

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2015.01.017

采用热弹流润滑理论数值计算的风电齿轮 微点蚀承载能力分析

熊永强, 孙义忠, 张合超

(南京高速齿轮制造有限责任公司, 南京 211100)

摘要:在线接触热弹流润滑的基础上,对风电主齿轮的热弹流模型进行计算,对比了热弹流润滑和 ISO/TR 15144—1 计算出的最小油膜厚度及微点蚀安全系数。给出不同啮合点的无量纲压力、膜厚、温度分布图。结果表明:使用热弹流润滑理论直接计算风电齿轮箱微点蚀安全系数是可行的;直接使用热弹流润滑理论计算的油膜厚度小于使用 ISO/TR 15144—1 计算的油膜厚度;风电主齿轮箱齿面受力分析确定修形量时不用考虑热弹流润滑引起的压力分布变化及接触形式变化。

关键词:微点蚀;热弹流润滑;油膜;齿轮

中图分类号:TH132.417

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2015)01-0126-07

Calculation of micro-pitting load capacity of gears for wind power based on elastohydrodynamic lubrication contact theory

XIONG Yongqiang, SUN Yizhong, ZHANG Hechao

(Nanjing High Speed Geer Manufacturing Co., Ltd., Nanjing 211100, P.R.China)

Abstract: The computation of a micro-pitting load capacity of gears for wind power is carried out by a model based on the numerical thermal elastohydrodynamic lubrication (TEHL) contact theory. The difference of local lubricant film thickness and safety factor against micro-pitting between TEHL and ISO/TR 15144—1 are compared. The oil film pressure distributions, film shapes, temperature distributions are calculated under some varied points on the path of contact. The results show that calculation of micro-pitting load capacity of gears of wind power based on TEHL contact theory is feasible; the local lubricant film thickness calculated by TEHL contact theory is less than by ISO/TR 15144—1; and it is unnecessary to consider the pressure distributions and contact pattern change caused by TEHL when determining the modifications of main gears of wind power using loaded contact analysis.

Key words: micro-pitting; thermal elastohydrodynamic lubrication (TEHL); film thickness; gear

随着国内外风力发电的快速发展,对风电设备的可靠性要求越来越高,对风电齿轮箱的要求也越来越高。风电齿轮箱作为风力发电系统的重要部件,其性能和可靠性决定了整机系统的可靠性^[1]。个别设计寿命为 20 年的风电齿轮箱仅使用几年就出现齿轮失效。风电齿轮失效的原因有很多种,其中早期的齿面微点蚀引起的失效已引起足够的重视。国际标准化组织 ISO,美国齿轮协会 AGMA 等均相继对微点蚀现象进行

收稿日期:2014-12-16

基金项目:国家科技支撑计划资助项目(2012BAA01B05)。

Supported by National Key Technology Support Program(2012BAA01B05).

作者简介:熊永强(1986-),男,高级工程师,主要从事风电齿轮箱设计及其相关的结构疲劳分析、润滑等计算,以及齿轮轴承的热弹流润滑研究,(E-mail)xiong-yongqiang@163.com。

了一系列相关的专题研究,取得了一定进展^[2-6]。2010年ISO组织发布了微点蚀计算的技术报告《ISO/TR 15144—1:2010关于直齿斜齿的微点蚀承载能力计算》技术报告并首次提到微点蚀安全系数的计算方法^[7]。风机的主要设计认证参考规范(GL规范)也已经把该安全系数做了明确的规定^[8]。但国内还未见相关规范、设计手册对微点蚀计算有所涉及^[4]。

微点蚀由在处于弹流润滑或边界润滑状态下的滚动和滑动接触赫兹压力引起的。微点蚀受载荷、速度、温度、表面状况、相对油膜厚度和润滑油的添加剂等影响而且通常发生在硬齿面上。微点蚀一般发生在低速重载齿轮上,例如船用齿轮箱、风电齿轮箱的低速级齿轮啮合齿面及轴承。微点蚀始于一些非常微小的表面裂纹,小裂纹继续扩展产生微点蚀,深度约10~20 μm,微点蚀可能融合后产生连续的断裂表面,肉眼可见的凹坑和麻点等。微点蚀可能被抑制,但一旦微点蚀继续扩展,将会降低齿面粗糙度,增加动载荷和噪音,并且可能发展成点蚀或其他形式的失效^[7-11]。

