

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2015.01.013

风电齿轮箱人字行星传动的动态分析

石万凯, 邱红友, 韩振华, 秦鹏飞

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要:基于齿轮系统动力学和 Lagrange 方程建立了人字行星齿轮传动系统的弯-扭-轴耦合动力学计算模型, 并进行动态分析, 分析结果对人字行星齿轮传动系统的设计有指导意义。模型中将人字齿轮当作 2 个斜齿轮来处理, 考虑了左右端斜齿轮之间的交错角, 轮系的弹性耦合和负载惯性。通过计算获得系统均载系数关系曲线, 进而分析左右端斜齿轮之间的交错角和耦合扭转刚度对其的影响。分析结果表明: 在左右端斜齿轮之间的交错角为 $\pi/2$ 时, 两端的均载效果最好; 同时左右端斜齿轮之间的耦合扭转刚度对均载的影响不大。

关键词:人字齿; 行星齿轮; 均载; 动力学; 交错角

中图分类号: TH113.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2015)01-0095-08

Dynamics research of wind turbine gearbox with herringbone planetary gear

SHI Wankai, QIU Hongyou, HAN Zhenhua, QIN Pengfei

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P.R.China)

Abstract: Based on the method of gear system dynamics and Lagrange equation, a translational-rotational coupling dynamic model of the herringbone planetary gear sets is built and dynamic analysis is carried out. The analysis results have guiding meanings for the design of herringbone planetary gear transmission system. Herringbone gear is treated as two helical gears in the model, and gear train elastic coupling, load inertia and stagger angle between the left and right helical gears is considered. The load sharing coefficients of the system are obtained through calculation, and the impact of stagger angle and coupling torsional stiffness between the left and the right helical gears on the load sharing characteristic is analyzed. The analysis results show that when stagger angle is $\pi/2$, the load sharing coefficients are the best, and coupling torsional stiffness between the left and the right helical gears has little influence on the load sharing coefficients.

Key words: herringbone; planetary gear; load sharing; dynamics; stagger angle

风电增速齿轮箱是风力发电机组的关键部件, 它受无规律变向载荷的风力作用, 在强阵风冲击的变载荷条件下工作, 这使各路行星轮传递的功率分配更加不均匀, 而均载是行星齿轮传动系统中需要解决的首要问题。人字齿轮因具有重合度高、轴向载荷小、承载能力高、工作平稳性好等优点, 在船舶等重型机械传动系统

收稿日期: 2014-09-12

基金项目: 国家科技支撑计划资助项目(2012BAA01B05)。

Supported by National key Technology Support Program(2012BAA01B05)。

作者简介: 石万凯(1968-), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, 主要从事机械传动创新设计理论与方法, 齿轮系统动力学的研究, (Tel)13527341699; (E-mail)wankai_shi@cqu.edu.cn。

邱红友(1989-), 男, 重庆大学硕士, 主要从事人字行星齿轮均载特性研究, (Tel)15215002663, (E-mail)qhy_218@163.com。

中得到广泛应用,但风电增速齿轮箱常采用直齿行星传动,人字行星传动还鲜有报道。

国内、外许多学者对行星传动行星轮均载分析做了较深入的研究。朱增宝等^[1-10]对行星传动的动态和静态均载特性进行了理论和实验研究,考虑不同误差种类对系统均载特性的影响。Sondkar Prashant 等^[11-14]将人字齿轮当成 2 个斜齿轮来处理,分析了其动力学特性,考虑了左右端斜齿轮交错角的影响。对于均载特性的研究,主要集中在直齿、单斜齿行星传动等方面;而对人字齿轮的研究,主要是把人字齿轮当做直齿轮来处理,也有将其处理成 2 个斜齿轮来计算,但未对均载特性分析。

笔者把人字齿轮当作左右 2 斜齿轮耦合而成,由于在斜齿轮传动过程中,轮齿的啮合会产生轴向的动态啮合分力,因此系统具有扭转振动和横向振动外,还会引起轴向振动,从而形成了人字齿轮系统的啮合型弯-扭-轴耦合振动模型。通过分析左右端交错角和耦合扭转刚度对均载特性的影响,从而为进一步对风电增速齿轮的传动设计提供依据。

1 齿轮传动系统的动力学模型

典型的风电增速齿轮箱的传动系统如图 1 所示,输入扭矩通过行星架 C 传递给太阳轮 S。基于集中质量参数法建立人字行星传动系统的动力学模型,模型中还考虑各个齿轮副的时变啮合刚度、啮合阻尼和啮合误差的影响。

图 2 是太阳轮左右端斜齿轮耦合关系,行星轮与内齿圈的耦合关系类似于太阳轮,图 3 是传动系统以行星架转速 ω_c 为动坐标的动力学模型,其中 K_{spi} 、 C_{spi} 和 e_{spi} 分别为太阳轮与行星轮的啮合刚度、啮合阻尼和啮合误差, K_{rpi} 、 C_{rpi} 和 e_{rpi} 分别为内齿圈与行星轮的啮合刚度、啮合阻尼和啮合误差。在图中, K_{s12} 、 K_{p12} 和 K_{r12} 分别为太阳轮、行星轮和内齿圈左右 2 端斜齿轮之间的轴向刚度, K_{ci} 和 K_{ri} 分别为行星架和内齿圈的切线支撑刚度, K_s 、 K_p 和 K_r 分别为太阳轮、行星轮和内齿圈的径向支撑刚度, K_{sa} 、 K_{pa} 和 K_{ra} 分别为太阳轮、行星轮和内齿圈的轴向支撑刚度, K_{1t} 、 K_{2t} 和 K_{3t} 分别为太阳轮、行星轮和内齿圈之间的耦合扭转刚度。

