

文章编号:1000-582X(2013)03-042-06

滚珠丝杠副动态接触特性分析

刘 更, 张晓彩, 马尚君, 佟瑞庭

(西北工业大学 机电传动与控制陕西省工程实验室, 西安 710072)

摘 要:基于 Hertz 接触理论,在考虑运行工况引起的接触角变化和离心力的基础上,通过受力分析,建立了滚珠丝杠副的力平衡方程并提出一种计算滚珠丝杠副运转过程中接触变形的计算方法。以某型号滚珠丝杠副为例,分析了轴向载荷、丝杠转速、接触角和螺旋角对滚珠丝杠副接触特性的影响。分析结果表明,转速增大时丝杠侧的接触变形减小,螺母侧的接触变形增大,两侧接触角的差值增大,当转速增大到一定程度时,螺母侧的接触变形会大于丝杠侧;载荷越小,运转过程中接触角的变化越大,对接触变形的影响也较大;接触变形随接触角和螺旋角的增大而减小。

关键词:滚珠丝杠副;接触角;接触变形;螺旋角

中图分类号:TH132.1

文献标志码:A

Studies on dynamic contact characteristics of ball screws

LIU Geng, ZHANG Xiaocai, MA Shangjun, TONG Ruiting

(Shaanxi Engineering Laboratory for Transmissions and Controls, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Based on Hertz contact theory, a computational method of contact deformation in operating process of ball screws is established in terms of variable contact angles and the centrifugal force. Through the force balance equations, contact deformation in operating process is derived. Taking a ball screw as an example, the influence of its operating condition, contact angles and helix angle on contact characteristics is studied by numerical method. Analysis indicates that the contact deformation on the side of screw decreases and that of nut increases when the screw rotation speed increases and there exists a speed that the later is greater than the former. At the same time, the difference between contact angles increases. Variety of contact angles increase as the axial load decreases, which leads to higher influence on contact deformations. Contact deformations decrease as the contact angle and helix angle increase.

Key words: ball screws; contact angle; contact deformation; helix angle

滚珠丝杠副是一种可将旋转运动和直线运动相互转换的机械装置,通过滚珠的自转与公转运动实现动力传递。滚珠与丝杠和螺母的接触特性是影响滚珠丝杠副传动精度、摩擦特性和可靠性的关键因素,近年来被广泛研究。

程光仁等^[1]最早采用 Hertz 理论对滚珠丝杠副

的接触变形进行了研究,但忽略了螺旋角的影响;Wei 等^[2-3]建立了滚珠丝杠副动力学模型,并引用 Hertz 理论和滚动轴承中分析接触角变化的方法对滚珠丝杠副的接触变形进行了研究;许向荣等^[4]根据 Hertz 理论,推导了单螺母滚珠丝杠副的轴向刚度计算公式并分析了其影响因素;姜洪奎等^[5]考虑

收稿日期:2012-10-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50975232,51275423,51205313)

作者简介:刘更(1961-),男,西北工业大学教授,博士生导师,主要从事机械传动、摩擦学、计算接触力学、动态设计与仿真研究,(E-mail)npuliug@nwpu.edu.cn。

螺旋角的因素,建立了滚珠丝杠副的受力模型,应用微分几何理论推导了螺旋面的主曲率,并进一步分析了螺旋角对滚珠丝杠副弹性变形的影响;芮执元等^[6]考虑螺旋角和滚珠与滚道接触面的滑动、滚动摩擦,研究了滚珠丝杠副的轴向弹性变形,利用有限元方法进行了仿真分析;王福吉等^[7]采用 Hertz 接触理论推导了滚珠丝杠副轴向接触刚度的求解公式,从滚珠丝杠副轴向负载、设计参数和材料属性等方面分析了滚珠丝杠副的接触特性,运用有限元分析软件 ANSYS 对滚珠与丝杠滚道的接触问题进行仿真分析;牟世刚等^[8]建立了轴向载荷作用下的高速滚珠丝杠副动力学模型,采用数值分析方法计算了不同运行工况对滚珠丝杠副力学特性的影响。现有文献中关于滚珠丝杠副接触特性的研究多假设丝杠侧法向力与螺母侧法向力相等进行静态接触变形计算,而滚珠丝杠副在实际运转过程中,由于接触角随着轴向负载和丝杠转速的变化而变化,且离心力的作用会导致两侧法向力不相等使得接触变形量随之发生变化。因此,动态接触特性是滚珠丝杠副研究的重要内容之一,但现有研究尚不充分。

