

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2014.08.019

陟槽型激活函数细胞神经网络稳定点研究

王平¹, 韩琦²

(1.重庆医科大学附属第一医院,重庆 400016;2.重庆科技学院 电气与信息工程学院,重庆 401331)

摘要:细胞神经网络稳定点研究可以为联想记忆提供理论支持,但是,以往没有对陟槽型激活函数的细胞神经网络进行研究。陟槽型激活函数是包含单位型增益型激活函数,因此其应用范围更广。文章主要研究了使用陟槽型激活函数的细胞神经网络中细胞平衡点数量的范围,通过研究细胞神经网络参数之间的关系,获得了一些网络稳定的充分条件,根据这些条件以及细胞神经网络的输入和输出能够得到细胞神经网络的权值范围,并且可获得该网络每个细胞平衡点数量的范围,得出其值小于 2^8 。最后,通过数值模拟证明文中提出的理论是有效的。

关键词:细胞神经网络;稳定点;克隆模板;陟槽型激活函数

中图分类号:TP183

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2014)08-132-06

Research on stable points of cellular neural networks with high gain activation function

WANG Ping¹, HAN Qi²

(1.The First Affiliated Hospital,Chongqing University of Medical Science,Chongqing 400016,China;

2. School of Electrical and Information Engineering,Chongqing University of Science and Technology,Chongqing 401331,China)

Abstract: Equilibrium points of cellular neural networks (CNNs) provide theoretical support for associative memories. However, the CNNs with high gain activation function have not been studied. Unity gain function is included by high gain activation function. Therefore, there are wide applications for high gain activation function. In this paper, the number of equilibrium points of each cell in CNNs with high gain activation function is considered. Some stable conditions about CNNs are obtained by use of the relationship between connection parameters. From these stable conditions and inputs and outputs of a CNN, the regions of values of parameters in CNNs can be gotten. Meanwhile, the number of equilibrium points of every cell can be obtained, where the number is less than 2^8 . Some numerical simulations are presented to support the effectiveness of the theoretical analysis.

Key words: cellular neural network; stable point; cloning template; high gain activation function

Chua 和 Yang^[1] 在 1988 年首次提出了细胞神经网络模型,并对其进行了理论分析。目前,细胞神经网络广泛应用于各个领域,如其可用于模式识别、图像处理,以及联想记忆等各种工程领域^[2-7]。解决细胞神经

收稿日期:2014-05-28

基金项目:重庆市教委科学技术研究项目(KJ131401);重庆科技学院博士教授基金资助项目(CK2013B15);国家自然科学基金资助项目(51275547)

作者简介:王平(1987-),女,主要从事神经网络、联想记忆和图形图像处理研究。

韩琦(联系人),男,博士,主要从事神经网络联想记忆、混沌系统同步、细胞自动机等研究,(E-mail)hanqicq@163.com。

网络的稳定性问题是实现细胞神经网络联想记忆关键问题之一^[8-9],而稳定性问题中细胞神经网络平衡点数量问题又是一个关键问题,而目前还没有针对陟槽型激活函数细胞神经网络平衡点数量研究,因此对其研究很有意义。

目前,有很多文献对细胞神经网络平衡点数量进行了研究,将细胞神经网络平衡点的研究成果可以应用到联想记忆中^[10-11],为分析联想记忆的存储容量提供依据。对细胞神经网络平衡点数量的研究主要集中在 2 个方面:关于整个细胞神经网络的平衡点数量^[10-12]的研究和关于细胞神经网络中某个细胞的平衡点数量^[13-16]的研究。在文献[13-16]中主要研究了单位型、门限型和负斜率型激活函数的细胞神经网络,而对陟槽型激活函数的细胞神经网络没有进行研究,并且陟槽型激活函数是包含单位型增益型激活函数,所以对陟槽型激活函数的细胞神经网络进行研究很有必要。所谓陟槽型激活函数就是指细胞神经网络的非线性项 $f(x) = (|x+1| - |x-1|)/h, 0 < h \leq 2$ 。当 $h=2$ 时,该激活函数就是单位增益型激活函数。陟槽型激活函数使得细胞神经网络非线性函数取值范围扩大,从而陟槽型激活函数的细胞神经网络应用范围更广。