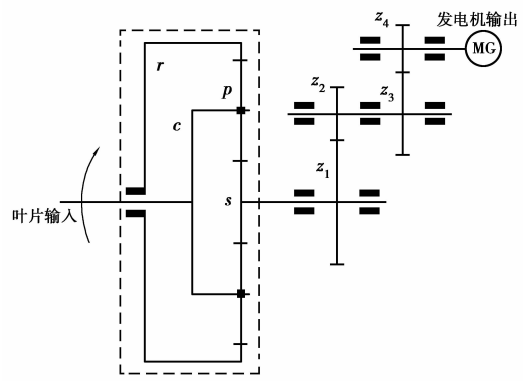


图 1 风电增速齿轮箱的传动系统
Fig.1 Transmission system of wind turbine gearbox

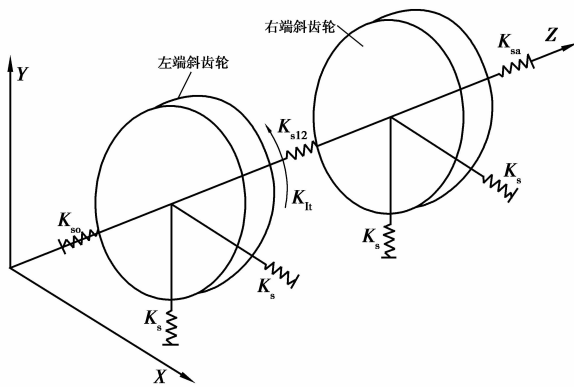


图 2 太阳轮左右端斜齿轮耦合关系
Fig.2 The coupling relationship between the left and the right ends of the helical gear in sun gear

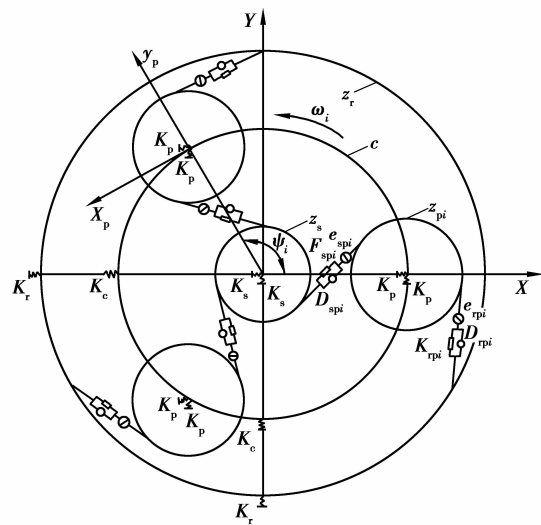


图 3 传动系统动力学模型
Fig.3 Dynamic model of the transmission system

此时,该人字行星传动系统共有 $17+8N$ 个自由度, N 为行星轮的个数,系统广义坐标 \mathbf{X} 为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}, \theta_{zs1}, x_{s2}, y_{s2}, z_{s2}, \theta_{zs2}, x_{pi1} \\ y_{pi1}, z_{pi1}, \theta_{zpi1}, x_{pi2}, y_{pi2}, z_{pi2}, \theta_{zpi2}, x_{r1} \\ y_{r1}, z_{r1}, \theta_{zr1}, x_{r2}, y_{r2}, z_{r2}, \theta_{zr2}, \theta_{zc} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

在广义坐标中, x_s, y_s 和 z_s 分别表示行星传动太阳轮的横向微位移、纵向微位移和轴向微位移, θ_{zs} 表示太阳轮沿轴向的转动角度; x_{pi}, y_{pi} 和 z_{pi} 分别表示行星传动行星轮 i 的横向微位移、纵向微位移和轴向微位移, θ_{zpi} 表示行星轮 i 沿轴向的转动角度; x_r, y_r 和 z_r 分别表示行星传动内齿圈的横向微位移、纵向微位移和轴向微位移, θ_{zr} 表示内齿圈沿轴向的转动角度; θ_{zc} 表示行星架沿轴向的转动角度; 下标 1 和 2 分别代表人字齿轮的左端和右端。

2 系统的动力学方程

设 $\delta_{spi1}, \delta_{spi2}$ 和 $\delta_{rpi1}, \delta_{rpi2}$ 为传动系统第 i 个行星轮与太阳轮和内齿圈沿啮合线的等效左右端的微位移, 则