笔者基于 Hertz 接触理论,考虑运转过程接触角的变化和滚珠自身离心力的影响,建立滚珠丝杠副力平衡关系,分析丝杠副滚道两侧接触角随运行工况的变化规律,研究不同运行工况和结构参数对滚珠丝杠副接触特性的影响。

1 动态接触变形求解模型

1.1 基于 Hertz 理论的接触变形

满足 Hertz 接触的两物体点接触时接触变形 δ 的表达式为^[9]

$$\delta = \delta^* \sqrt[3]{\frac{1}{8}(1.5E)^2 Q^2 \sum \rho}, \quad (1)$$

式中: Q 为作用在接触面上的法向力; $\sum \rho$ 为主曲率和; E 为当量弹性模量,且 $E = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}$, 其中, E_1 、 E_2 分别为两接触物体的弹性模量, μ_1 、 μ_2 分别为两接触物体的泊松比。

$$\sum \rho = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \rho_{ij}, \quad (2)$$

$$F(\rho) = \frac{1}{\sum \rho} [(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{21} - \rho_{22})]. \quad (3)$$

丝杠滚道面与滚珠在接触点处的主曲率:

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \frac{2}{d}, \rho_{21} = -\frac{1}{R}, \rho_{22} = \frac{2 \cos \alpha \cos \lambda}{d_0 - d \cos \alpha}. \quad (4)$$

螺母滚道面与滚珠在接触点处的主曲率:

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \frac{2}{d}, \rho_{21} = -\frac{1}{R}, \rho_{22} = -\frac{2 \cos \alpha \cos \lambda}{d_0 + d \cos \alpha}. \quad (5)$$

式(4)~(5)中: ρ_{ij} 代表各个曲率半径; d_0 表示滚珠丝杠副公称直径; R 表示滚道曲率半径; d 表示滚珠直径; α 和 λ 分别表示滚珠丝杠副的接触角和螺旋角。式(1)中的 δ^* 可依据 $F(\rho)$ 查表^[10] 得出。

设滚珠、丝杠和螺母的材料均为轴承钢,故 $E_1 = E_2 = 210 \text{ GPa}$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.3$, 将其代入式(1)化简得接触点法向变形 δ 为

$$\delta = 2.7944 \times 10^{-4} \cdot \delta^* \cdot \sqrt[3]{Q^2 \sum \rho}. \quad (6)$$

法向力与轴向力的关系为

$$Q = \frac{F_a}{N \sin \alpha \cos \lambda}, \quad (7)$$

式中: F_a 为作用在螺母上的轴向力; N 为滚珠个数。

由式(6)变换可得法向载荷与变形的关系为

$$Q = k \cdot \delta^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

其中, k 为滚珠、丝杠及螺母接触面间的刚性系数且

$$k = 2.14075 \times 10^5 \cdot (\sum \rho)^{-0.5} \cdot (\delta^*)^{-1.5}.$$

1.2 运转过程动态参数求解

1.2.1 接触角

滚珠丝杠副中丝杠侧接触角和螺母侧接触角在设计时是相等的,但在实际运转过程中,滚动体与两滚道的接触角会发生变化,这是由于在轴向载荷作用下,接触变形引起滚珠中心和滚道曲率中心产生了位移。加载前后的滚珠中心、丝杠和螺母滚道曲率中心的位置关系如图 1 所示^[11]。

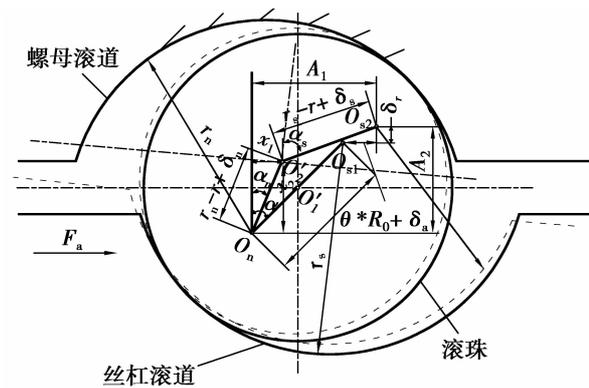


图 1 加载前后滚珠中心和滚道曲率中心的位置

图 1 中,实线表示加载前,虚线表示加载后。 O_n 为螺母滚道曲率中心的位置,假设螺母中心在空间固定, O'_1 、 O'_2 分别表示加载前后滚珠中心, O_{s1} 、 O_{s2} 分别表示加载前后丝杠滚道曲率中心位置。 r_s 表示丝杠滚道曲率半径, r_n 表示螺母滚道曲率半径, r 表示滚珠半径, δ_s 表示丝杠侧的接触变形, δ_n 表示螺母侧的接触变形, δ_a 表示丝杠轴向变形, δ_r 表示丝杠径向变形, θ 表示加载前后螺母与丝杠的相对角位移, R_0

