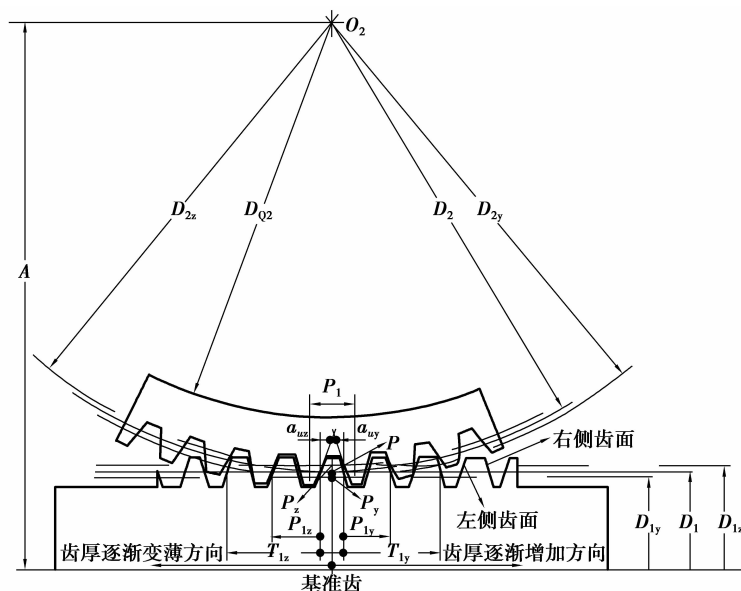


图 1 双头双导程 ZN 型蜗杆副中间平面的传动示意图

1.2 双导程 ZN 型蜗杆齿面及边界数学描述

双导程 ZN 型蜗杆实体特征由螺旋齿面(左齿面 III 和右齿面 IV)与边界曲面(齿根环面 I、齿顶环面 II、轴向左端面 V 和右端面 VI 等)组成,如图 2 所示。

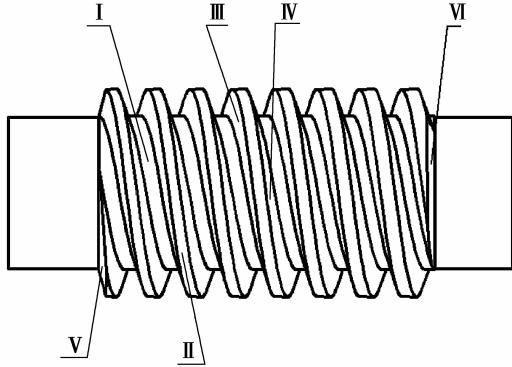


图 2 双导程 ZN 型蜗杆实体示意图

1) 蜗杆齿面特征的数学描述。

双导程 ZN 型蜗杆齿面特征由左侧螺旋齿面 III 和右侧螺旋齿面 IV 组成,这两个齿面是基于 1.1 节中的形成原理车制而成,此处直接给出蜗杆坐标系 $\sigma_1(O_1; X_1, Y_1, Z_1)$ 中的齿面方程^[11]:

$$\begin{cases} \rho = (r_g \tan a_u - s_p) \sin \lambda / \sqrt{1 + \tan^2 a_u \sin^2 \lambda}, \\ \delta = \arcsin(\sin a_u \cos \lambda), \\ p = r_g \tan \lambda, \\ x_1 = \rho \cos \varphi_u + u \cos \delta \sin \varphi_u, \\ y_1 = \rho \cos \varphi_u + u \cos \delta \sin \varphi_u, \\ z_1 = p \varphi_u - u \sin \delta. \end{cases} \quad (1)$$