文中将对陟槽型激活函数的细胞神经网络进行研究,分析其稳定性及平衡点数量的范围。

1 细胞神经网络平衡点数量分析

考虑一个 N 行 M 列的细胞神经网络,这个网络可以用微分方程定义为

$$\dot{y}_{ij} = -\bar{c}_{ij}y_{ij} + \sum_{k=k_1(i,r)}^{k_2(i,r)} \sum_{l=l_1(j,r)}^{l_2(j,r)} \bar{a}_{kl}g_{i+k,j+l}(y) + \sum_{k=k_1(i,r)}^{k_2(i,r)} \sum_{l=l_1(j,r)}^{l_2(j,r)} \bar{d}_{kl}\bar{u}_{kl} + \bar{v}_{ij}, \quad (1)$$

式中, $i \in \{1, 2, \dots, N\}, j \in \{1, 2, \dots, M\}, y_{ij}(t) \in R, \bar{c}_{ij}$ 是正参数, $\bar{A} = (\bar{a}_{kl})_{(2r+1) \times (2r+1)} \neq 0$ 是输出模板, $\bar{D} = (\bar{d}_{kl})_{(2r+1) \times (2r+1)}$ 是输入模板, \bar{u}_{kl} 是输入, \bar{v}_{ij} 是偏移变量, $k_1(i, r) = \max\{1-i, -r\}, k_2(i, r) = \min\{N-i, r\}, l_1(j, r) = \max\{1-j, -r\}, l_2(j, r) = \min\{M-j, r\}, g(\cdot)$ 是一个激活函数, $g(\cdot)$ 的定义为

$$g_{i,j}(y) = (|y+1| - |y-1|)/h,$$

式中 $g_{i,j}(y)$ 是细胞神经网络第 i 行第 j 列细胞的输出。

令 $r=1, n=N \times M$, 则式(1)可以转换成向量形式

$$\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}\mathbf{U} + \mathbf{V}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1M}, \dots, y_{NM})^T$, 系数矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{D} 是根据模板 \bar{A} 和 \bar{D} 获得的, $\mathbf{C} = \text{diag}(c_1, \dots, c_n), \mathbf{U} = (u_1, \dots, u_n)^T, \mathbf{V} = (v_1, \dots, v_n)^T$, 激活函数向量为 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (g(y_1), \dots, g(y_n))^T$ 。式(2)中第 k 个元素(细胞)由 O_k 表示($k=iN+j$, 其中 $1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M, i$ 表示细胞神经网络第 i 行, j 表示第 j 列)。式(2)中的矩阵 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$ 表达式为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ A_3 & A_1 & A_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & A_1 & A_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & A_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_1 & A_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_3 & A_1 \end{bmatrix}_{n \times n}, \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{a}_{00} & \bar{a}_{01} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} & \bar{a}_{01} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{00} & \bar{a}_{01} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} \end{bmatrix}_{M \times M},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \bar{a}_{10} & \bar{a}_{11} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \bar{a}_{1,-1} & \bar{a}_{10} & \bar{a}_{11} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \bar{a}_{1,-1} & \bar{a}_{10} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{10} & \bar{a}_{11} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{1,-1} & \bar{a}_{10} \end{bmatrix}_{M \times M}, \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \bar{a}_{-1,0} & \bar{a}_{-1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \bar{a}_{-1,-1} & \bar{a}_{-1,0} & \bar{a}_{-1,1} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \bar{a}_{-1,-1} & \bar{a}_{-1,0} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{-1,0} & \bar{a}_{-1,1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \bar{a}_{-1,-1} & \bar{a}_{-1,0} \end{bmatrix}_{M \times M}$$