为加载前丝杠曲率中心距丝杠轴线的垂直距离, A_1 和 A_2 分别表示丝杠曲率中心与螺母曲率中心水平方向和垂直方向的距离, x_1 和 x_2 分别表示滚珠中心与螺母曲率中心水平方向和垂直方向的距离。文中下标 s 表示丝杠侧, 下标 n 表示螺母侧。

由图 1 可见, 加载前 3 个中心 O_n, O_{s1}, O_{s2} 共线, 故接触角相等, 即为设计时的接触角 α 。加载后接触角发生变化, 表现为丝杠侧接触角由 α 增大为 α_s , 螺母侧接触角由 α 减小为 α_n 。

依据图 1 所示几何关系, 由勾股定理可得:

$$\left. \begin{aligned} (A_1 - x_1)^2 + (A_2 - x_2)^2 - (r_s - r + \delta_s)^2 &= 0, \\ x_1^2 + x_2^2 - (r_n - r + \delta_n)^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_n &= \frac{x_2}{r_n - r + \delta_n}, \sin \alpha_n = \frac{x_1}{r_n - r + \delta_n}, \\ \cos \alpha_s &= \frac{A_2 - x_2}{r_s - r + \delta_s}, \sin \alpha_s = \frac{A_1 - x_1}{r_n - r + \delta_s}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

依据式(9)求得 x_1 和 x_2 并代入式(10), 即可求得加载后的接触角 α_s 和 α_n 。

1.2.2 滚珠公转角速度

滚珠运动中同时存在绕丝杠旋转轴的公转和绕自身轴线的自转^[12-13], 为便于计算离心力, 先计算公转角速度

$$\omega_m = \frac{\omega \cdot A \cdot B}{A \cdot B + C \cdot D}, \quad (11)$$

其中: $r' = d/d_0$; $A = 1 - r' \cdot \cos \alpha_s$, $B = \cos \alpha_n + \tan \beta \cdot \cos \alpha_n$, $C = 1 + r' \cdot \cos \alpha_n$, $D = \cos \alpha_s + \tan \beta \cdot \sin \alpha_s$ 。

1.3 滚珠丝杠副力平衡关系

滚珠丝杠副中, 滚珠和螺母承受的力主要有轴向载荷、接触点处法向力、接触点处摩擦力以及离心力等^[14], 根据各个力的特点进行滚珠丝杠副的受力分析得螺母和滚珠的力平衡关系图分别如图 2 和图 3 所示。其中各个坐标轴所代表的含义如下, z 轴

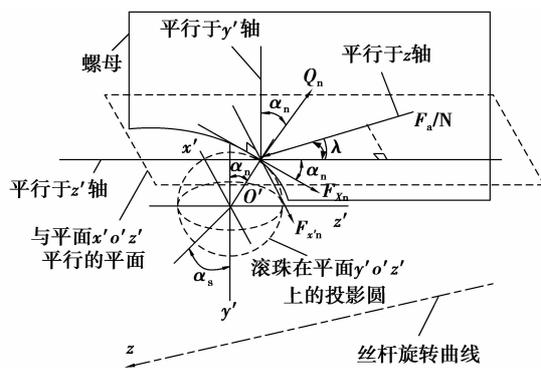


图 2 螺母受力平衡关系图

表示丝杠旋转轴线, 坐标系 $o' - x' y' z'$ 的坐标原点位于滚珠中心 o' , x' 为丝杠轨道上运动轨迹的切线方向, y' 为垂直于丝杠面并指向 z 轴, z' 位于丝杠表面并与 x', y' 轴垂直。