$$\begin{cases} \delta_{spi1} = [x_{s1} \sin \psi_{spi} - x_{pi1} \sin \alpha_{sn} + y_{s1} \cos \psi_{spi} - y_{pi1} \cos \alpha_{sn} + r_s \theta_{zs1} + r_{pi} \theta_{zpi1}] \cos \beta_b + (-z_{s1} + z_{pi1}) \sin \beta_b + e_{spi}^{(1)}(t) \\ \delta_{spi2} = [x_{s2} \sin \psi_{spi} - x_{pi2} \sin \alpha_{sn} + y_{s2} \cos \psi_{spi} - y_{pi2} \cos \alpha_{sn} + r_s \theta_{zs2} + r_{pi} \theta_{zpi2}] \cos \beta_b + (z_{s2} - z_{pi2}) \sin \beta_b + e_{spi}^{(2)}(t) \\ \delta_{rpi1} = -x_{r1} \sin \psi_{rpi} + x_{pi1} \sin \alpha_{rn} + y_{r1} \cos \psi_{rpi} - y_{pi1} \cos \alpha_{rn} + r_r \theta_{zr1} - r_{pi} \theta_{zpi1} \cos \beta_b + (z_{r1} - z_{pi1}) \sin \beta_b + e_{rpi}^{(1)}(t) \\ \delta_{rpi2} = -x_{r2} \sin \psi_{rpi} + x_{pi2} \sin \alpha_{rn} + y_{r2} \cos \psi_{rpi} - y_{pi2} \cos \alpha_{rn} + r_r \theta_{zr2} - r_{pi} \theta_{zpi2} \cos \beta_b + (-z_{r2} + z_{pi2}) \sin \beta_b + e_{rpi}^{(2)}(t) \end{cases}, \quad (2)$$

根据式(2)中的所求得微位移, 乘以各自的啮合刚度可以得到每对齿轮副之间的啮合力, 同理可以得到齿轮副的啮合阻尼力。设 F_{spi1}, D_{spi1} 和 F_{rpi1}, D_{rpi1} 分别为人字行星传动系统左端行星轮与太阳轮和内齿圈的啮合力和啮合阻尼, F_{spi2}, D_{spi2} 和 F_{rpi2}, D_{rpi2} 分别为人字行星传动系统又端行星轮与太阳轮和内齿圈的啮合力和啮合阻尼

$$\begin{cases} F_{spi1} = K_{spi} \times \delta_{spi1}, & D_{spi1} = C_{spi} \times \dot{\delta}_{spi1} \\ F_{spi2} = K_{spi} \times \delta_{spi2}, & D_{spi2} = C_{spi} \times \dot{\delta}_{spi2} \end{cases}, \begin{cases} F_{rpi1} = K_{rpi} \times \delta_{rpi1}, & D_{rpi1} = C_{rpi} \times \dot{\delta}_{rpi1} \\ F_{rpi2} = K_{rpi} \times \delta_{rpi2}, & D_{rpi2} = C_{rpi} \times \dot{\delta}_{rpi2} \end{cases}, \quad (3)$$

根据 Lagrange 方程, 将作用在各个构件上的惯性力、阻尼力与外部激励力组成平衡力系, 可以推导出行星系统各个自由度的振动微分方程。

太阳轮的平衡方程

$$\begin{cases} m_s \ddot{x}_{s1} + \sum_{i=1}^N (F_{spi1} + D_{spi1}) \sin \psi_{spi} \cos \beta_b + K_s x_{s1} = 0 \\ m_s \ddot{y}_{s1} + \sum_{i=1}^N (F_{spi1} + D_{spi1}) \cos \psi_{spi} \cos \beta_b + K_s y_{s1} = 0 \\ m_s \ddot{z}_{s1} - \sum_{i=1}^N (F_{spi1} + D_{spi1}) \sin \beta_b + K_{s12} (z_{s1} - z_{s2}) + K_{sa} z_{s1} = 0 \\ J_s \ddot{\theta}_{zs1} + \sum_{i=1}^N (F_{spi1} + D_{spi1}) r_s \cos \beta_b + K_{1t} (u_{s1} - u_{s2}) = -\frac{T_{out}}{2} \\ m_s \ddot{x}_{s2} + \sum_{i=1}^N (F_{spi2} + D_{spi2}) \sin \psi_{spi} \cos \beta_b + K_s x_{s2} = 0 \\ m_s \ddot{y}_{s2} + \sum_{i=1}^N (F_{spi2} + D_{spi2}) \cos \psi_{spi} \cos \beta_b + K_s y_{s2} = 0 \\ m_s \ddot{z}_{s2} + \sum_{i=1}^N (F_{spi2} + D_{spi2}) \sin \beta_b + K_{s12} (z_{s2} - z_{s1}) + K_{sa} z_{s2} = 0 \\ J_s \ddot{\theta}_{zs2} + \sum_{i=1}^N (F_{spi2} + D_{spi2}) r_s \cos \beta_b + K_{1t} (u_{s2} - u_{s1}) = -\frac{T_{out}}{2} \end{cases}, \quad (4)$$

