

文章编号:1000-582X(2013)01-001-06

## 单列向心球轴承引发的非线性振动分析

陈小安<sup>1</sup>, 刘俊峰<sup>1</sup>, 张 朋<sup>1</sup>, 单文桃<sup>1</sup>, 吴国洋<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 攀枝花学院 材料工程学院, 四川 攀枝花 617000)

**摘 要:**根据滚珠轴承结构特点,研究单列向心球轴承-转子系统运行过程中由轴承支承刚度变化引起的参数振动,并分析由轴承制造误差和安装误差造成的一系列强迫振动,总结系统中轴承引起的各类非线性振动的振动频率成分,最后在 120MD60Y6 型号电主轴上进行振动测试,对振动信号进行滤波提纯和频谱分析,结果表明:在低速条件下,单列向心球轴承引发的各种振动频率成分所占比重较大,其幅值随着转速的增加发生细微变化,但其幅值比重急剧下降。

**关键词:**单列向心球轴承;参数振动;强迫振动;频谱分析

**中图分类号:**TH133

**文献标志码:**A

## Analysis of nonlinear vibration induced by single radial ball bearing

CHEN Xiaolan<sup>1</sup>, LIU Junfeng<sup>1</sup>, ZHANG Peng<sup>1</sup>, SHAN Wentao<sup>1</sup>, WU Guoyang<sup>2</sup>

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University,

Chongqing 400044, China;

2. Department of Materials Engineering, Panzhihua University, Panzhihua, Sichuan 617000, China)

**Abstract:** Beginning with the structural characteristics of ball bearings, the parametric vibration of single radial ball bearing-rotor system, which is induced by the varying compliance vibration, is studied through the analysis of the stress state in bearing, then a series of forced vibrations caused by the manufacture error and the installation deflection of the bearing are analyzed, and different frequency components of the nonlinear vibration result from rolling bearing are summarized. Finally, a validation test is carried out on a 120MD60Y6-type motorized spindle, and vibration signals are purified with the use of the low-pass filtering and band-pass filtering. The results from the spectrum analysis show that the vibration frequency components produced by the single radial ball bearing take a large proportion in vibration signals at low speed. With the rise of the rotational speed, the amplitudes of these vibration frequency components vary slightly, meanwhile the proportion of their amplitudes in vibration signals decrease abruptly. These conclusions are useful to the fault diagnosis and the dynamic analysis of rolling bearing-rotor system.

**Key words:** single radial ball bearing; parametric vibration; forced vibration; spectrum analysis

收稿日期:2012-08-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51005259);中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS11111143)

作者简介:陈小安(1956-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事机电传动及智能控制研究,(E-mail)xachen@cqu.edu.cn。

单列向心球轴承作为最具代表性的滚珠轴承,具有摩擦阻力小、成本低、便于系列化和标准化等优点,其极限转速高、刚度大、精度高,在各类旋转机械中得到了广泛应用<sup>[1-3]</sup>。与滑动轴承、气体轴承等相比,单列向心球轴承的结构较为复杂,其运转过程中会导致轴承本身以及转子系统产生附加的非线性振动<sup>[4-5]</sup>,国内外相关学者对此进行了大量研究。

