

文章编号: 1000-582X(2013)04-071-04

耦合混沌系统的脉冲拟同步

金环^{1,2}, 李传东¹, 刘超¹

(1. 重庆大学计算机学院, 重庆 400044; 2. 济宁职业技术学院, 山东 济宁 272037)

摘要: 研究了在参数失配的情况下, 采用脉冲控制方式实现耦合混沌系统的拟同步条件。通过详细的理论分析和严谨的理论推导, 得出了在欧式范数下误差边界以及误差边界、脉冲间隔和控制增益的函数关系。最后, 利用 MATLAB 进行数值仿真, 验证此方法的可行性和有效性。

关键词: 脉冲控制; 混沌系统; 拟同步

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Impulsive quasi-synchronization of a class of coupling chaotic systems

JIN Huan^{1,2}, LI Chuandong¹, LIU Chao²

(1. College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. Jining Vocational and Technology College, Jining, Shandong 272037, China)

Abstract: The conditions to achieve quasi-synchronization of coupling chaotic systems by virtue of impulsive control are investigated in the cases of parameter mismatch. By means of detailed theoretical analysis and precise theoretical derivation, the error bound of Euclidean norm and the function relation of error bound, impulse interval and control gain are obtained. At last, the feasibility and effectiveness of this method is verified by MATLAB numerical simulation.

Key words: impulsive control; chaotic systems; quasi-synchronization

20世纪90年代以来, 由于 Pecora and Carroll 开创性的工作, 混沌同步问题引起人们高度地关注, 并被广泛应用在物理学、天文学、工程学、医学、安全通信、人工神经网络等领域, 同步现象的分析研究也由此成为活跃的课题。目前, 混沌控制与同步方法有很多, 如驱动-响应控制^[1]、耦合控制^[2]、反馈控制^[3]、自适应控制^[4]、模糊控制^[5]、观测器控制^[6]及脉冲控制^[7-9, 13-14]等。脉冲控制只在离散时刻施加, 能量消耗小, 实现简单。例如, 对能源比较敏感的航天、宇航工程, 卫星轨道的改变, 适时加入脉冲控制, 能够节省能源, 收到事半功倍的效果。对某些不能承受连续干扰的系统, 更凸显了脉冲控制的重要性。

对于良好参数匹配的混沌系统, 可通过各种方法达到同步, 但参数失配在实际操作中不可避免。因此, 考虑参数失配对耦合混沌系统同步质量的影响非常有意义。研究了脉冲控制在耦合混沌系统中的应用, 通过详细的理论分析, 得到了参数失配条件下耦合混沌系统实现拟同步的条件, 得到了误差边界、脉冲间隔和控制增益之间的函数关系。

1 带参数失配的混沌拟同步分析

考虑文献[10]中的系统

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 f(x), \quad (1)$$

收稿日期: 2012-11-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60974020)

作者简介: 金环(1969-), 女, 副教授, 主要从事非线性系统理论、混沌控制与同步等方向的研究, (Tel)13983602123; (E-mail) Jh6902@126.com。

$$\text{其中, } \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & \alpha_1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta_1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}(x) = [f_1(x_1), f_2(x_2), f_3(x_3)]^T, f_1(x_1) = ax_1 + 0.5 \left\{ \left[(a-b) \left(\left| x_1 + \frac{1}{3} \right| - \left| x_1 - \frac{1}{3} \right| \right) + (b-a) \right. \right.$$

$$\left. \left. (|x_1 + 1| - |x_1 - 1|) \right] \right\}, f_2(x_2) = f_3(x_3) = 0.$$

以式(1)作为驱动系统,采用脉冲反馈,其响应系统为如下形式

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \mathbf{A}_2 \tilde{x} + \mathbf{B}_2 \mathbf{f}(\tilde{x}), t \neq t_k, \\ \Delta \tilde{x} = -\mathbf{B}(x - \tilde{x}), t = t_k, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $t_k (k=1, 2, \dots)$ 为脉冲时刻,脉冲发生的时刻序列 t_k 满足 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots$ 以及 $\lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty$ 。 \mathbf{B} 是控制增益矩阵,由于存在参数失配,一般来说, $\mathbf{A}_2, \mathbf{B}_2$ 通常和 $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1$ 不等,用 $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2$ 和 $\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2$ 来表示参数失配误差。 $\Delta x|_{t=t_k} \equiv x(t_k^+) - x(t_k^-), x(t_k^-) = \lim_{t \rightarrow t_k^-} x(t), x(t_k^+) = \lim_{t \rightarrow t_k^+} x(t)$ 。总是假设 $x(t_k^-) = x(t_k)$, 即系统解 $x(t)$ 在跳跃点处是左连续的。