渐开线齿轮可以简化为线接触弹流润滑问题^[12-13]。ISO/TR 15144—1最小油膜厚度采用Dowson/Higginson拟合的计算公式,文中将采用由热弹流分析得到的最小油膜厚度。应用Matlab软件,以稳态线接触热弹流润滑数值计算为基础,直接计算出最小油膜厚度,然后进行微点蚀安全系数计算。对渐开线齿轮进行热弹流分析,分析不同啮合点的压力、膜厚、温升,为提高微点蚀强度提供理论依据及计算方法。

1 数学模型

热弹流计算假设齿面不接触,而且齿面间流动处于层流状态,轴承压力 p 和厚度方向无关,润滑油为Newton流体。稳态的热弹流润滑分析程序所使用的基本方程以下章节给予介绍。

1.1 Reynolds 方程

根据杨沛然^[14]的研究,稳态线接触热弹流理论中,对于Newton流体的广义雷诺方程可以简化为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\rho}{\eta} \right)_e h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 12U \frac{\partial(\rho^* h)}{\partial x},$$

式中: $\left(\frac{\rho}{\eta} \right)_e = 12(\eta_e \rho'_e / \eta'_e - \rho''_e)$, $\rho^* = [\rho'_e \eta_e (U_b - U_a) + \rho_e U_a] / U$, $\rho_e = \frac{1}{h} \int_0^h \rho dz$, $\rho'_e = \frac{1}{h^2} \int_0^h \rho \int_0^z \frac{dz'}{\eta} dz$, $\rho''_e = \frac{1}{h^3} \int_0^h \rho \int_0^z \frac{z' dz'}{\eta} dz$, $\eta_e = h / \int_0^h \frac{dz}{\eta}$, $\eta'_e = h^2 / \int_0^h \frac{z dz}{\eta}$; p 是压力, x, z 为轴向、膜厚方向坐标变量, U_a 和 U_b 为两齿面的滑动速度, $U = (U_a + U_b) / 2$ 。这7个参数是由于粘度和密度在 z 向变化产生的。方程的边界条件为

$$\begin{cases} p(s_1) = p(s_2) = 0, \\ p \geq 0 (s_1 < x < s_2). \end{cases}$$

积分下线 s_1 理论上应为 $-\infty$,但求解时常用绝对值足够大的常数如 $-5b$ (b 为赫兹接触半宽)来代替, s_2 取计算域的最后一个节点。

1.2 膜厚方程

水膜厚方程由几何膜厚和弹性变形构成,为

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{s_1}^{s_2} p(s) \ln(x-s)^2 ds,$$

式中: $R = 1 / (1/R_1 - 1/R_2)$, R_1, R_2 为齿面的曲率; $E' = 2 / [(1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2]$, E_1, E_2, ν_1, ν_2 分别为齿轮副的弹性模量和泊松比; h_0 为一未知参数,在求解过程中得到。

1.3 粘度和密度方程

润滑油的密度、粘度采用ISO/TR 15144—1经验公式计算^[7]为

$$\rho = \rho_{15} \left[1 - \frac{0.7(T - 15)}{\rho_{15}} \right],$$

$$\lg(\lg(10^6 \cdot \eta/\rho + 0.7)) = A \lg(T) + B.$$

式中: ρ_{15} 为环境密度; A 、 B 为参数, 由 40 °C 和 100 °C 的粘度计算得出。

1.4 能量方程

油膜的能量方程为

$$c \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} - q \frac{\partial T}{\partial z} \right) - k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} u \frac{\partial p}{\partial x} + \tau \frac{\partial u}{\partial z},$$

式中: $q = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \rho u dz'$, $\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial z}$ 。

油膜的流速计算公式为

$$u = U_a + \left(\int_0^z \frac{z' dz'}{\eta} - \frac{\eta_e}{\eta_e h} \int_0^z \frac{dz'}{\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta_e (U_b - U_a)}{h} \int_0^z \frac{dz'}{\eta},$$