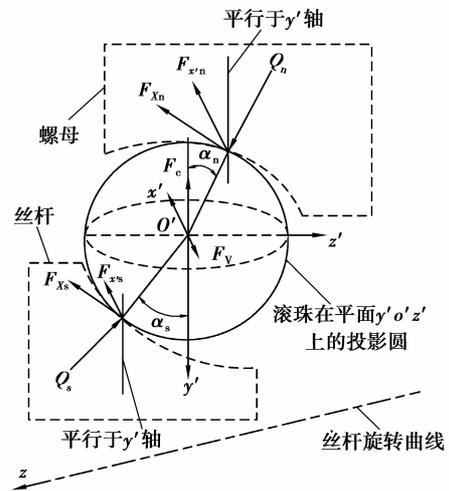


图 3 滚珠受力平衡关系图

根据图 2 所示螺母的力平衡关系可得螺母的力平衡关系式为

$$F_n/N - (Q_n \cdot \sin \alpha_n + F_{Xn} \cdot \cos \alpha_n) \cdot \cos \lambda = 0. \quad (12)$$

根据图 3 所示滚珠的力平衡关系可得滚珠在 y' 方向上的力平衡关系式为

$$-Q_s \cdot \cos \alpha_s - F_{Xs} \cdot \sin \alpha_s + Q_n \cdot \cos \alpha_n - F_{Xn} \cdot \sin \alpha_n - F_c = 0. \quad (13)$$

式(12)和(13)中: F_c 为作用于滚珠球心的离心力且 $F_c = \frac{1}{2} m \cdot d_0 \cdot \omega_m^2$; $F_{Xn}, F_{X'n}, F_{Xs}$ 分别表示滚珠和滚道的摩擦力在相应方向上的分量; Q_s 和 Q_n 分别表示螺母侧和丝杠侧的法向力。

式(12)和(13)中只有接触变形 δ_s 和 δ_n 是未知数, 通过联立求解这两个方程即可求得 δ_s 和 δ_n 。

2 动态接触变形计算流程

依据上述所建模型, 动态接触变形计算流程如图 4 所示。以某一型号滚珠丝杠副结构参数进行计算, 各参数值如表 1 所示。

表 1 滚珠丝杠副结构参数

参数	R/mm	d/mm	d ₀ /mm	α/(°)	λ/(°)	N
取值	3.429	6.35	32	45	5.68	45

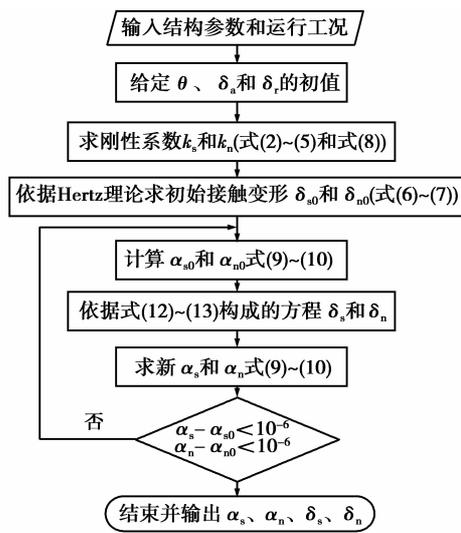


图 4 动态接触变形计算流程图

首先由式(6)和(7)求得初始接触变形 δ_{s0} 和 δ_{n0} 以及丝杠侧刚性系数 k_s 和螺母侧刚性系数 k_n ,然后将初始接触变形值代入式(9)求得 x_1 和 x_2 ,进而将相关参数代入式(10)求出接触角 α_{s0} 和 α_{n0} 。最后将相关数据代入式(12)和式(13),即得到新的考虑动态运转过程的接触变形值 δ_s 与 δ_n ,再将新的接触变形值代入式(9)求新的接触角 α_s 和 α_n ,如此循环直到 $\alpha_{s0} - \alpha_s$ 和 $\alpha_{n0} - \alpha_n$ 的差值都小于 10^{-6} ,这里 10^{-6} 为预设变化量,认为当差值为 10^{-6} 时变化量近似为零,此时输出最终的 α_s 、 α_n 、 δ_s 与 δ_n 。