记同步误差为 $e = x - \tilde{x}$ 。这样,对 $t \in (t_i, t_{i+1}] (i=0, 1, 2, \dots)$, 有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \mathbf{A}_1 x + \mathbf{B}_1 \mathbf{f}(x) - \mathbf{A}_2 \tilde{x} - \mathbf{B}_2 \mathbf{f}(\tilde{x}) = \\ & \mathbf{A}_1 x - \mathbf{A}_2 x + \mathbf{B}_1 \mathbf{f}(x) - \mathbf{B}_2 \mathbf{f}(x) + \\ & \mathbf{A}_2 x - \mathbf{A}_2 \tilde{x} + \mathbf{B}_2 \mathbf{f}(x) - \mathbf{B}_2 \mathbf{f}(\tilde{x}) = \\ & \Delta \mathbf{A} x + \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x) + \mathbf{A}_2 e + \mathbf{B}_2 \varphi(x, \tilde{x}) \end{aligned}$$

其中, $\varphi(x, \tilde{x}) = \mathbf{f}(x) - \mathbf{f}(\tilde{x})$ 。

因此,同步误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e} = \Delta \mathbf{A} x + \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x) + \mathbf{A}_2 e + \mathbf{B}_2 \varphi(x, \tilde{x}), t \neq t_i, \\ \Delta e = \mathbf{B} e, t = t_i. \end{cases} \quad (3)$$

记 L 为函数 f_1 的 Lipschitz 常数。为了简便,令脉冲序列等距,间隔为 δ , 控制增益 $\mathbf{B} = k\mathbf{I}$ 。由于参数失配的存在,系统(1)和系统(2)不能完全同步(实际上,简单的计算可以看出, $e=0$ 不是误差方程(3)的平衡点)。为使误差收敛到合适的小区域,得到以下定理:

定理 设 $\chi = \{x \in R^n \mid \|x\| \leq \omega_1\}$, 若存在正常数 l, γ , 对称正定矩阵 \mathbf{P} 满足

$$-1 - e^{-\frac{1}{2}l\delta} < k < -1 + e^{-\frac{1}{2}l\delta}, \quad (4)$$

其中

$$\beta = \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P}\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} \mathbf{B}_2) + L^2 l^{-1} + \gamma^{-1}}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}.$$

则同步误差系统(3)收敛到含有原点的小区域 D ,

$$D = \left\{ e \in R^n \mid \|e\| \leq \sqrt{\frac{-\gamma\delta}{d(\ln d + \delta\beta)}} \cdot \omega \right\}, \text{其中 } d =$$

$$(1+k)^2, \|\mathbf{P}\Delta \mathbf{A}\| + L \|\mathbf{P}\Delta \mathbf{B}\| = \omega_2, \omega = \omega_1 \cdot \omega_2.$$

$$\text{即系统(1)和(2)实现误差边界为 } \varepsilon = \sqrt{\frac{-\gamma\delta}{d(\ln d + \delta\beta)}}$$