式中: ρ 为蜗杆导圆柱半径; r_g 为螺旋齿面分度圆半径; a_u 为车刀直边切削刃倾角 ($a_u = a_{uz}$ 时表示左齿面、 $a_u = a_{uy}$ 时表示右齿面); s_p 为蜗杆分度圆处车刀齿厚; λ 为分度圆柱上螺旋线升角 ($\lambda = \lambda_z$ 时表示左导程、 $\lambda = \lambda_y$ 时表示右导程); δ 为车刀直边切削刃延长线与蜗杆轴线的垂直平面之间的夹角; p 为蜗杆螺旋齿面导程参数; φ_u 为刀具坐标 $\sigma_u(o_u; x_u, y_u, z_u)$ 相对蜗杆坐标系 $\sigma_1(o_1; x_1, y_1, z_1)$ 绕 k_1 轴的转角; u 为直边切削刃车刀的刃口参数; 蜗杆齿面方程(1)中常数参数 r_g 、 a_u 、 s_p 、 λ 和推导参数 ρ 、 δ 、 p 都取决于刀具几何及其安装角度,参数 u 和 φ_u 为蜗杆齿面方程的自变量,故方程(1)可简化为: $f_1 = \mathbf{r}(u, \varphi_u)$ 。当 u

变化时,蜗杆齿面上的点沿刀具与蜗杆螺旋齿面的接触线方向变化;当 φ_u 变化时,蜗杆齿面上的点沿蜗杆齿面螺旋线方向变化。当 u 和 φ_u 都固定,则 f_1 表示蜗杆齿面螺旋线上的某一确定数据点 $P(x_1, y_1, z_1)$ 。

2) 蜗杆边界特征的数学描述。

双导程 ZN 型蜗杆边界主要由两个环面 I、II 和两个端面 V、VI 组成。

a. 环面边界特征的数学描述。

齿根面方程: $R_{fI} = (m \times q - 2 \times m) / 2$; 齿顶面方程: $R_{aII} = (m \times q + 2 \times m) / 2$ 。

式中: m 为蜗杆公称模数; q 为蜗杆公称直径系数。

b. 端面边界特征的数学描述。

左端面方程: $Z_V = -2L_w$; 右端面方程: $Z_{VI} = +2L_w$ 。

式中 L_w 为蜗杆的工作长度。

1.3 双导程 ZN 型蜗轮齿面及边界数学描述

双导程 ZN 型蜗轮实体特征由啮合齿面(左齿面 1 和右齿面 4)与边界曲面(修整曲面 2、齿顶环面 3、齿根环面 5、端面 6、轮齿内圈环面 7 和轮齿侧面 8)组成,如图 3 所示。

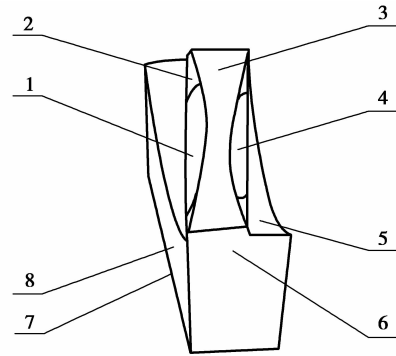


图 3 双导程 ZN 型蜗轮轮齿的实体示意图

1) 蜗轮齿面特征的数学描述。

双导程 ZN 型蜗轮齿面由左齿面 1 和右齿面 4 组成,使用与 1.2 节参数完全相同的滚刀加工而成。该曲面属于复杂空间曲面,通过蜗杆齿面方程(1)和啮合条件(即方程(2)的第 1 式)及坐标转换矩阵可以推导出蜗轮坐标系 $\sigma_2(O_2; X_2, Y_2, Z_2)$ 中蜗轮齿面特征方程:

$$\begin{cases} -i_{21}up \sin \delta \cos \delta \cos (\omega_1 + \omega_2) + i_{21}\rho u \cos (\omega_1 + \omega_2) + i_{21}p^2 \omega_u \cos \delta \cos (\omega_1 + \omega_2) - \\ i_{21}\rho p \omega_u \sin \delta \cos (\omega_1 + \omega_2) + i_{21}u^2 \cos \delta \sin (\omega_1 + \omega_2) - pu \cos^2 \delta + i_{21}Au \cos^2 \delta - \\ i_{21}p \omega_u u \sin \delta \sin (\omega_1 + \omega_2) = 0 \\ x_2 = (x_1 \cos \omega_1 \cos \omega_2 - y_1 \sin \omega_1 \cos \omega_2 - z_1 \sin \omega_2 + A \cos \omega_2) \cos \xi - (x_1 \cos \omega_1 \sin \omega_2 + \\ y_1 \sin \omega_1 \sin \omega_2 - z_1 \cos \omega_2 - A \cos \omega_2) \sin \xi, \\ y_2 = (x_1 \cos \omega_1 \cos \omega_2 - y_1 \sin \omega_1 \cos \omega_2 - z_1 \sin \omega_2 + A \cos \omega_2) \sin \xi + (x_1 \cos \omega_1 \sin \omega_2 + \\ y_1 \sin \omega_1 \sin \omega_2 - z_1 \cos \omega_2 - A \cos \omega_2) \cos \xi, \\ z_2 = x_1 \sin \omega_1 + y_1 \cos \omega_1. \end{cases} \quad (2)$$

式中:参数 x_1, y_1, z_1 为方程(1)所确定的蜗杆齿面任意点 P 的坐标值;参数 $i_{21}, A, \xi, \varphi_1$ 分别表示蜗杆副的传动比、啮合中心距、轮齿啮合参数、啮合传动时蜗杆绕自身轴线的转角;其余参数 $\rho, \delta, p, u, \varphi_u$ 与方程(1)完全相同。其中 u, φ_1 和 φ_u 为蜗轮齿面方程(2)的自变量,故方程(2)可简化为: $f_2 = \mathbf{r}(u, \varphi_1, \varphi_u)$ 。当 φ_1 固定时蜗轮齿面方程 $f_2 = \mathbf{r}(u, \varphi_1, \varphi_u)$ 进一步简化为 $f_2 = \mathbf{r}(u, \varphi_u)$, f_2 表示蜗轮齿面的某条啮合曲线;当 u, φ_1, φ_u 都固定时, f_2 表示蜗轮轮齿齿面上唯一数据点 $P'(x_2, y_2, z_2)$ 。

2) 蜗轮边界特征的数学描述。

该蜗轮齿面边界主要包括:修整曲面 2、齿顶环面 3、齿根环面 5、端面 6、轮齿内圈环面 7 和轮齿侧面 8。

a. 齿顶环面特征描述。

齿顶环面 3 和轮齿内圈环面 7 都属于圆柱面,其圆弧半径分别为 R_{a2}, R_{Q2} ;

数学方程: $R_{a2} = (m \times z_2 + 2m)/2; R_{Q2} = R_{f2} - 2W$,式中: W 为蜗轮齿圈径向厚度。

齿根环面 5 为圆弧型环面,其中环面最短半径为 R_{f2} ,圆弧半径 R 等于蜗杆齿顶圆半径 R_{a1} (见 1.2 节)。

数学方程: $R_{f2} = (m \times z_2 - 2m)/2; R_c = R_{a1}$,式

中: m 为蜗轮参数, z_2 为蜗轮齿数。

b. 端面特征描述。

蜗轮端面 6 为距蜗轮中心平面半齿宽的边界。

数学方程: $Z_2 = \pm 0.5B$ 。式中: \pm 为蜗轮前/后端面; B 为蜗轮齿宽。

c. 轮齿侧面特征描述。

蜗轮轮齿侧面 8 是一个穿过蜗轮轴线并与 Y 轴成 γ 角的斜平面。

数学方程: $Y_2 = \pm \tan \gamma x_2$ 。式中: \pm 为蜗轮前/后侧面; $\gamma = 2\pi/2z_2$ 。

d. 修整曲面特征描述。

修整曲面 2 属于制造工艺曲面,满足制造工艺即可,其方程不做推导。

2 双导程 ZN 型蜗杆副精确建模

2.1 双导程 ZN 型蜗杆副建模方法

为了建立双导程蜗杆副精确模型,笔者从蜗杆副数学特征入手,对蜗杆副齿面方程离散处理,并根据计算机辅助设计空间曲面造型理论用 NURBS 插值法^[12-14]反求蜗轮蜗杆造型齿面,最后通过造型齿面与边界曲面的修剪、合并、实体化等步骤完成蜗轮蜗杆模型。建模过程采用图 4 和图 5 的总体方案及流程。