3 结果与讨论

3.1 运行工况对接触变形的影响

在保证结构参数不变的前提下,改变轴向载荷 F_n 和丝杠转速 n ,求得相应工况下的接触角及接触变形如表 2 所示。

表 2 不同运行工况下的接触角及接触变形

$n/(r \cdot \text{min}^{-1})$	500 N		1 500 N		2 500 N	
	$\alpha_s / (^\circ)$	$10^3 \delta_s / \text{mm}$	$\alpha_n / (^\circ)$	$10^3 \delta_n / \text{mm}$	$\alpha_s / (^\circ)$	$10^3 \delta_s / \text{mm}$
1 000	45.47	0.822	44.74	0.797	45.32	1.714
2 000	46.72	0.814	43.48	0.813	45.85	1.706
3 000	48.11	0.804	41.29	0.840	46.64	1.694
4 000	50.38	0.784	39.12	0.868	47.67	1.678

根据表 2 所示数据,绘制不同轴向载荷下接触变形与丝杠转速的关系曲线如图 5 所示。

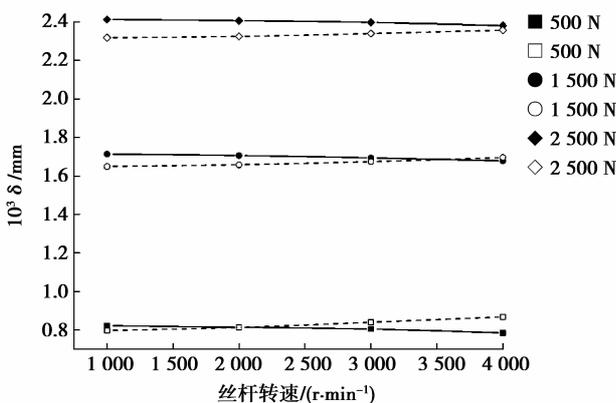


图 5 不同运行工况下的接触变形

由图 5 可见,载荷越大,两侧接触变形的变化都越缓慢。无论在何种轴向载荷下,丝杠侧接触变形 δ_s 都随转速的增大而减小,螺母侧接触变形 δ_n 都随转速的增大而增大, δ_s 的变化速度慢于 δ_n ,且 δ_s 与

δ_n 的差值随着转速的增大而减小。这是由于随着转速的增大,离心力增大,螺母侧法向力 Q_n 增大,丝杠侧法向力 Q_s 减小,最终导致 $Q_n > Q_s$ 。可见,滚珠丝杠副的运行工况对接触变形有较大的影响,进一步影响滚珠丝杠副的定位精度。

3.2 接触角对接触变形的影响

提取表 2 所示数据,绘制螺母侧接触变形 δ_n 和丝杠侧接触变形 δ_s 随对应侧接触角变化的曲线如图 6 所示,图 6(a)~(c)分别对应轴向载荷为 500、1 500、2 500 N 时的情况,每种轴向载荷均选取 4 种转速,其中 1~4 对应转速分别为 1 000、2 000、3 000、4 000 r/min。

3.2.1 接触角的变化规律

结构的初始接触角为 45° ,综合图 6(a)~(c)可得,当载荷一定时,丝杠侧接触角 α_s 随转速的增大而增大,螺母侧接触角 α_n 随转速的增大而减小;两侧的接触角 α_s 和 α_n 的变化范围随着载荷增大而减小。两接触角的差值随转速增大而增大,因此当转速较高时不能将两侧接触角视为相等^[15]。当载荷

小转速高时会引起较大的接触角变化,从而对滚珠丝杠副的动态性能产生显著影响,反之,当载荷大转速低时接触角变化很小,可认为两侧接触角相等。因此现有文献在分析时假定接触角不变并非在所有运行工况下都是合适的。

3.2.2 接触角变化对接触变形的影响

综合图 6(a)~(c)可得,两侧的接触变形都随着接触角的增大而减小,而且,随着转速增大,由于接触角 α_s 和 α_n 的变化趋势不一致,导致 δ_s 与 δ_n 的差值减小。接触角的变化速度越慢,接触变形的变化速度和也越慢。接触角的变化幅度越小,接触变形的变化幅度也越小。