由滚珠轴承支承刚度变化引起的参数振动<sup>[6-8]</sup>是研究的重点。张耀强等<sup>[9]</sup>建立了考虑轴承支反力、轴承间隙及变刚度等非线性因素的滚动轴承-转子系统动力学模型,并通过对模型求解讨论了系统在参数、强迫联合激励下的响应、分叉及混沌等非线性动力学行为;Gao 等<sup>[10]</sup>在此基础上将系统扩展为 6 个自由度,讨论了前后支承的动态特性对系统中心动力学行为的影响。轴承间隙<sup>[11]</sup>和滚道波纹度<sup>[12]</sup>会影响轴承内部的接触状态进而影响轴承的支撑性能,何仙芝等<sup>[13]</sup>以 6310 轴承和轴组成的滚动轴承-转子系统为对象,研究了不同载荷下考虑轴承间隙影响的系统动力学行为。不过随着对各类旋转机械的极限转速和运行性能的要求越来越高,在轴承安装时会施加一定的预紧力来消除间隙<sup>[14-15]</sup>;Jang 等<sup>[16]</sup>考虑离心力、陀螺力矩等惯性效应的影响,建立球轴承-转子系统的分析模型,讨论滚道波纹度引起的系统振动特性。一般实验测得的轴承-转子系统的原始振动信号含有很多噪声干扰成分,有效地去除信号中的噪声频率显得尤为重要<sup>[17]</sup>,谭善文等<sup>[18]</sup>通过实例验证了 Hilbert-Huang 变换时空滤波方法在信号滤波和去噪中的优越性。

上述研究对单列向心球轴承的变刚度特征、间隙和滚道波纹度等因素造成转子系统非线性振动以及处理振动信号的有效方法进行了详细且深入的讨论,但均未对轴承制造和安装过程中带来的误差所造成转子系统的附加振动做针对性的分析。鉴于此,笔者研究了由单列向心球轴承结构特征和制造安装误差引起的一系列振动特性,并通过实验讨论了这些振动频率成分在不同转速下的幅值变化规律及其幅值在系统振动中的比重,以期指导单列向心球轴承-转子系统的故障诊断和动态特性分析。

## 1 单列向心球轴承支承的转子振动

单列向心球轴承-转子系统实际运转过程中,内圈与转子过盈配合在一起以相同速度旋转,外圈被轴承座固定不动。图 1 为单列向心球轴承运转示意图。

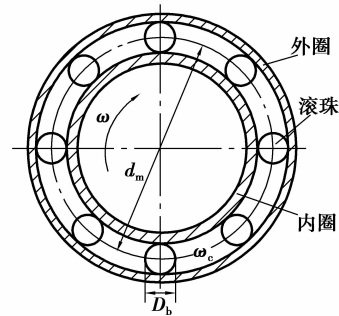


图 1 单列向心球轴承示意图

其中各元件的速度关系为

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{D_b \cos \alpha}{d_m} \right) \omega, \quad (1)$$

式中:  $\omega_c$  为滚珠公转速度;  $\omega$  为内圈转速;  $D_b$  为滚珠直径;  $d_m$  为轴承中径;  $\alpha$  为接触角。

### 1.1 参数振动

单列向心球轴承运转过程中,滚珠通过载荷区时其弹性变形量将发生变化。在此状况下,负载方向(一般垂直于水平方向)在滚珠的正下方与负载方向在滚珠之间时,轴承内部的受力分布状态是不同的,因此两者对转子系统提供的支承刚度也不一样。每当滚珠通过载荷区一次,系统便产生一次振动。该振动是由系统的支承刚度参数发生周期性改变而产生的,称之为参数振动。其振动频率即为滚珠的通过频率  $\omega_{vc}$ ,且

$$\omega_{vc} = N_b \times \omega_c, \quad (2)$$

式中  $N_b$  为滚珠数目。

### 1.2 制造和安装误差引起的强迫振动

滚珠尺寸的微小制造误差和滚道的波纹度均会引起转子的振动,此外转子的加工误差、轴承-转子系统的安装误差以及这些制造和安装误差之间的相互作用也会引起系统其他类型的强迫振动。

#### 1.2.1 轴心偏心引起的振动

假若如图 2 所示转子下方滚珠轴承的滚珠大小不一,内圈朝着大滚珠的反方向发生  $e_0$  的位移,由于位移  $e_0$  的方向按照方程(1)得出的角速度  $\omega_c$  回转,此位移将产生角速度为  $\omega_c$  的强迫力作用于转子上而引发系统在角速度  $\omega_c$  处发生强迫振动现象。