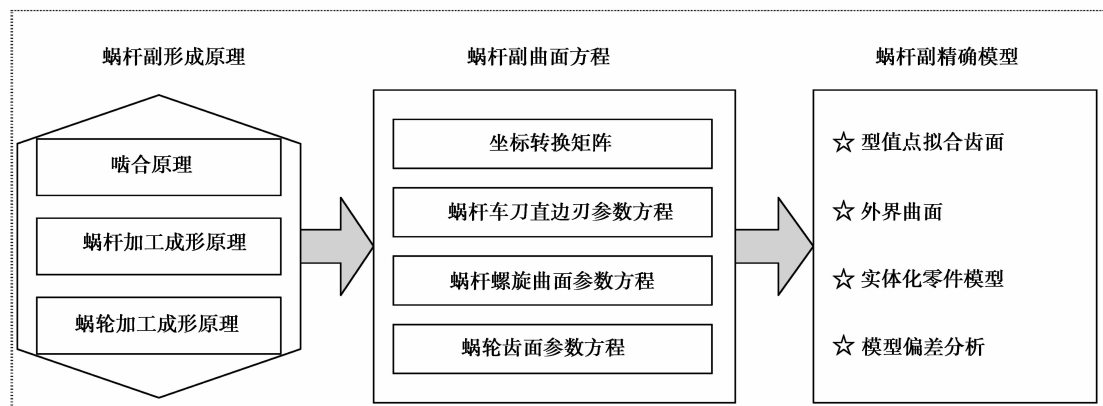


图 4 双导程 ZN 型蜗杆副精确建模总体方案

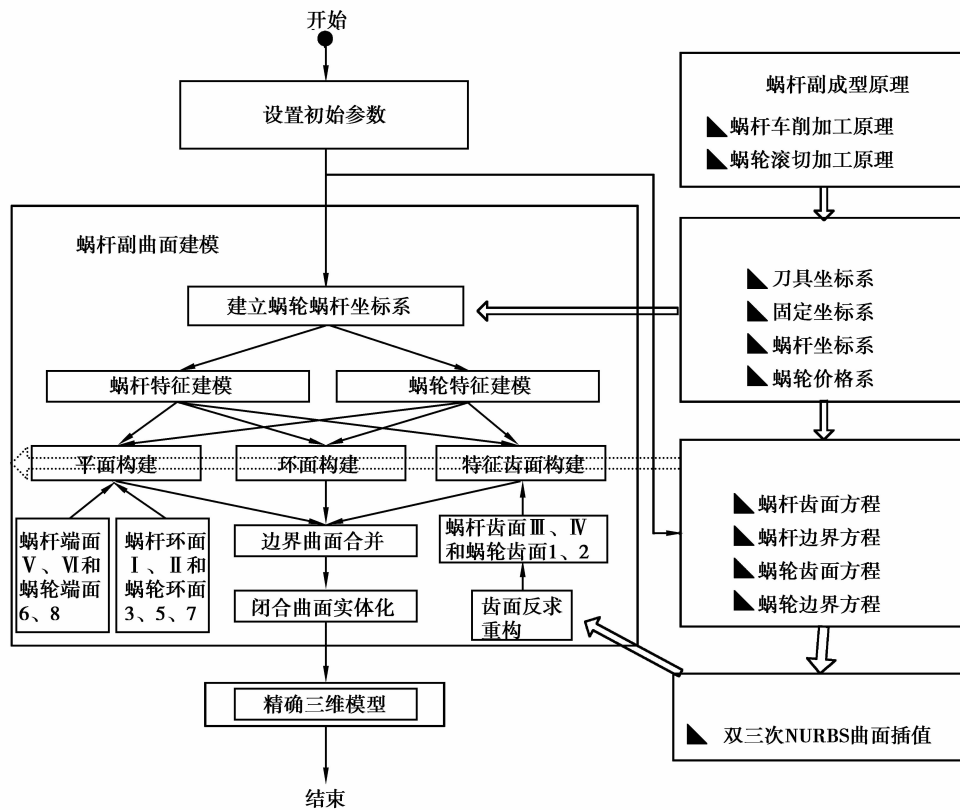


图 5 双导程 ZN 型蜗杆副精确建模流程示意图

由图 2 和图 3 知,蜗轮蜗杆特征曲面主要包括平面、环面和特征齿面 3 种曲面,其中平面和环面数学方程简单容易实现,这里重点研究蜗轮蜗杆特征齿面建模。

2.2 蜗轮齿面建模

蜗轮齿面建模工作主要内容是啮合齿面反求重构和修整曲面重构。蜗轮啮合齿面即蜗杆副传动的工作区域,其反求重构指通过双三次 NURBS 曲面插值的方法完成齿面啮合区建模;修整曲面即蜗杆副传动的非工作区域,其重构指建立一个有利于蜗轮蜗杆啮合的非工作曲面。

2.2.1 蜗轮啮合齿面反求重构

啮合齿面反求重构主要步骤为:1)求啮合面离散点坐标与选择 NURBS 曲面参数方向;2)确定 NURBS 插值曲面节点矢量;3)构造 NURBS 插值曲面控制顶点网格;4)生成啮合齿面的双三次 NURBS 插值曲面。

1)求解啮合齿面离散点与选择 NURBS 曲面参数方向。

离散化求解蜗轮齿面方程 $f_2 = r(u, \varphi_1, \varphi_u)$, 获得齿面 N 条啮合线上的离散点坐标值 P_{ij} ($i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M$)。这些点为理论啮合线信息点,考虑其非曲面特性适当地取啮合线方向为截

面方向 u ,齿高方向为纵向 v 。

2)确定 NURBS 插值曲面节点矢量。