行星轮的平衡方程

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_{pi1} - (F_{spi1} + D_{spi1}) \sin \alpha_{sn} \cos \beta_b + (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \sin \alpha_{rn} \cos \beta_b + K_p x_{pi1} = 0 \\ m_p \ddot{y}_{pi1} - (F_{spi1} + D_{spi1}) \cos \alpha_{sn} \cos \beta_b - (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \cos \alpha_{rn} \cos \beta_b + K_p (y_{pi1} - r_c u_c) = 0 \\ m_p \ddot{z}_{pi1} + (F_{spi1} + D_{spi1}) \sin \beta_b - (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \sin \beta_b + K_{p12} (z_{pi1} - z_{pi2}) + K_{pa} z_{pi1} = 0 \\ J_p \ddot{\theta}_{zpi1} + (F_{spi1} + D_{spi1}) r_{pi} \cos \beta_b - (F_{rpi1} + D_{rpi1}) r_{pi} \cos \beta_b + K_{2t} (u_{pi1} - u_{pi2}) = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_{pi2} - (F_{spi2} + D_{spi2}) \sin \alpha_{sn} \cos \beta_b + (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \sin \alpha_{rn} \cos \beta_b + K_p x_{pi2} = 0 \\ m_p \ddot{y}_{pi2} - (F_{spi2} + D_{spi2}) \cos \alpha_{sn} \cos \beta_b - (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \cos \alpha_{rn} \cos \beta_b + K_p (y_{pi2} - r_c u_c) = 0 \\ m_p \ddot{z}_{pi2} - (F_{spi2} + D_{spi2}) \cos \beta_b + (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \cos \beta_b + K_{p12} (z_{pi2} - z_{pi1}) + K_{pa} z_{pi2} = 0 \\ J_p \ddot{\theta}_{zpi2} + (F_{spi2} + D_{spi2}) r_{pi} \cos \beta_b - (F_{rpi2} + D_{rpi2}) r_{pi} \cos \beta_b + K_{2t} (u_{pi2} - u_{pi1}) = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

内齿圈的平衡方程

$$\begin{cases} m_r \ddot{x}_{r1} - \sum_{i=1}^N (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \sin \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r x_{r1} = 0 \\ m_r \ddot{y}_{r1} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \cos \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r y_{r1} = 0 \\ m_r \ddot{z}_{r1} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi1} + D_{rpi1}) \sin \beta_b + K_{r12} (z_{r1} - z_{r2}) + K_{ra} z_{r1} = 0 \\ J_r \ddot{\theta}_{zr1} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi1} + D_{rpi1}) r_r \cos \beta_b + K_{rt} \theta_{zr1} + K_{3t} (u_{r1} - u_{r2}) = 0 \\ m_r \ddot{x}_{r2} - \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \sin \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r x_{r2} = 0 \\ m_r \ddot{y}_{r2} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \cos \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r y_{r2} = 0 \\ m_r \ddot{z}_{r2} - \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \sin \beta_b + K_{r12} (z_{r2} - z_{r1}) + K_{ra} z_{r2} = 0 \\ J_r \ddot{\theta}_{zr2} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) r_r \cos \beta_b + K_{rt} \theta_{zr2} + K_{3t} (u_{r2} - u_{r1}) = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} m_r \ddot{x}_{r2} - \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \sin \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r x_{r2} = 0 \\ m_r \ddot{y}_{r2} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \cos \psi_{rpi} \cos \beta_b + K_r y_{r2} = 0 \\ m_r \ddot{z}_{r2} - \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) \sin \beta_b + K_{r12} (z_{r2} - z_{r1}) + K_{ra} z_{r2} = 0 \\ J_r \ddot{\theta}_{zr2} + \sum_{i=1}^N (F_{rpi2} + D_{rpi2}) r_r \cos \beta_b + K_{rt} \theta_{zr2} + K_{3t} (u_{r2} - u_{r1}) = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

行星架的平衡方程

$$J_c \ddot{\theta}_{zc} + \sum_{i=1}^n K_p r_c (\theta_{zc} r_c - y_{pi1} + \theta_{zc} r_c - y_{pi2}) + K_{ct} \theta_{zc} = -\mathbf{T}_{in}, \quad (10)$$

式中: m 为各个构件的等效质量和平移质量; J 为各构件的转动惯量。 \mathbf{T}_{in} 为传动系统行星架的输入扭矩, \mathbf{T}_{out} 为传动系统太阳轮的输出扭矩。

将方程(4)~(10)整理成如下的矩阵形式

$$[\mathbf{M}]\{\mathbf{X}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{X}}\} + [\mathbf{K}(t)]\{\mathbf{X}\} = [\mathbf{F}(t)], \quad (11)$$

式中: \mathbf{M} , \mathbf{X} —广义质量矩阵, 广义坐标位移列阵; \mathbf{C} , \mathbf{F} —阻尼矩阵, 外载荷列阵; $\mathbf{K}(t)$ —时变刚度矩阵。

3 综合啮合误差激励

齿轮的制造误差和安装误差是齿轮传动系统产生振动的主要因素。各齿轮的偏心误差对齿轮啮合的激励是表现在啮合线方向上的位移激励, 研究时把以上误差转化到齿轮副啮合线上。

将误差的变化规律表示成 Fourier 级数的形式, 总共有 $4N$ 个周期激励, 其基频均为齿轮啮合频率

$$\begin{cases} e_{spi}^{(1)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{spl} \cos(l\omega_m t + \sigma_{spl} - lz_s \psi_i) \\ e_{spi}^{(2)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{spl} \cos(l\omega_m t + \sigma_{spl} - lz_s \psi_i + l\gamma_{stg}) \\ e_{rpi}^{(1)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{rpl} \cos(l\omega_m t + \sigma_{rpl} + l\gamma_{rs} + lz_r \psi_i) \\ e_{rpi}^{(2)}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{e}_{rpl} \cos(l\omega_m t + \sigma_{rpl} + l\gamma_{rs} + lz_r \psi_i + l\gamma_{stg}) \end{cases}, \quad (12)$$