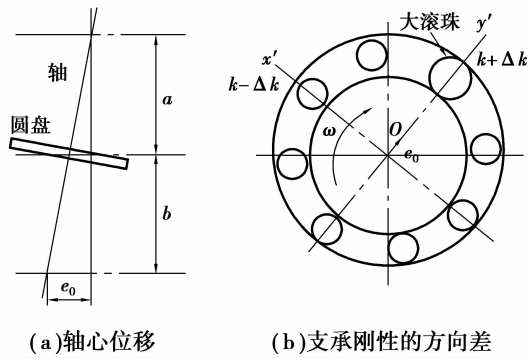


图 2 滚珠大小不一的影响

1.2.2 刚性方向差引起的振动

此外,滚珠直径的不对中会使大滚珠与内外圈滚道的接触状态发生变化,进而产生支承状态的方向差,其结果导致轴的支承刚性产生了按  $\omega_c$  旋转的方向差,如图 2(b)所示。其中刚性弱的方向为  $x'$  轴,刚性强的方向为  $y'$  轴,建立旋转坐标系  $x'o y'$ ,令此旋转坐标轴方向上的弹性恢复力分别为  $-(k+\Delta k)x'$ 、 $-(k-\Delta k)y'$ ,将其变换到静止坐标系上,并建立运动微分方程,可以得到

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx + \Delta k(x\cos 2\omega_1 t + y\sin 2\omega_1 t) = m\omega^2 \cos \omega t, \\ m\ddot{y} + ky + \Delta k(x\cos 2\omega_1 t - y\sin 2\omega_1 t) = m\omega^2 \sin \omega t. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $m$  为圆盘质量; $e$  为重心偏心。

刚性的方向差  $\Delta k$  一般远小于平均刚性  $k$ ,略去高次小量,可得到强迫振动的解为

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t + B \cos(2\omega_c - \omega)t, \\ y = A \sin \omega t + B \sin(2\omega_c - \omega)t. \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{e\omega^2}{\frac{k}{m} - \omega^2}, \\ B &= \frac{\left(\frac{\Delta k}{m}\right)e\omega^2}{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)\left[\frac{k}{m} - (2\omega_c - \omega)^2\right]}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上述分析可知,由刚性的方向差引起的强迫振动频率为  $(2\omega_c - \omega)$ 。

1.2.3 转子初始挠曲产生的振动

当系统的制造和安装误差导致转子前后轴承的中心线不一致时(图 2),旋转轴初始的挠曲变形也会产生振动,这是因为转子旋转时施加在转子上的弯曲力矩会随着转子旋转角度的变化而变化,即轴承所受的径向力随转子转速  $\omega$  变化,最终,由滚珠通

过产生的变化激振力可表示为

$$F = (a + b \cos \omega t) \cos \omega_{vc} t = F_1 \cos \omega_{vc} t + F_2 \cos(\omega_{vc} + \omega)t + F_3 \cos(\omega_{vc} - \omega)t, \quad (6)$$

式中  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  为激振力各频率成分幅值

由式(6)可知,滚珠通过转子下方时,转子初始挠曲产生的振动频率除  $\omega_{vc}$  外,还含有  $(\omega_{vc} + \omega)$  和  $(\omega_{vc} - \omega)$  两个频率成分。

除上述因素以外,每当滚珠通过内圈波纹度的波峰一次,便产生一次振动。波纹一般在滚道上周期性排列,其引起的振动频率成分繁多且其幅值十分微小,通常只考虑最大幅值频率。设内圈滚道上的波数为  $N_w$ ,则最大振幅处的频率  $f_{max}$  和滚珠数目  $N_b$  满足以下关系<sup>[12]</sup>:

$$\text{若有非负整数 } i \text{ 与 } j, \text{ 使} \quad N_w = iN_b \pm j, \quad (7)$$

则有

$$f_{max} = \begin{cases} if_{wp} \pm jf, j = 1, 2, 3; \\ (2i + 1)f_{wp} + (2j - 7)f, j = 3, 4. \end{cases} \quad (8)$$