求解并规范化参数 u 方向的每条 NURBS 插值曲线的节点矢量,将矢量中同下标节点的算数平均值作为该方向相应节点矢量值 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{N+5}]$ 。同理,可得到参数 v 方向的节点矢量 $V = [v_0, v_1, \dots, v_{M+5}]$ 。

3)构造 NURBS 插值曲面控制点网格。

通过插值曲面节点矢量 U 和 V 可求出 n 条插值曲线的 NURBS 曲线控制顶点 Q_{ij} ($i = 0, 1, \dots, N+1; j = 0, 1, \dots, M+1$),即为所求 NURBS 插值曲面的控制点网格点。

4)生成啮合齿面的双三次 NURBS 插值曲面。

通过 NURBS 插值曲面的节点矢量、控制顶点及权因子,就可以构造啮合齿面的双三次 NURBS 插值曲面。

经过上述步骤,蜗轮啮合齿面重构基本完成,其建模精度可以用几何特性分析检验。

2.2.2 齿面修整曲面重构

修整曲面是蜗轮齿面上不参与啮合的非工作区域,该区域与蜗轮蜗杆传动没有直接关系,故一般不作为分析目标,通过普通建模方法完成。

完成啮合齿面和修整曲面重构后,将啮合齿面

和修整曲面进行修剪合并,即完成蜗轮齿面建模。

2.3 蜗杆齿面建模

与蜗轮齿面建模相比,蜗杆齿面建模相对简单。蜗杆齿面指左右两侧螺旋环面,由蜗杆齿面方程 $f_1=r(u, \varphi_u)$ 及参数 u, φ_u 决定。因此,首先求解蜗杆齿面方程 f_1 包含的螺旋线簇离散坐标 $K_{ij} (i=0, 1, \dots, N; j=0, 1, \dots, M)$; 然后采用“过点法”生成蜗杆齿面螺旋线簇; 最后通过蒙面法实现蜗杆螺旋齿面构造。只要有足够的螺旋族密度,齿面建模精度就能得到保证,精度检验方法同蜗轮齿面精度检验相同。