式中: \hat{e}_{spi} 和 \hat{e}_{rpi} 为太阳轮与行星轮和内齿圈与行星轮啮合综合传递误差 1 阶幅值; σ_{spi} 和 σ_{rpi} 为其初相位; γ_{rs} 为内齿圈与行星轮啮合相对于太阳轮与行星轮啮合的相位差, 其值可通过 R. G. Parker^[12] 中的方法求得; γ_{stg} 为左右端斜齿轮故意交错而形成的交错角, 根据 Sondkar P^[11] 所提出的方法, 图 4(a) 所示为左右端斜齿轮完全对称的情况, 即 $\gamma_{stg} = 0$; 图 4(b) 所示为左右端斜齿轮交错 50% 的情况, 即左端斜齿轮的齿顶位于右端的齿根附近, 其 $\gamma_{stg} = \pi$ 。

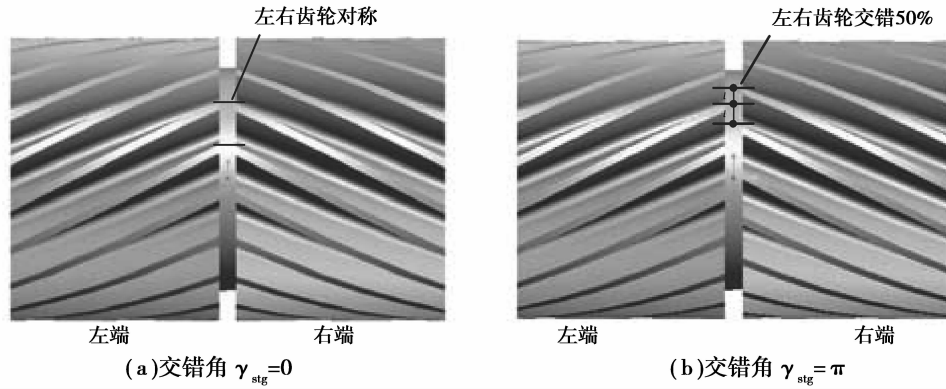


图 4 左右端斜齿轮交错角示意图

Fig.4 Illustration of the right-to-left stagger conditions in adoble helical gear pair

4 均载系数计算

对于传动系统多自由度微分方程组(11),求其解析解是比较困难的,一般均采用数值解法来求解。采用四阶 Runge-Kutta 法求解方程组。将式(11)中得到的位移响应代到式(3)中,得到弹性啮合力 F_{spil} 、 F_{rpi1} 、 F_{rpi2} 和 F_{spi2} 。令 b_{spi1} 、 b_{rpi1} 和 b_{rpi2} 、 b_{spi2} 分别为人字行星系统左右端的在一个啮频周期内外啮合与内啮合的均载系数

$$\left\{ \begin{aligned} b_{spij} &= \frac{N(F_{spij})_{\max}}{\sum_{j=1}^N (F_{spij})_{\max}} \\ b_{rpij} &= \frac{N(F_{rpij})_{\max}}{\sum_{j=1}^N (F_{rpij})_{\max}} \\ b_{spik} &= \frac{N(F_{spik})_{\max}}{\sum_{k=1}^N (F_{spik})_{\max}} \\ b_{rpi k} &= \frac{N(F_{rpi k})_{\max}}{\sum_{k=1}^N (F_{rpi k})_{\max}} \end{aligned} \right. , \tag{13}$$

式中: $j=1,2,\dots,n_1;k=1,2,\dots,n_2,j$ 和 k 分别为啮频周期数。

定义系统在一个啮频周期中的均载系数为

$$\left\{ \begin{aligned} B_{spi1} &= |b_{spij} - 1|_{\max} + 1 \\ B_{rpi1} &= |b_{rpij} - 1|_{\max} + 1 \\ B_{spi2} &= |b_{spik} - 1|_{\max} + 1 \\ B_{rpi2} &= |b_{rpi k} - 1|_{\max} + 1 \end{aligned} \right. , \tag{14}$$

定义 B_{sp1} 和 B_{rp1} 分别为系统左端啮频周期内外啮合的均载系数;令 B_{sp2} 和 B_{rp2} 分别为系统右端啮频周期内外啮合的均载系数。则左右端系统啮频周期内外啮合均载系数为

$$\left\{ \begin{aligned} B_{sp1} &= \max(B_{spi1}) \\ B_{rp1} &= \max(B_{rpi1}) \\ B_{sp2} &= \max(B_{spi2}) \\ B_{rp2} &= \max(B_{rpi2}) \end{aligned} \right. . \tag{15}$$

5 均载特性分析

取自某风电增速齿轮箱的已有算例,其主要技术参数为:取行星架输入转速为 17 r/min,输入扭矩 $T_{in} = 9.33 \times 10^5$ Nm;行星轮个数 3;太阳轮与行星轮的等效啮合刚度为 3.06×10^9 N/m,行星轮与内齿圈的等效啮合刚度 3.70×10^9 N/m;太阳轮、行星轮与内齿圈的径向支承刚度为 1×10^{10} N/m,轴向支承刚度为 8.54×10^9 N/m。

齿轮传动主要参数如下:太阳轮 $z_s = 19$,行星轮 $z_p = 33$,内齿轮 $z_r = 86$;模数 $m_n = 8.4667$;压力角 $\alpha = 20^\circ$;螺旋角 $\beta = 24.5^\circ$ 。在 KISSsoft 中可以计算得到齿轮传递误差的初始幅值和相位。由于这里高于 3 次谐波的幅值很小,所以只取前三阶谐波,其值如表 1 所示。