式中: $f$  为内圈(转子)旋转频率; $f_{wp}$  为波通过频率,且

$$f_{wp} = \frac{(\omega - \omega_c)N_b}{2\pi}. \quad (9)$$

将上述分析中的转角速度转换为转动频率,可得到如表 1 所示的单列向心球轴承引起的转子振动频率。

表 1 单列向心球轴承引起的转子振动频率

频率成分	产生原因
$f_{vc}$	支承刚度变化
$f_c$	轴承偏心
$2f_c - f$	支承刚度的方向差
$f_{vc} \pm f$	前后轴承中心线不一致
$f_{max}$	内圈滚道波纹度

2 试验装置

基于上述分析,笔者在 120MD60Y6 型号电主轴前端进行了径向振动试验测试。主轴前端所用轴承型号为 B7004,其滚珠直径  $D_b$  为 5 mm,轴承中径  $d_m$  为 31 mm,接触角  $\alpha$  为  $15^\circ$ ,滚珠数目  $N_b$  为 13。

电主轴在工作状态下,先通过激光位移传感器(LDS)采集前轴端径向方向上的振动信号,信号经过 UA300 型号的信号采集器进行传输和转换后,最终传送到计算机上,并用 Visual C++ 6.0 编写了

一个能与硬件通信的信号采集程序对所采集的信号进行分析处理,将处理后的电信号进行转换,便可得到所需的位移信号。图 3 为试验装置图。

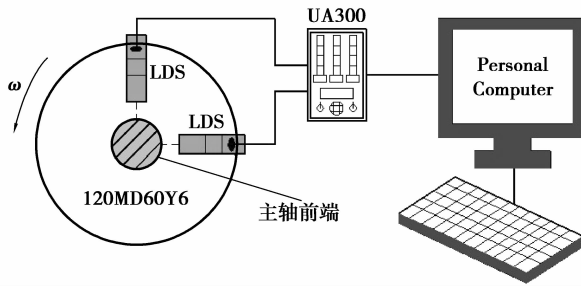


图 3 试验装置

需要说明的是,由于试验环境影响,采集的信号中存在着许多干扰成分(以高频噪音为主),为获取准确的振动信息,笔者用 matlab 语言编写了低通和带通滤波程序对信号进行了滤波提纯,图 4(a)为主轴 6 000 r/min 时主轴前端正上方原始振动信号的频谱图,由图 4 可知该信号中噪声等干扰严重,故先对其进行低通滤波处理,截止频率略大于  $f_{vc} + f$ ,并对倍频周围的中低频噪声毛刺进行平均处理。为保证研究所需频率的幅值信息,同时对表 1 中各频率所处频率段进行带通滤波处理,最后整理两种滤波处理后的信号,可得到如图 4(b)所示的提纯振动信号。图中  $A$  表示振幅。