$\cdot \omega$ 的拟同步。

证明 考虑以下李雅普诺夫函数

$$V(t) = e^T \mathbf{P} e. \quad (5)$$

当 $t \in (t_{i-1}^+, t_i]$, $i=1, 2, \dots$, 有

$$\begin{aligned} D^+ V(t) &= \dot{e}^T \mathbf{P} e + e^T \mathbf{P} \dot{e} = \\ & [\Delta \mathbf{A} x + \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x) + \mathbf{A}_2 e + \mathbf{B}_2 \varphi(x, \tilde{x})]^T \mathbf{P} e + \\ & e^T \mathbf{P} [\Delta \mathbf{A} x + \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x) + \mathbf{A}_2 e + \mathbf{B}_2 \varphi(x, \tilde{x})] = \\ & x^T (\Delta \mathbf{A})^T \mathbf{P} e + e^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{A} x + f^T(x) (\Delta \mathbf{B})^T \mathbf{P} e + \\ & e^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x) + e^T (\mathbf{P} \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2^T \mathbf{P}) e + \\ & \varphi^T(x, \tilde{x}) \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} e + e^T \mathbf{P} \mathbf{B}_2 \varphi(x, \tilde{x}) \leq \\ & e^T (\mathbf{P} \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} \mathbf{B}_2 + L^2 l^{-1} + \\ & \gamma^{-1}) e + \gamma \|\mathbf{P} \Delta \mathbf{A} x + \mathbf{P} \Delta \mathbf{B} \mathbf{f}(x)\|^2 \leq \\ & \frac{(\lambda_{\max}(\mathbf{P} \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} \mathbf{B}_2) + L^2 l^{-1} + \gamma^{-1})}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \\ & e^T \mathbf{P} e + \gamma \omega^2 = \beta V(t) + \gamma \omega^2. \end{aligned}$$

当 $t = t_i^+$, 有

$$V(t_i^+) = e^T (I + \mathbf{B})^T \mathbf{P} (I + \mathbf{B}) e = (1+k)^2 e^T \mathbf{P} e = dV(t_i),$$

即

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = \beta V(t) + \gamma \omega^2, t \neq t_i, \\ V(t_i^+) = dV(t_i), i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6),有

$$\begin{aligned} V(t) &= \Phi(t, t_0) V_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, s) \gamma \omega^2 ds = \\ & d^{\xi(t, t_0)} e^{\beta(t-t_0)} V_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, s) \gamma \omega^2 ds \leq \\ & d^{-1} (d^{1/\delta} e^{\beta})^{(t-t_0)} V_0 + \gamma \omega^2 d^{-1} \int_{t_0}^t (d^{1/\delta} e^{\beta})^{(t-s)} ds = \\ & d^{-1} e^{(\frac{1}{\delta} \ln d + \beta)(t-t_0)} V_0 - \frac{\gamma \omega^2 \delta}{d(\ln d + \delta\beta)} \\ & [1 - e^{(\frac{1}{\delta} \ln d + \beta)(t-t_0)}]. \end{aligned}$$

所以,当 $\frac{1}{\delta} \ln d + \beta < 0$ 时,即 $-1 - e^{-\frac{1}{2}l\delta} < k < -1$

$+ e^{-\frac{1}{2}l\delta}$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{-\gamma \omega^2 \delta}{d(\ln d + \delta\beta)},$$

$$\text{也即 } \|e\| \leq \sqrt{\frac{-\gamma\delta}{d(\ln d + \delta\beta)}} \cdot \omega.$$

这样,就得到了系统(1)和系统(2)的拟同步误

差边界 $\epsilon = \sqrt{\frac{-\gamma\delta}{d(\ln d + \delta\beta)}} \cdot \omega$, 从而, 收敛半径 ϵ 与脉冲间隔 δ 、参数失配的收敛半径 ω 、耦合系统、控制增益 B 有关, 但与初始状态无关。因此, 通过控制参数可以使收敛半径 ϵ 尽可能的小, 利用脉冲控制使 2 个耦合混沌系统达到同步。

2 脉冲控制同步的数值仿真

现在就用前面的理论结果来验证混沌系统脉冲拟同步。在系统(1)中, 取参数 $a = -0.672, b = -1.296, \alpha_1 = 10, \beta_1 = 14.222$ 时, 系统有 3 涡旋吸引子, 如图 1-3 所示。此时, $\omega_1 = 3.2156$ 。在响应系统中, 令 $\alpha_2 = 10.005, \beta_2 = 14.223$, 则 $\Delta A = \begin{bmatrix} 0.005 & -0.005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.001 & 0 \end{bmatrix}, \Delta B = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 又 $L = 1.296$ 。取 $l = 1, \gamma = 1, P = 0.11, \delta = 0.1$, 可得 $\beta = 41.5441, \omega_2 = 0.0014$ 。因此根据式(4), 可得 $-1.1253 < k < -0.8747$ 。取反馈增益 $k = -1.1252$, 其同步误差收敛域为