表 1 传递误差的初始幅值和相位

Tab.1 Harmonic amplitudes and phase angles of the transmission error

谐波次数 L	$\dot{e}_{spl}/\mu\text{m}$	σ_{spl}/rad	$\dot{e}_{rpl}/\mu\text{m}$	σ_{rpl}/rad
1	2.315	-0.658	2.131	-0.835
2	0.221	-1.346	0.115	-1.389
3	0.082	0.047	0.051	0.983

5.1 交错角对动态均载特性的影响分析

为研究齿轮交错角对各行星轮均载特性影响,采用式(13)计算每一啮频周期系统各行星轮内外啮合均载系数,得到 $\gamma_{stg} = 0$ 时左右端各行星轮内外啮合均载系数随啮频周期数变化曲线如图 5 所示。由于人字齿左右端存在耦合关系,所以左右端均载系数变化不相同。

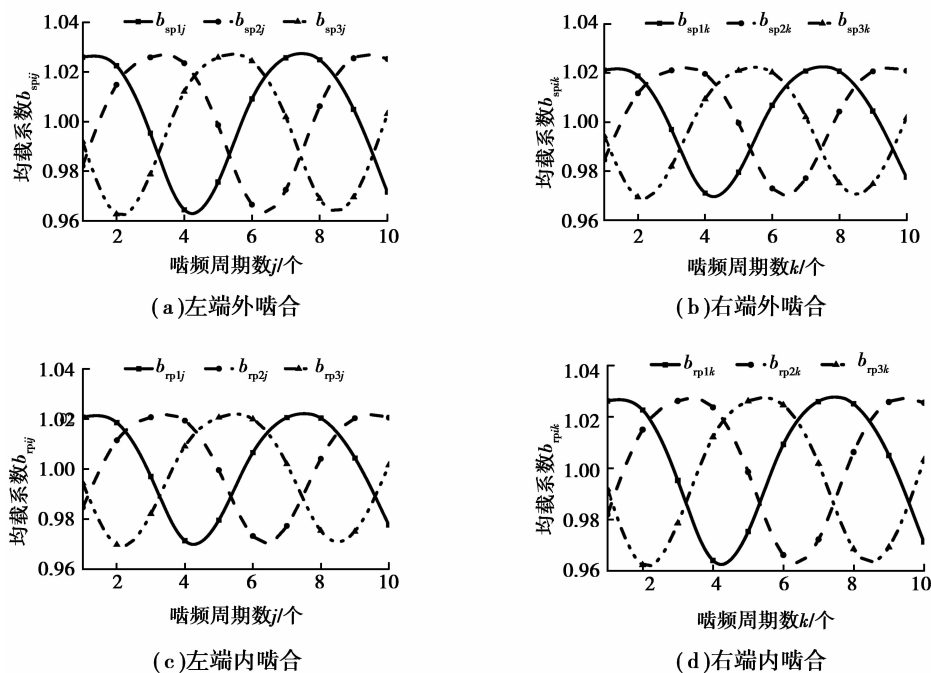


图 5 左右端各行星轮内外啮合均载系数曲线

Fig.5 External and internal load sharing of the left and the right ends of each planet meshing

当左右端斜齿轮之间的交错角 $\gamma_{\text{stg}}=0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ 和 π 时,分别采用式(14)、(15)计算左右端系统周期内外均载系数。获得左右端内外啮合一个啮频周期内的均载系数分别随交错角的变化曲线如图 6 所示。

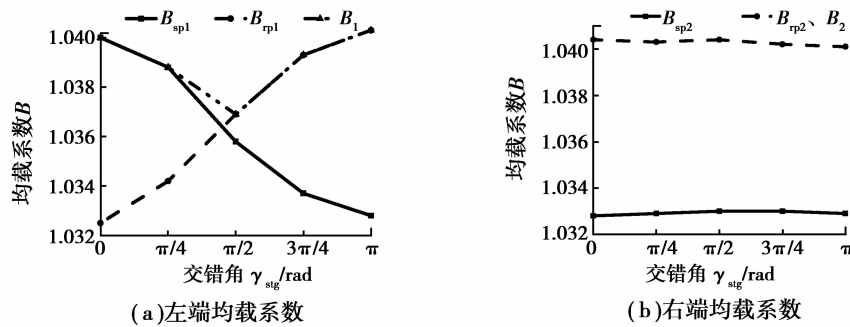


图 6 左右端均载系数分别随交错角的变化曲线

Fig.6 Effect of stagger angle on external and internal load sharing

可以看出,交错角对左端系统啮频周期内的均载性能影响较大,而对右端均载性能影响较小。在交错角为 $0 \sim \pi/2$ 时,左端外啮合均载系数随着交错角的增大而减小,内啮合均载系数随着交错角的增大而增大。左端系统综合均载系数是随着交错角的增大先减小后增大,在 $\gamma_{\text{stg}} = \pi/2$ 时,其达到最小值为 1.0369;而右端均载系数随着交错角的增大先增大后减小,在 $\gamma_{\text{stg}} = \pi/2$ 时,其均载系数达到最大值 1.0404。由于右端均载系数基本未发生变化,而左端均载系数在交错角为 $\pi/2$ 时均载性能最好,可以得出人字齿传动系统综合均载效果在交错角为 $\pi/2$ 时最好。