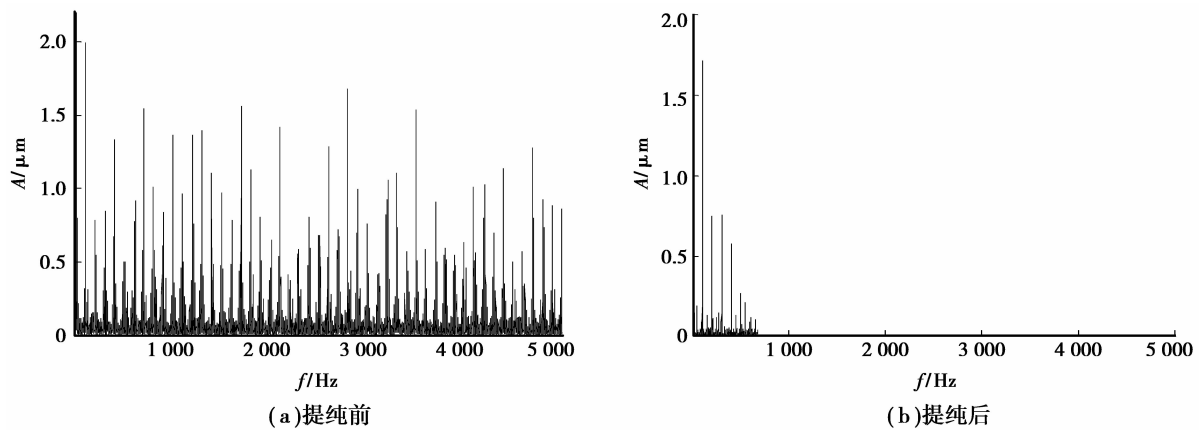


图 4 主轴 6 000 r/min 时振动信号频谱图

### 3 试验结果分析

由于制造和安装上的误差,实际的轴承-转子系统中会不可避免地存在制造不平衡量和前后轴承不对中等现象,故其转子的振动信号中,基频和倍频分量占很大比重,在高速条件下更是占据主导成分<sup>[4]</sup>,为分析方便,采集主轴中、低速下的前端振动信号进行提纯处理和频谱分析。

由轴承结构参数可算出  $f_{vc}$ 、 $f_c$ 、 $2f_c - f$ 、 $f_{vc} + f$ 、 $f_{vc} - f$  和  $f_{wp}$  的振动频率分别为  $5.486f$ 、 $0.422f$ 、 $-0.156f$  (反进动)、 $6.486f$ 、 $4.486f$  和  $7.514f$ ,由于波纹波数  $N_w$  难以直接测量, $f_{max}$  的振动频率范围暂时无法确定。

图 5 为主轴转速分别为 3 000 r/min 和 6 000 r/min 时转子前端振动信号的频谱图,根据上文计算结果,可从图中准确地找到  $f_{vc}$ 、 $f_c$ 、 $f_{vc} + f$  和  $f_{vc} - f$  等振动频率成分,在不同转速下这些振动成分所在频率有细微变化,这是因为接触角  $\alpha$  会随着转速的变化而变化。紧挨  $f_{vc} + f$  的频率成分大约为  $6.514f$ ,根据式(8)和(9)可推断出此振动频率为  $f_{max}$ ,其中  $N_w = 12, i, j = 1$ 。此外,振动频率成分  $f_c$  的幅值很小,说明滚珠的制造误差以及轴承安装误差并不严重,系统并没有出现各个方向上的支承刚度严重不均匀或前后轴承明显不对中现象,故转子没有发生反进动运动或者出现正进动分量占主导作用的现象,所以振动信号中应该没有频率成分  $2f_c - f$ 。