3 分度蜗杆副模型实现及精度检验

3.1 双导程 ZN 型蜗杆副精确模型实现

按照提出的精确建模方法实现双导程 ZN 型蜗杆副精确模型,其中蜗杆齿面方程和蜗轮齿面方程离散化求解采用编写的 MATLAB 程序完成,曲线生成、网格生成、齿面特征生成及闭合曲面实体化等内容采用三维建模工具实现。研究的双导程 ZN 型蜗杆副详细参数如表 1 所示,其中蜗轮轮齿建模过程和蜗杆螺旋面建模过程如图 6 所示,最后建立的实体模型如图 7 所示。

表 1 某型双头双导程 ZN 型蜗杆副主要几何参数

模数 M	中心距 A	蜗 杆 参 数								蜗轮 齿数 Z_2
		齿数 Z_1	分度圆 直径 D_1	左导程 P_z	右导程 P_y	左导程角 λ_z	右导程角 λ_y	左齿形角 a_{uz}	右齿形角 a_{uy}	
5.25	195.125	2	70	32.987	33.237	$8^{\circ}35'37''$	$8^{\circ}28'4''$	18.5°	15.5°	61

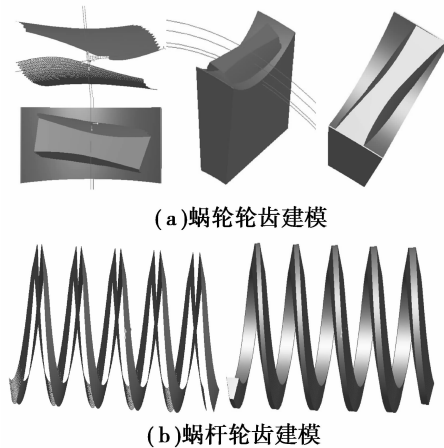


图 6 双头双导程 ZN 型蜗杆副建模过程

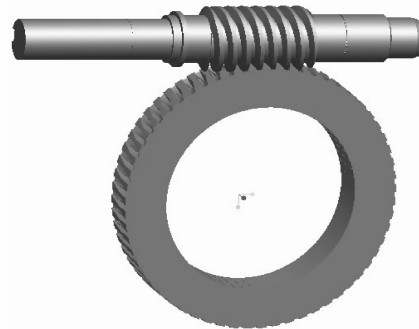


图 7 双头双导程 ZN 型蜗杆副实体模型

3.2 双导程 ZN 型蜗杆副模型精度检验

双导程 ZN 型蜗杆副建模过程中,齿面方程离散求解只能取有限个数据点且各点存在取值精度,这必然导致蜗杆副模型与理论模型存在偏差。为了反映该偏差,在蜗轮齿面的部分区域内选取双三次

NURBS 插值曲面网格中间点与理论齿面上对应检测点进行分析,通过 MATLAB 程序计算出的检验点偏差见表 2。检验点偏差分析结论:最大偏差为 5.21×10^{-4} mm,建立的双导程 ZN 型蜗杆副模型属于精确模型,完全达到有限元啮合特性分析要求。

表 2 检测点误差数据表

U 向 误差	V 向误差							mm
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0.000 223	0.000 205	0.000 244	0.000 298	0.000 433	0.000 369	0.000 268	
2	0.000 331	0.000 234	0.000 259	0.000 370	0.000 502	0.000 399	0.000 219	
3	0.000 382	0.000 318	0.000 410	0.000 429	0.000 521	0.000 414	0.000 217	
4	0.000 294	0.000 266	0.000 307	0.000 397	0.000 391	0.000 289	0.000 336	
5	0.000 155	0.000 189	0.000 313	0.000 296	0.000 307	0.000 281	0.000 309	