$\mathbf{D} = (d_{ij})_{n \times n}$ 表达式类似于 \mathbf{A} 。

式(2)可被重写为

$$\dot{x}_i = -c_i x_i + a_{ii} f(x_i) + w_i, i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

式中

$$w_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} f(x_j) + \sum_{j=1}^n d_{ij} u_j + v_i. \quad (4)$$

在式(3)中, 如果 $-1 \leq x_i \leq 1$, 有 $f(x_i) = 2/hx_i$, 式(3)可转换为

$$\dot{x}_i = (2a_{ii}/h - c_i)x_i + w_i;$$

如果 $x_i \geq 1$, 有 $f(x_i) = 2/h$, 式(3)可转换为

$$\dot{x}_i(t) = -c_i x_i + a_{ii} + w_i;$$

如果 $x_i \leq -1$, 有 $f(x_i) = -2/h$, 式(3)可转换为

$$\dot{x}_i = -c_i x_i - a_{ii} + w_i.$$

在式(3)中, 如果 $x_i = 1$, 有

$$\dot{x}_i(t) = -c_i + 2/ha_{ii} + w_i = R_1;$$

如果 $x_i = -1$, 有

$$\dot{x}_i(t) = c_i - 2/ha_{ii} + w_i = R_2.$$

假设 β_i 是式(3)的一个平衡点, 有

$$-c_i \beta_i + a_{ii} f(\beta_i) + w_i = 0; \quad (5)$$

当 $\beta_i \leq -1$, 可得 $f(\beta_i) = -2/h$, 因此式(5)可转换为

$$\beta_i = (-2/ha_{ii} + w'_i)/c_i, \quad (6)$$

其中

$$w'_i = 2/h \sum_{j=1, j \neq i}^n \pm a_{ij} + \sum_{j=1}^n d_{ij} u_j + v_i; \quad (7)$$

当 $\beta_i \geq 1$, 可得 $f(\beta_i) = 2/h$, 因此式(5)可转换为

$$\beta_i = (2/ha_{ii} + w'_i)/c_i. \quad (8)$$

为了便于描述, 令 $\rho_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} u_j$, $\vartheta_i = 2/h \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$; 令 n_{PosNum} 为某个细胞正稳定平衡点数量, n_{NegNum} 为某个细胞负稳定平衡点数量; 令 δ 表示某个细胞和其相邻细胞数量之和。

通过以上对细胞神经网络的分析, 可得到如下定理。

定理 1 在式(3)中, 当 $2/ha_{ii} > c_i$ 时,

- 1) 如果 $v_i > 2/ha_{ii} + \rho_i + \vartheta_i - c_i$, 则细胞 O_i 仅存在正稳定平衡点, 而且 $1 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^{\delta-1}$;
- 2) 如果 $v_i < c_i - 2/ha_{ii} - \rho_i - \vartheta_i$, 则细胞 O_i 仅存在负稳定平衡点, 而且 $1 \leq n_{\text{NegNum}} \leq 2^{\delta-1}$;
- 3) 如果 $v_i \geq -2/ha_{ii} + c_i + \vartheta_i + \rho_i$ 且 $v_i \leq 2/ha_{ii} - c_i - \vartheta_i - \rho_i$, 则细胞 O_i 会同时存在正稳定平衡点, 负稳定平衡点, 并且 $2 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^\delta$, $2 \leq n_{\text{NegNum}} \leq 2^\delta$ 。

证明 由 $2/ha_{ii} > c_i$, 有 $R_1 > R_2$ 。根据 $v_i > 2/ha_{ii} + \rho_i + \vartheta_i - c_i$, 得 $R_2 > 0$ 。式(3)的相位平面图如图 1 所示, 因此, 细胞 O_i 存在正平衡点。根据式(7), 式(8)和 $R_1 > 0$, 可知式(3)的正平衡点为

$$x^* = (2/ha_{ii} + w'_i)/c_i \geq 1.$$

显然 x^* 不同值的数量等于 w'_i 不同值的数量。如果对任意 $k \neq l$, $a_{kl} = 0$, 则 w'_{ij} 不同值的数量为 1。如果对任意 $k \neq l$, $a_{kl} \neq 0$, 则 w'_{ij} 不同值数量的最大值为 $2^{\delta-1}$ 。因此, $1 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^{\delta-1}$ 。