$$D = \{e \in R^3 \mid \|e\| < 0.0878\}.$$

其误差曲线如图 4~图 6 所示。

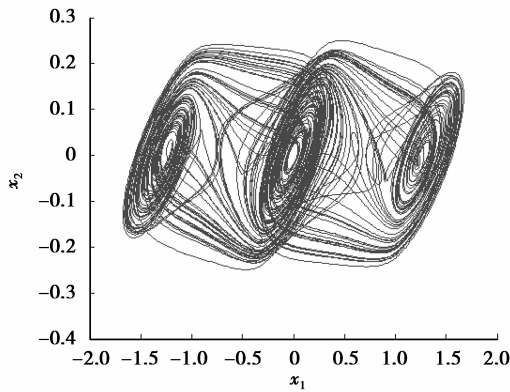


图 1 $x_1 - x_2$ 的吸引子

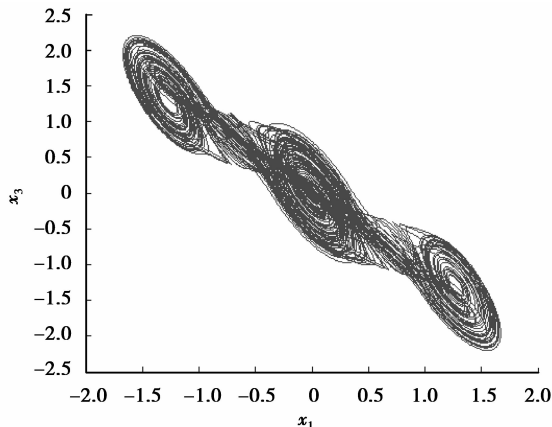


图 2 $x_2 - x_3$ 的吸引子

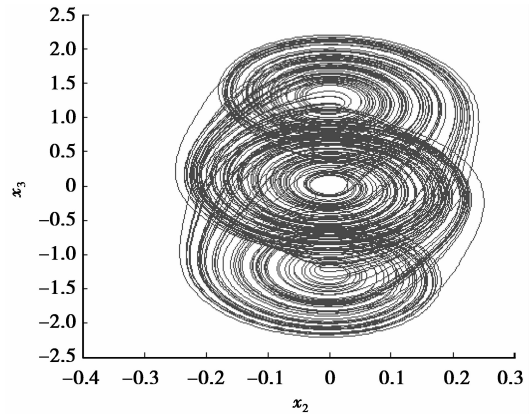


图 3 $x_1 - x_3$ 的吸引子

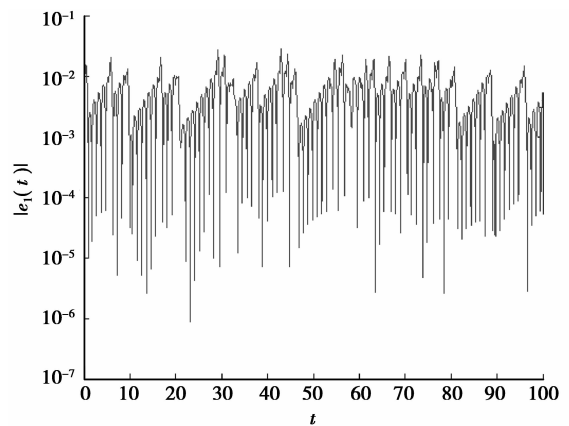


图 4 误差响应曲线 e_1

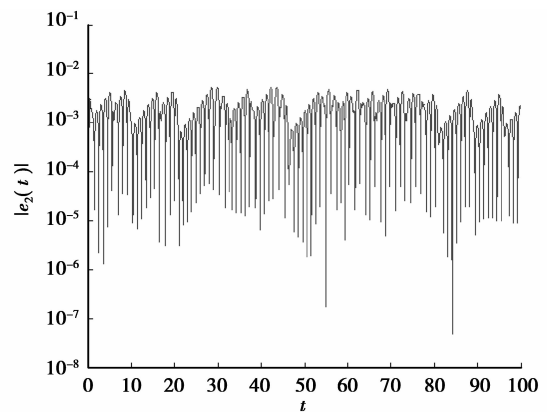


图 5 误差响应曲线 e_2

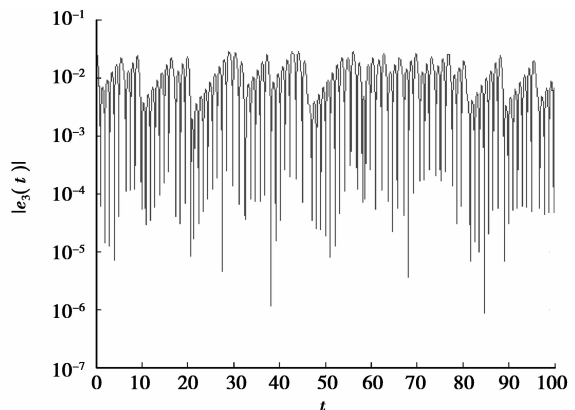


图 6 误差响应曲线 e_3

因此,理论分析和模拟结果基本一致。通过比较可以看出这个判据表达式没有太多约束条件,使用简单,耦合系数的选择范围较宽。证实该方法可行、有效。

3 结 论

混沌自身的特性和潜在的应用前景,使混沌同步问题一直是研究的热点。研究了脉冲控制方式对一类耦合混沌系统的影响,利用线性分解和比较得到拟同步的条件,给出欧氏范数下同步误差边界,性能提高的同时又保障了合适的安全边界,得到误差边界、脉冲间隔和控制增益的函数关系。随着控制、通信及网络技术的迅速发展,各学科的互相渗透,系统结构更加复杂,空间分布越来越广,对系统控制性能的要求越来越高。所以后续工作集中在以下方面:1)扩展本结论到更一般的混沌系统的耦合。2)设计有效的脉冲控制器,使同步误差边界更优。

参考文献:

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
- [2] Heagy J F, Carroll T L, Pecora L M. Synchronous chaos in coupled oscillator systems[J]. Physical Review Letters, 1994, 50(3): 1874-1885.
- [3] Agiza H N, Yassen M T. Synchronization of rossler and chen chaotic dynamical systems using active control[J]. Physics Letters A, 2001, 278(4): 191-197.
- [4] Fradkov A L, Pogromsky A Y. Speed gradient control of chaotic continuous-time systems [J]. IEEE Transactions on Circuits Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1996, 43(11): 907-913.
- [5] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy control of chaotic systems using LMIs: regulation, synchronization and chaos model following [C] // Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, May 4-9, 1998, Anchorage, AK. Piscataway: IEEE Press, 1998, 1: 434-439.