5.2 耦合扭转刚度对动态均载特性的影响分析

上述的分析仅考虑了交错角对系统均载特性的影响。假设交错角为 0,分析此时左右端斜齿轮的耦合扭转刚度对动态均载特性的影响。

为研究耦合扭转刚度对系统均载性能的影响,行星轮和内齿圈扭转刚度不变,均取 10^8 Nm/rad ,太阳轮左右端耦合扭转刚度分别取 $10^7, 5 \times 10^7, 10^8, 5 \times 10^8$ 和 10^9 Nm/rad ,获得系统周期内均载系数变化曲线如图 7 所示。

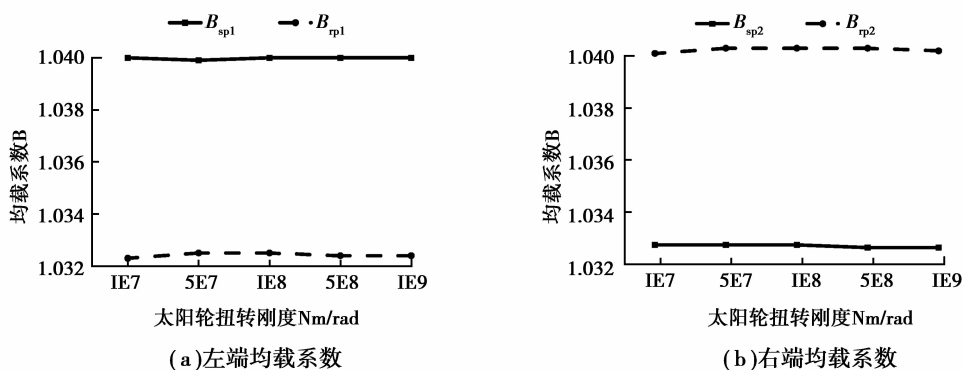


图 7 太阳轮耦合扭转刚度与均载系数的变化曲线

Fig.7 Effect of coupling torsional stiffness in sun on external and internal load sharing

当行星轮左右端耦合扭转刚度取 $10^7, 5 \times 10^7, 10^8, 5 \times 10^8$ 和 10^9 Nm/rad ,太阳轮和内齿圈耦合扭转刚度均取 10^8 Nm/rad ,获得系统周期内均载系数变化曲线如图 8 所示。

当内齿圈左右端耦合扭转刚度取 $10^7, 5 \times 10^7, 10^8, 5 \times 10^8$ 和 10^9 Nm/rad ,太阳轮和行星轮耦合扭转刚度均取 10^8 Nm/rad ,获得系统周期内均载系数变化曲线如图 9 所示。

通过分析可以得出:太阳轮、行星轮和内齿圈左右端的耦合扭转刚度对系统均载系数影响不大。

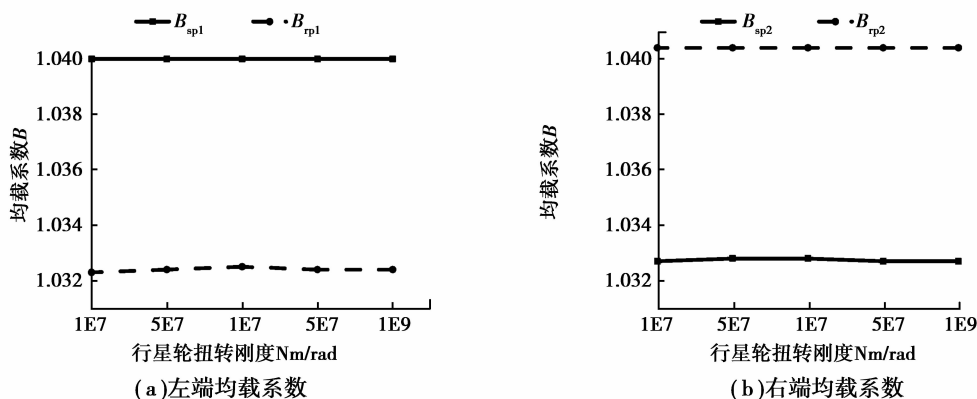


图 8 行星轮耦合扭转刚度与均载系数的变化曲线

Fig.8 Effect of coupling torsional stiffness in planet on external and internal load sharing

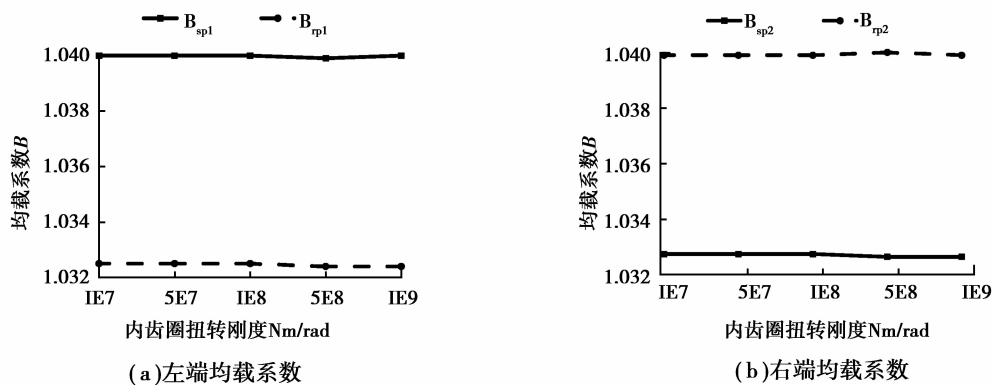


图 9 内齿圈耦合扭转刚度与均载系数的变化曲线

Fig.9 Effect of coupling torsional stiffness in internal gear on external and internal load sharing