定理 2 在式(3)中, 当 $2/ha_{ii} = c_i$ 时,

- 1) 如果 $v_i > \rho_i + \vartheta_i$, 则细胞 O_i 仅存在正稳定平衡点, 而且 $1 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^{\delta-1}$;
- 2) 如果 $v_i < -\rho_i - \vartheta_i$, 则细胞 O_{ij} 仅存在负稳定平衡点, 而且 $1 \leq n_{\text{NegNum}} \leq 2^{\delta-1}$ 。

定理 3 在式(3)中, 当 $2/ha_{ii} < c_i$ 时,

- 1) 如果 $v_i > \vartheta_i + \rho_i$, 则细胞 O_{ij} 存在正稳定平衡点, 且 $1 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^{\delta-1}$, 而且如果 $v_i \geq c_i - 2/ha_{ii} + \vartheta_i + \rho_i$, 则 $1 \leq n_{\text{PosNum}}$;

2) 如果 $v_i < -\vartheta_i - \rho_i$, 则细胞 O_{ij} 负稳定平衡点, 其 $1 \leq n_{\text{NegNum}} \leq 2^{\delta-1}$, 并且如果 $v_i \leq 2/ha_{ii} - c_i - \vartheta_i - \rho_i$, 则 $n_{\text{NegNum}} \leq -1$ 。

如果初始状态 $x(0) = 0$, 那么根据定理 1、2 和 3 可以得到下面这个推论。

推论 1 在式(3)中, 令初始状态 $x(0) = 0$,

1) 如果 $v_i - \rho_i - \vartheta_i > 0$ 且 $v_i \leq 2/ha_{ii} - c_i - \vartheta_i - \rho_i$ 成立, 则细胞 O_{ij} 存在正稳定平衡点, 而且 $2 \leq n_{\text{PosNum}} \leq 2^{\delta-1}$;

2) 如果 $v_i + \rho_i + \vartheta_i < 0$ 且 $v_i \geq -2/ha_{ii} + c_i + \vartheta_i + \rho_i$ 成立, 则细胞 O_{ij} 存在负稳定平衡点, 并且 $2 \leq n_{\text{NegNum}} \leq 2^{\delta-1}$ 。

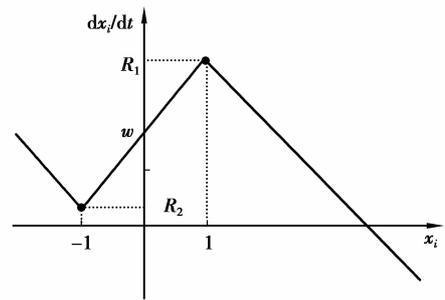


图 1 式(3)的 $x - \dot{x}$ 相位平面图, 此时, $2/ha_{ii} > c_i$ 和 $R_2 > 0$

2 数值模拟

根据定理或推论给出一个细胞神经网络参数设计过程。

步骤 1 确定陟槽型激活函数中 h 的值, 给出细胞神经网络激活函数的表达式;

步骤 2 选定细胞神经网络要满足那些定理或推论;

步骤 3 确定克隆模板 \bar{A} 、正参数 \bar{c}_{ij} 和模板 \bar{D} 的值;

步骤 4 由步骤 2 中选取的定理或推论, 得到连接权矩阵 A, C 和 D 之间的关系; 根据给定的细胞神经网络的输出和输入, 得到 v_i 的范围;