- [6] Nijmeijer H, Mareels I M Y. An observer looks at synchronization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1997, 44(10): 882-890.
- [7] Yang T. Impulsive control theory [M]. Berlin: Springer, 2001.
- [8] Yang T, Chua L O. Impulsive stabilization for control and synchronization of chaotic systems: theory and application to secure communication [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1997, 44(10): 976-988.
- [9] Li C D, Liao X F, Zhang X Y. Impulsive synchronization of chaotic systems [J]. Chaos, 2005, 15: 023104.
- [10] 陈红. 新控制器实现不同 Chua 系统的同步控制. 控制工程[J], 2008, 15(3): 287-290.
CHEN Hong. Controller design for synchro-control of different Chua's systems [J]. Control Engineering of China, 2008, 15(3): 287-290.
- [11] Chuandong Li, Xiaofeng Liao. Impulsive synchronization of chaotic systems. Chaos, 15, 023104, 2005.
- [12] Sánchez E N, Pérez J P. Input-to-state stability (ISS) analysis for dynamic neural networks [J]. IEEE Transactions on Circuits Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1999, 46(11): 1395-1398.
- [13] Huang T W, Li C D. Chaotic synchronization by the intermittent feedback method [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2010, 234(4): 1097-1104.
- [14] Han Q, Li C D, Huang J J. Estimation on error bound of lag synchronization of chaotic systems with time delay and parameter mismatch [J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 16(11): 1701-1711.

(编辑 侯 湘)