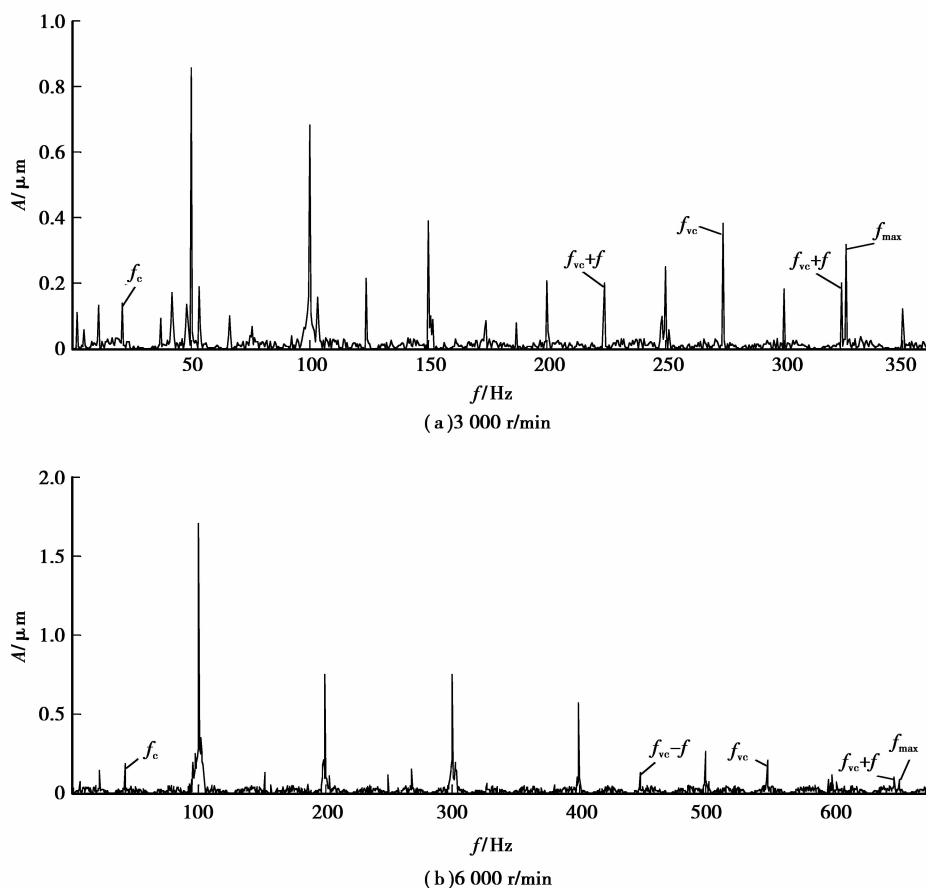


图 5 主轴振动信号提纯后的频谱图

同时,从图 5 中可以看出,主轴 3 000 r/min 时,由单列向心球轴承引发的各种振动在转子振动中所占的幅值比重较大。从主轴 3 000~6 000 r/min,  $f_c$  的幅值变大,这是因为产生  $f_c$  的激振力(离心力)幅值随着转速的增大而增大,而转速的提升可以使滚珠更快地通过载荷区,这将减弱支承刚度变化影响,此外离心力的增加使得滚珠的外抛趋势加重,降低了滚珠通过载荷区和滚道波峰时对内圈产生的激振力,故  $f_{vc}$ 、 $f_{vc} + f$ 、 $f_{vc} - f$  和  $f_{max}$  的幅值相应减小。

#### 4 结束语

1) 在单列向心球轴承-转子系统中,除系统的参数振动和滚道波纹度引起的激振外,滚珠制造误差引起的轴承位移和支承刚性方向差,以及滚轴通过载荷区时前后轴承的不对中(转子初始挠曲)也会引起转子系统的振动。

2) 在低速工况下,由单列向心球轴承引发的各种振动频率成分在转子振动中所占的幅值比重不可忽略。

3) 随着转速的增加,振动频率  $f_c$  的幅值增大,

而  $f_{vc}$ 、 $f_{vc} + f$ 、 $f_{vc} - f$  和  $f_{max}$  等频率成分的幅值减小。

4) 在检测由滚道波纹度造成转子系统振动的技术手段上仍有不足,需要进一步研究具有针对性的检测方法。

#### 参考文献:

- [1] Abele E, Altintas Y, Brecher C. Machine tool spindle units[J]. CIRP Annals; Manufacturing Technology, 2010, 59(2): 781-802.
- [2] Holkup T, Cao H, Kolář P, et al. Thermo-mechanical model of spindles[J]. CIRP Annals; Manufacturing Technology, 2010, 59(1): 365-368.
- [3] 易鹏, 石晓辉, 施全, 等. 变频调速三相异步电动机异常振动分析[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学, 2011, 25(7): 50-56.  
YI Peng, SHI Xiaohui, SHI Quan, et al. Analysis of exceptional vibration for three phase asynchronous motor in frequency control[J]. Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science, 2011, 25(7): 50-56.
- [4] Tiwari M, Gupta K, Prakash O. Dynamic response of an