步骤 5 由连接权矩阵 A, C 和 D 的值和向量 V 的范围, 给出细胞神经网络。

假设一个细胞神经网络的模板 A 和 D 为

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \bar{a}_{-1,-1} & \bar{a}_{-1,0} & \bar{a}_{-1,1} \\ \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} & \bar{a}_{0,1} \\ \bar{a}_{1,-1} & \bar{a}_{1,0} & \bar{a}_{1,1} \end{pmatrix}, \bar{D} = \begin{pmatrix} \bar{d}_{-1,-1} & \bar{d}_{-1,0} & \bar{d}_{-1,1} \\ \bar{d}_{0,-1} & \bar{d}_{00} & \bar{d}_{0,1} \\ \bar{d}_{1,-1} & \bar{d}_{1,0} & \bar{d}_{1,1} \end{pmatrix} \quad (9)$$

因此, 根据式(2), 一个 2 行 2 列的细胞神经网络可以写成

$$\dot{x} = -Cx + Af(x) + DU + V, \quad (10)$$

其中 $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T, U = (u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4)^T, V = (v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4)^T,$

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} \bar{a}_{00} & \bar{a}_{01} & \bar{a}_{10} & \bar{a}_{11} \\ \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} & \bar{a}_{1,-1} & \bar{a}_{10} \\ \bar{a}_{-10} & \bar{a}_{-11} & \bar{a}_{00} & \bar{a}_{01} \\ \bar{a}_{-1,-1} & \bar{a}_{-10} & \bar{a}_{0,-1} & \bar{a}_{00} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} \bar{d}_{00} & \bar{d}_{01} & \bar{d}_{10} & \bar{d}_{11} \\ \bar{d}_{0,-1} & \bar{d}_{00} & \bar{d}_{1,-1} & \bar{d}_{10} \\ \bar{d}_{-10} & \bar{d}_{-11} & \bar{d}_{00} & \bar{d}_{01} \\ \bar{d}_{-1,-1} & \bar{d}_{-10} & \bar{d}_{0,-1} & \bar{d}_{00} \end{pmatrix},$$

细胞神经网络的输入和输出如图 2 所示, 图中白格子代表 -1, 黑格子代表 1。通过设计细胞神经网络参数实现从输入(见图 2(a))到输出(见图 2(b))实际上就是一个完成联想记忆的过程, 因此文中的定理和推论是可以实现细胞神经网络的联想记忆的。

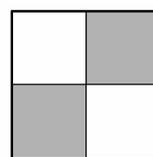
接下来, 设计一个细胞神经网络可实现当输入图 2(a)时输出为图 2(b)。

步骤 1 选择 $h = 1$, 得 $f(x) = (|x+1| - |x-1|)$;

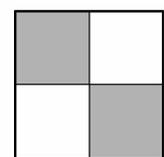
步骤 2 选择推论 1 作为设计细胞神经网络依据;

步骤 3 使得 $A = \begin{pmatrix} -0.3 & -0.3 & -0.1 \\ 0.3 & 4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}, c_{11} = c_{12} = c_{21} = c_{22} = 1$, 且 $D = \begin{pmatrix} 0.3 & -0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & -0.4 & -0.1 \end{pmatrix}$ 。

步骤 4 根据推论 1, 首先有, $2/ha_{ii} > c_i$ 成立, 在根据细胞神经网络的输入和输出以及 $v_i > 2/ha_{ii} + \rho_i + \vartheta_i - c_i$ 和 $v_i < c_i - 2/ha_{ii} - \rho_i - \vartheta_i$, 计算可得 $1.7 < v_1 < 5.3, -4.8 < v_2 < -2.2, -5.2 < v_3 < -1.8, 2.6 <$