6 总结

1) 基于 Lagrange 方程采用集中参数法建立了人字齿行星传动系统的动力学方程, 考虑了交错角和耦合扭转刚度对均载特性的影响。

2) 人字齿左右端斜齿轮之间的交错角对左端均载性能有较大的影响, 而右端均载性能对其不敏感。在交错角为 $\pi/2$ 时, 左端的均载性能达到最优, 而右端均载性能最差; 综合分析得出此时左右端的综合均载性能最好。

3) 在交错角为 0 的情况下, 太阳轮、行星轮和内齿圈左右端耦合扭转刚度对系统的均载性能影响不大。

参考文献:

[1] 朱增宝, 朱如鹏, 李应生, 等. 安装误差对封闭差动人字齿轮传动系统动态均载特性的影响[J]. 机械工程学报, 2012, 48(3): 16-24.
ZHU Zengbao, ZHU Rupeng, LI Yingsheng, et al. Impact of installation error on dynamics load sharing characteristic for encased differential herringbone train[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(3): 16-24.

[2] 周志刚, 秦大同, 杨军, 等. 变载荷下风力发电机行星齿轮传动系统齿轮-轴承耦合动力学特性[J]. 重庆大学学报: 自然版, 2012, 35(12): 7-14.
ZHOU Zhigang, QIN Datong, YANG Jun, et al. Gear-bearing coupling dynamics characteristics of wind turbine planetary gear transmission system under variable load[J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(12): 7-14.

[3] Kahraman A. Load sharing characteristics of planetary transmissions[J]. Mechanisms and Machine Theory, 1994, 29(8): 1151-1165.

[4] Krantz T L. A method to analyze and optimize the load sharing of split path transmissions[R]. 107201. San Diego: NASA Technical Memorandum, 1996: 1-10.

- [12] Fu X X, Wang Y Q. The Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Composite Material Gear[J]. *Advanced Materials Research*, 2013, 706: 1622-1626.
- [13] Xue J, Li W, Qin C. The scuffing load capacity of involute spur gear systems based on dynamic loads and transient thermal elastohydrodynamic lubrication[J]. *Tribology International*, 2014, 79(11):74-83.
- [14] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [15] 黄平, 温诗铸. 多重网格法求解线接触弹流问题[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 1992(5): 26-34.
HUANG Ping, WEN Shizhu. Solutions of the elastohydrodynamic lubrication line contact problems with multigrid method[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 1992(5): 26-34.
- [16] 熊永强, 尹忠慰, 彭颖红. 轴瓦的力学性能对水润滑塑料轴承润滑性能的影响[J]. *润滑与密封*, 2011, 36(2): 9-11.
XIONG Yongqiang, YIN Zhongwei, PENG Yinghong. The effects of mechanical properties of bearing bush on water lubricated plastic bearing lubricating property[J]. *Lubrication Engineering*, 2011, 36(2): 9-11.

(编辑 詹燕平)

(上接第 102 页)

- [5] Ajmi M, Velex P. A model for simulating the quasi static and dynamic behavior of solid wide-faced spur and helical gears[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2005(40): 173-190.
- [6] Ajmi M, Velex P. A model for simulating the quasi static and dynamic behavior of double helical gears[J]. *The JSME International Conference on Motion and Power Transmission, MPT-2001*, 2001: 132-137.
- [7] Platt R, Leopold R. A Study on Helical Gear Planetary Phasing Effects on Transmission Noise[J]. *VDI Berichte*, 1996: 793-807.
- [8] 王成, 方宗德, 贾海涛. 人字齿轮均载特性的理论分析与试验研究[J]. *兵工学报*, 2011, 32(1): 74-77.
WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao. Theoretical calculation and experimental study of load sharing for double helical gears[J]. *ACTA ARMAMENTARII*, 2011, 32(1): 74-77.
- [9] 吴文光. 人字齿轮传动系统的建模及其动力学特性的有限元分析研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
WU Wenguang. Parametric modeling of herringbone gear drive system and finite element analysis of its dynamic characteristics[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [10] Kubur M, Kagraman A, Zini D M, et al. Dynamic analysis of a multi-shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, 126(3): 398-406.
- [11] Sondkar P, Tech M. A dynamic modeling of double-helical planetary gear set[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70: 157-174.
- [12] Parker R, Lin J. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(2): 365-370.
- [13] 王成, 高常青, 崔焕勇. 基于啮合特性的人字齿轮动力学建模与分析[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2012, 43(8): 3019-3024.
WANG Cheng, GAO Changqing, CUI Huanyong. Dynamic modeling and analysis of double helical gears based on meshing characters[J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2012, 43(8): 3019-3024.
- [14] 王峰, 方宗德, 李声晋. 滚动轴承支撑人字齿轮传动系统动力传递过程分析研究[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(3): 25-32.
WANG Feng, FANG Zongde, LI Shengjin. Research and analysis on power transmission processing of herringbone gear trains system with rolling bearing support[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(3): 25-32.
- [15] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1996.

(编辑 侯湘)