4 结 论

1) 阐述了双导程 ZN 型蜗轮蜗杆成形原理及结构特征,给出了基于加工成形原理的特征齿面数学方程及参数,并对边界曲面进行较为完整的数学描述。

2) 提出了双导程 ZN 型蜗杆副的精确建模方法。通过双导程 ZN 型蜗杆副几何特征与数学方程综合分析,制定了蜗杆副精确数字化建模方案及流程,提出了双导程 ZN 型蜗杆副精确模型重构方法,并运用该方法建立了精确实体模型。

3) 提出的双导程 ZN 型蜗杆副精确建模方法易于程序化,为双导程 ZN 型蜗杆副设计系统开发起到一定理论支撑作用。

4) 本文研究工作主要集中在双导程 ZN 型蜗杆副的结构分析、表面特征数学描述、齿面及边界曲面建模等方面,相反在双导程 ZN 型蜗杆副表面特征数学方程的详细推导过程及模型实现部分细节步骤方面略显不足。

参考文献:

- [1] Fang H S, Tsay C B. Mathematical model and bearing contacts of the ZN-type worm gear set cut by oversize hob cutters[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(12):1689-1708.
- [2] Chen K Y, Tsay C B. Mathematical model and worm wheel tooth working surfaces of the ZN-type hourglass worm gear set[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(9):1701-1712.
- [3] Chen W L, Tsay C B. Mathematical model and tooth surfaces of recess action worm gears with double-depth teeth [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(12):1840-1853.
- [4] Liu C C, Chen J H, Tsay C B, et al. Meshing simulations of the worm gear cut by a straight-edged flyblade and the ZK-type worm with a non-90° crossing angle [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(8):987-1002.
- [5] 侯力, 黄成祥, 殷国富, 等. 蜗杆形成原理及面向对象的建模方法[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2002, 34(2):69-73.
HOU Li, HUANG Chengxiang, YIN Guofu, et al. Worm formative principle and object-oriented modeling method[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2002, 34(2):69-73.
- [6] Simon V V. Influence of tooth errors and shaft misalignments on loaded tooth contact in cylindrical worm gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(6):707-724.
- [7] 李立新, 曹谊勃. 基于双三次 B 样条曲面的 ZA 蜗轮实体建模方法[J]. 工程设计学报, 2009, 16(4):286-291.
LI Lixin, CAO Yibo. Solid modeling method of ZA worm-gear based on bicubic B-spline surface [J]. Journal of Engineering Design, 2009, 16(4):286-291.
- [8] Litvin F L, Nava A, Fan Q, et al. New geometry of face worm gear drives with conical and cylindrical worms: generation, simulation of meshing, and stress analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(27/28):3035-3054.
- [9] 张彦钦, 张光辉. 平面包络环面蜗杆副精确实体模型的建立[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(7):12-17.
ZHANG Yanqin, ZHANG Guanghui. Exact solid-modeling of planar enveloping hourglass worm gears[J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(7):12-17.
- [10] 杨玉虎, 沈煜, 张策, 等. 环面蜗杆类零件实体建模研究[J]. 天津大学学报, 2004, 37(6):471-474.
YANG Yuhu, SHEN Yu, ZHANG Ce, et al. Study on solid modeling of hourglass worm parts[J]. Journal of Tianjin University, 2004, 37(6):471-474.
- [11] 王树人, 刘平娟. 圆柱蜗杆传动啮合原理[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1982.
- [12] 张军辉, 方宗德, 王成. 基于 NURBS 的弧齿锥齿轮真实齿面数字化仿真[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7):1672-1676.
ZHANG Junhui, FANG Zongde, WANG Cheng. Digital simulation of spiral bevel gears real tooth surfaces based on non-uniform rational B-spline [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7):1672-1676.
- [13] 陈庆雪, 韩庆瑶. 基于 MATLAB 的 NURBS 曲面造型研究[J]. 电力科学与工程, 2009, 25(11):70-72.
CHEN Qingxue, HAN Qingyao. Research of NURBS-face modeling based on MATLAB[J]. Electric Power Science and Engineering, 2009, 25(11):70-72.
- [14] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [15] 薛山. MATLAB 基础教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.

(编辑 张 苹)