(a) 细胞神经网络输入过程



(b) 细胞神经网络输出过程

图 2 细胞神经网络的输入和输出

$v_4 < 4.4$ 。因此,选择 $v_1 = 2, v_2 = -2.4, v_3 = -2, v_4 = 3$ 。

步骤 5 根据参数 A, C 和 D 的值和 V 的值,构造细胞神经网络。

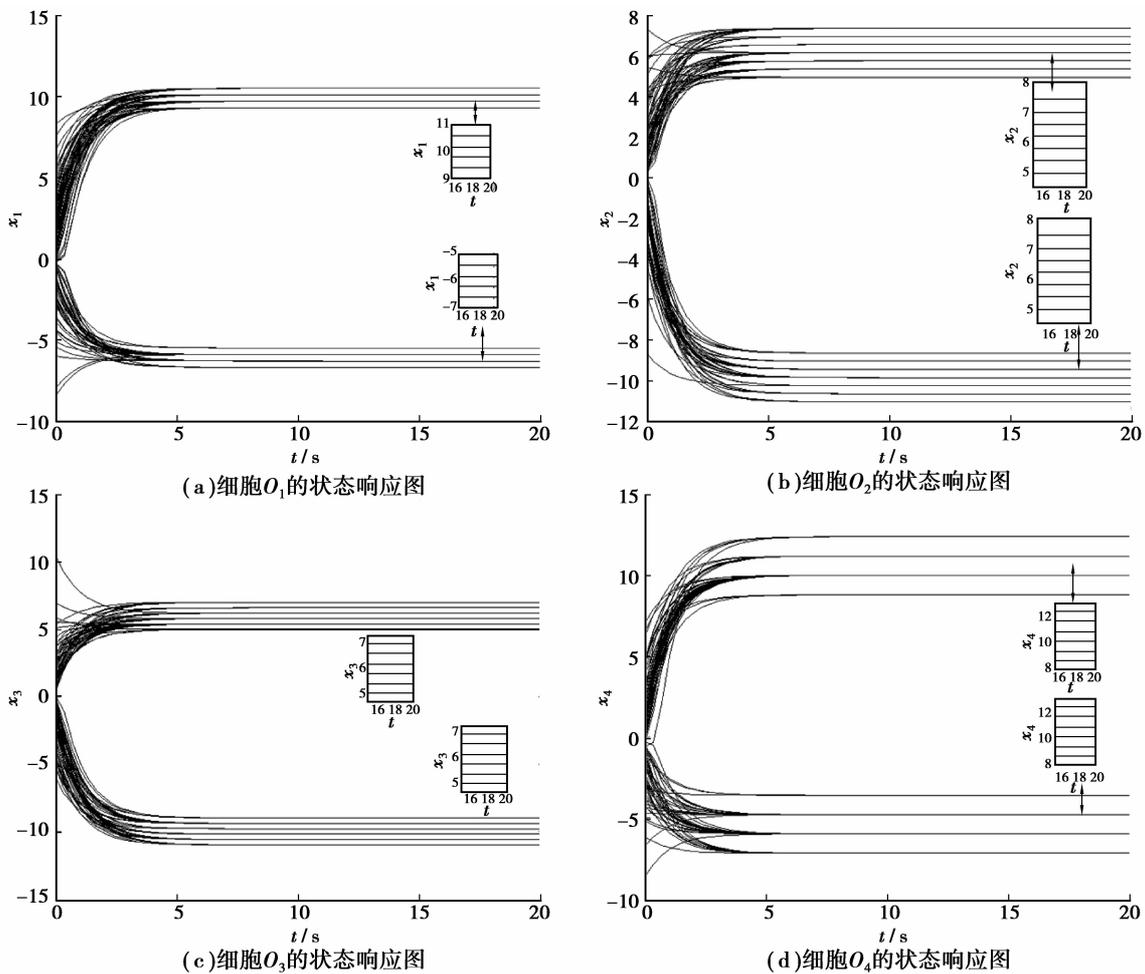


图 3 细胞状态的时间响应图,从图中可知每个细胞平衡点的数量

根据上述步骤可得到一个细胞神经网络。为这个细胞神经网络随机地给出 100 个的初始状态,可得图 3,从图 3 中可看成细胞神经网络中每个细胞平衡点的个数。

在实验中,如果 $h = 2$ 时该激活函数就成了单位增益型激活函数。而阶槽型激活函数取值更为灵活,就可根据问题需求来自由定义 h 取值,因而,阶槽型激活函数的细胞神经网络适用范围更广。