- unbalanced rotor supported on ball bearings [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 238(5):757-779.
- [5] 韩宝财,唐六丁,邓四二,等. 转子-滚动轴承系统非线性动力学分析[J]. *噪声与振动控制*, 2008, 28(4): 20-23.
- HAN Baocai, TANG Liuding, DENG Sier, et al. Nonlinear dynamics analysis of the rotor-rolling bearing system[J]. *Noise and Vibration Control*, 2008, 28(4): 20-23.
- [6] Jang G H, Jeong S W. Nonlinear excitation model of ball bearing waviness in a rigid rotor supported by two or more ball bearings considering five degrees of freedom[J]. *Journal of Tribology*, 2002, 124(1):82-90.
- [7] Aktürk N, Gohar R. The effect of ball size variation on vibrations associated with ball-bearings [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1998, 212(2): 101-110.
- [8] Harsha S P, Sandeep K, Prakash R. The effect of speed of balanced rotor on nonlinear vibrations associated with ball bearings[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2003, 45(4):725-740.
- [9] 张耀强,陈建军,唐六丁,等. 滚动轴承-转子系统非线性参数、强迫联合振动[J]. *机械强度*, 2009, 31(6): 871-875.
- ZHANG Yaoqiang, CHEN Jianjun, TANG Liuding, et al. Nonlinear vibrations of a rolling bearing-rotor system subject to parametrical and external excitations[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2009, 31(6):871-875.
- [10] Gao S H, Long X H, Meng G. Nonlinear response and stability of a spindle system supported by ball bearings[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2010, 80(9):1069-1081.
- [11] Yamamoto Y. On the vibration of a shaft supported by bearing having radial clearance[J]. *Transactions of the Japanese Society of Mechanical Engineering*, 1955, 21: 182-192.
- [12] 张耀强,陈建军,邓四二,等. 考虑表面波纹度的滚动轴承-转子系统非线性动力特性[J]. *航空动力学报*, 2008, 23(9):1731-1736.
- ZHANG Yaoqiang, CHEN Jianjun, DENG Sier, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a rolling bearing-rotor system with surface waviness [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(9):1731-1736.
- [13] 何芝仙,干洪. 计入轴承间隙时轴-滚动轴承系统动力学行为研究[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(9):120-124.
- HE Zhixian, GAN Hong. Dynamic behavior of a shaft-rolling bearing system with clearance [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(9):120-124.
- [14] 陈小安,陈文曲,康辉民,等. 偏心电主轴动力学分析[J]. *重庆大学学报*, 2012, 35(3):26-32.
- CHEN Xiaohan, CHEN Wenqu, KANG Huimin, et al. Dynamic analysis of high speed motorized spindles with eccentrics[J]. *Journal of Chongqing University*, 2012, 35(3):26-32.
- [15] Jiang S Y, Mao H B. Investigation of variable optimum preload for a machine tool spindle [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2010, 50(1):19-28.
- [16] Jang G H, Jeong S W. Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 269 (3/4/5): 709-726.
- [17] 杨金才,钱凌锋,庞剑,等. 气门噪声的小波分析方法[J]. *重庆理工大学学报:自然科学*, 2010, 24(12): 39-43, 76.
- YANG Jincai, QIAN Lingfeng, PANG Jian, et al. Engine valve noise analysis by wavelet method [J]. *Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science*, 2010, 24(12):39-43, 76.
- [18] 谭善文,秦树人,汤宝平. Hilbert-Huang变换的滤波特性及其应用[J]. *重庆大学学报:自然科学版*, 2004, 27(2):9-12.
- TAN Shanwen, QIN Shuren, TANG Baoping. The filtering character of Hilbert-Huang transform and its application [J]. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2004, 27(2):9-12.

(编辑 张 苹)