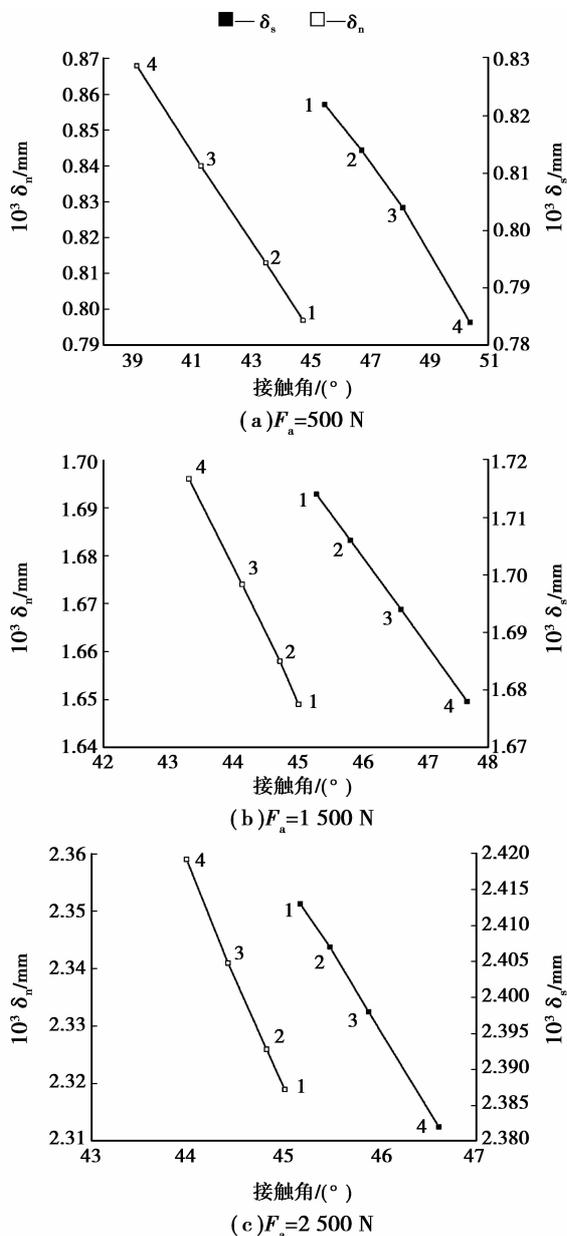


图 6 变接触角下的接触变形

3.3 螺旋角对接触变形的影响

保持其他结构参数不变时,螺旋角只受导程的影响。当轴向载荷 $F_a = 1500 \text{ N}$,丝杠转速 $n = 3000 \text{ r/min}$ 时,取不同的导程求得相应的接触变形如表 3 所示,同时可得丝杠侧接触变形 δ_s 和螺母侧接触变形 δ_n 随导程变化的曲线如图 7 所示。

表 3 不同导程下的接触变形

L/mm	$\lambda/(\text{°})$	$10^3 \delta_s/\text{mm}$	$10^3 \delta_n/\text{mm}$
4	2.28	1.699	1.678
5	2.85	1.698	1.678
6	3.42	1.698	1.677
8	4.55	1.696	1.676
10	5.68	1.694	1.674
12	6.81	1.692	1.671
16	9.04	1.685	1.666
20	11.25	1.677	1.658

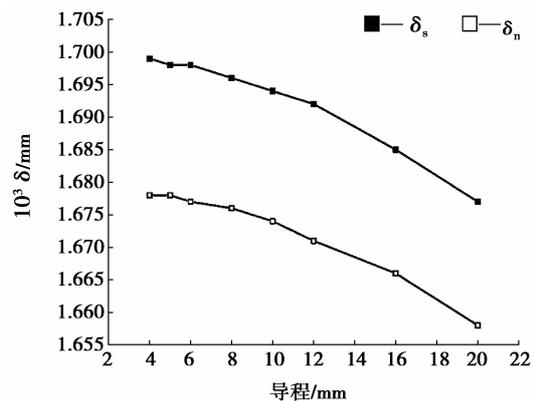


图 7 不同螺旋角下的接触变形

由图 7 可见,在导程为 4~6 mm,即螺旋角为 $2.28^\circ \sim 3.42^\circ$ 的范围内,两侧接触变形 δ_s 和 δ_n 变化不明显;在导程为 6~20 mm,即螺旋角为 $3.42^\circ \sim 11.25^\circ$ 的范围内,接触变形变化幅度较大。随着导程的增大也即螺旋角的增大, δ_s 和 δ_n 均减小。因而,实际应用中增大导程能减小接触变形进而提高滚珠丝杠副的性能。

4 结 论

考虑运行工况引起的接触角变化和离心力,通过受力分析,建立了滚珠丝杠副的力平衡方程,从而建立了求解动态接触变形的模型。通过分析运行工况、接触角和螺旋角对接触变形的影响,所得结论如下:

1)当载荷增大时,两侧接触变形的变化随转速的增大而变缓;转速增大时丝杠侧接触变形增大而螺母侧接触变形减小。

2)接触变形随接触角的增大而减小,当载荷小转速高时接触角变化较大,而且两侧接触角的差值较大,因此分析中应该根据实际工况确定是否可近似认为两侧接触角相等。

3)接触变形随螺旋角的增大而减小,且在螺旋角为 $3.42^{\circ}\sim 11.25^{\circ}$ 接触变化的变化速度加快,因此实际中可采用增大导程的办法提高滚珠丝杠副性能,但导程过大会增大轴向进给速度。因此,通过对滚珠丝杠副动态接触特性的分析可见,在提高滚珠丝杠定位精度时必须考虑运行工况并选取合适的结构参数。

参考文献:

- [1] 程光仁. 滚动螺旋传动设计方法[M]. 北京:机械工业出版社, 1987.
- [2] Wei C C, Lin J F, Horng J H. Analysis of a ball screw with a preload and lubrication [J]. Tribology International, 2009, 42(11/12):1816-1831.
- [3] Wei C C, Lin J F. Kinematic analysis of the ball screw mechanism considering variable contact angles and elastic deformations[J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125(4):717-733.
- [4] 许向荣, 宋现春, 姜洪奎, 等. 单螺母滚珠丝杠副轴向刚度的分析研究[J]. 武汉理工大学学报, 2009, 31(24):54-57.
XU Xiangrong, SONG Xianchun, JIANG Hongkui, et al. Analysis & Study on the axial stiffness of single nut ball screw pairs[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2009, 31(24):54-57.
- [5] 姜洪奎, 宋现春, 张佐营. 螺旋升角对滚珠丝杠副弹性变形的影响分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(9):1079-1083.
JIANG Hongkui, SONG Xianchun, ZHANG Zuoying. Influence of lead angle on elastic deformation of ball screw [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(9):1079-1083.
- [6] 芮执元, 韩新健, 郭俊锋. 螺旋升角对滚珠丝杠副弹性变形及传递效率的影响[J]. 机械设计, 2011, 28(11):39-43.
RUI Zhiyuan, HAN Xinjian, Guo Junfeng. Influence on elastic deformation and transmission efficiency of ball screw pairs by lead angle[J]. Journal of Machine Design, 2011, 28(11):39-43.
- [7] 王福吉, 阳江源, 贾振元, 等. 滚珠丝杠副非协调性接触特性研究[J]. 中国机械工程, 2011, 22(19):2293-2297.
WANG Fuji, YANG Jiangyuan, JIA Zhenyuan, et al. Study on non-conformal contact characteristics of ball screw [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(19):2293-2297.
- [8] 牟世刚, 冯显英. 高速滚珠丝杠副动态特性分析[J]. 湖南大学学报:自然科学版, 2011, 38(12):25-29.
MOU Shigang, FENG Xianying. Study of dynamic characteristic of high-speed ball screw[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2011, 38(12):25-29.
- [9] Harris T A, Kotzalas M N. Rolling bearing analysis[M]. 5th ed. London: Taylor & Francis, 2006.
- [10] Hertz H. On the contact of elastic solids[J]. J. Reine Angew Math., 1882, 92:156-171.
- [11] Jin C, Wu B, Hu Y M. Heat generation modeling of ball bearing based on internal load distribution [J]. Tribology International, 2012, 45(1):8-15.
- [12] Wei C C, Lai R S. Kinematical analyses and transmission efficiency of a preloaded ball screw operating at high rotational speeds[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(7):880-898.
- [13] 龚宪生, 刘志强, 权威. 滚珠螺旋副中滚珠滑移及自锁效应分析[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(12):27-33.
GONG Xiansheng, LIU Zhiqiang, QUAN Wei. Analysis on the self-locking effect and slipping motion of balls in the screw pair[J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(12):27-33.
- [14] Claudio B, Luca L. A general elastic-plastic approach to impact analysis for stress state limit evaluation in ball screw bearings return system[J]. International Journal of Impact Engineering, 2007, 34(7):1272-1285.
- [15] Lin M C, Velinsky S A, Ravani B. Design of the ball screw mechanism for optimal efficiency[J]. Journal of Machine Design, 1994, 116(3):849-855.

(编辑 张 革)