3 结 论

文中对使用阶槽型激活函数的细胞神经网络平衡点数量进行研究。通过研究细胞神经网络权值之间的关系,给出细胞神经网络稳定的条件,并且获得了网络中每个细胞的平衡点数量范围。最后通过数值模拟,给出了细胞神经网络的平衡点的数量范围,将该理论应用到联想记忆中,并证明了其有效性。

参考文献:

- [1] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: theory[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1988, 35(10): 1257-1272.
- [2] 薛菲菲,胡燕翔,徐江涛. 基于 CNN 的彩色图像边缘提取方法[J]. 天津师范大学学报:自然科学版, 2013, 33(2): 47-50.
XUE Feifei, HU Yanxiang, XU Jiangtao. Edge detection of color image based on CNN[J]. Journal of Tianjin Normal University: Natural Science Edition, 2013, 33(2): 47-50.
- [3] 姜庆铃. 基于细胞神经网络鲁棒性的彩色图像边缘检测[J]. 图像学报, 2013, 34(1): 22-30.

- JIANG Qingling. A novel color edge detection based on robustness of cell neural network[J]. Journal of Graphics, 2013, 34(1): 22-30.
- [4] Zeng Z G, Wang J. Associative memories based on continuous-time cellular neural networks designed using space-invariant cloning templates[J]. Neural Networks, 2009, 22: 651-657.
- [5] 王巍, 安友伟, 黄展, 等. 基于 CNN 的红外图像边缘检测算法的 FPGA 实现[J]. 光子学报, 2012, 41(11): 1354-1358.
WANG Wei, AN Youwei, HUANG Zhan, et al. The implementation of infrared image edge detection algorithm based on CNN on FPGA[J]. Acta Photonica Sinica, 2012, 41(11): 1354-1358.
- [6] Li H, Liao X, Li C, et al. Edge detection of noisy images based on cellular neural networks[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2011, 16(9): 3746-3759.
- [7] 周庆, 张燕贞. 层叠式并行图像 Hash 函数的结构及其算法实现[J]. 重庆大学学报, 2012, 35(4): 107-110.
ZHOU Qing, ZHANG Yanzhen. Design and implementation of cascaded structure for parallel image hash function [J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(4): 107-110.
- [8] Zhang H, Huang Y, Wang B, et al. Design and analysis of associative memories based on external inputs of delayed recurrent neural networks[J]. Neurocomputing, 2014, 136: 337-344.
- [9] Liu Q, Huang T. A neural network with a single recurrent unit for associative memories based on linear optimization[J]. Neurocomputing, 2013, 118: 263-267.
- [10] Zeng Z, Huang D S, Wang Z. Memory pattern analysis of cellular neural networks[J]. Physics Letters A, 2005, 342(1): 114-128.
- [11] Zeng Z, Huang D S, Wang Z. Pattern memory analysis based on stability theory of cellular neural networks[J]. Applied Mathematical Modelling, 2008, 32(1): 112-121.
- [12] Zeng Z, Wang J, Liao X. Stability analysis of delayed cellular neural networks described using cloning templates[J]. Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on, 2004, 51(11): 2313-2324.
- [13] Han Q, Liao X, Weng T, et al. Analysis on equilibrium points of cellular neural networks described using cloning templates[J]. Neurocomputing, 2012, 89: 106-113.
- [14] Han Q, Liao X, Weng T, et al. Analysis on equilibrium points of cellular neural networks with thresholding activation function[J]. Neural Computing and Applications, 2013, 23(1): 23-29.
- [15] Han Q, Xiong Q, Liu C, et al. Analysis on cellular neural networks with negative slope activation function[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 427: 2493-2496.
- [16] 韩琦. 神经网络的稳定性及其在联想记忆中的应用研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2012.

(编辑 詹燕平)