油膜速度梯度方程为

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\eta} \left(z - \frac{\eta_e}{\eta_e h} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta_e (U_b - U_a)}{\eta h},$$

齿轮的能量方程为

$$\begin{cases} c_a \rho_a U_a \partial T / \partial x = k_a \partial^2 T / \partial z_a^2, \\ c_b \rho_b U_b \partial T / \partial x = k_b \partial^2 T / \partial z_b^2, \end{cases}$$

式中: ρ 、 c 和 k 分别为比热、密度和热传导系数; 下标 a 和 b 用于区分大小齿轮; z_a 、 z_b 与 z 同向, 是齿轮和油膜厚度方向的坐标。

固体温度和油膜温度在齿面上应是连续的, 应满足界面热流量连续条件为

$$\begin{cases} k \frac{\partial T}{\partial z} = k_a \frac{\partial T}{\partial z_a} \text{ (在界面 } a \text{ 上)}, \\ k \frac{\partial T}{\partial z} = k_b \frac{\partial T}{\partial z_b} \text{ (在界面 } b \text{ 上)}. \end{cases}$$

上游逆流区和下游是不需要边界条件的, 油膜上游的温度边界条件为

$$T(s_1, z) = T_0 \text{ (当 } u(s_1, z) \geq 0 \text{)}.$$

轴和轴承内部的温度边界条件为

$$T|_{z_a = -d} = T_0, T|_{z_b = d} = T_0,$$

d 为变温层的深度。

1.5 载荷方程

载荷方程为

$$\omega = \int_{s_1}^{s_2} p dx,$$

式中: ω 为单位长度上施加的载荷。

2 数值方法

文中选用多重网格法对上述方程进行求解。多重网格法可以增加收敛速度。数值分析过程为: 首先方程无量纲化, 求解区域划分网格, 将方程离散, 然后进行不考虑温度的弹流润滑方程求解, 收敛后把弹流润滑的解作为热弹流润滑分析的初值进行最终的热弹流润滑分析^[14-16]。程序采用 6 层网络及 W 循环, 最稀疏层有 41 个节点。压力迭代采用文献^[14]中的 Gauss-Seidel 迭代法。齿面间的润滑油区域 z 向共 10 个节点, 齿轮区域 z 向共 14 个节点, 温度场在最稠密层和最稀疏层计算, 温度场的初值由弹流润滑后的最稀疏层计算得到, 然后插值到最稠密层。经反复调整各低松弛因子, 使所采用的数值算法能够快速收敛。通过不同的参数进行验证, 证实上述方法能够收敛到唯一值。

3 结果分析

ISO/TR 15144—1 提供两种计算接触压力的方法:方法 A 基于齿面受载接触分析(LTCA),可用一些商用软件计算,如 LDP、LVR、Kisssoft、MASTA 等;方法 B 是简化的公式计算。文中两种方法没有区别,因为压力对热弹流润滑分析相是输入值。与 ISO/TR 15144—1 所给例子相同,计算油膜厚度时文中采用方法 B,用 FZG C-GF/8.3/90 测试齿轮计算许用油膜厚度时采用方法 A^[9]。

为了确保计算结果的正确性,先对程序进行了验证,把粘度和密度方程改成与文献[14,16]中一致,其计算结果与文献[14,16]的结果基本吻合。

图 1 为使用热弹流润滑分析得到的最小油膜厚度与使用 ISO/TR 15144—1 中的 Dowson/Higginson 公式计算的油膜厚度对比图。计算相关的齿轮参数、运行参数、材料参数和润滑油参数均与 ISO/TR 15144—1 附录 B 中的例子相同。图中,A,AB,B,C,D,DE,E 为各啮合点,其中 AB 点为 A 点和 B 点的中点,DE 点为 D 点和 E 点中点。由图可知:两种方法计算的油膜厚度趋势基本相同;采用热弹流润滑分析得到的最小油膜厚度显著低于使用 ISO/TR 15144—1 计算的油膜厚度;使用 ISO/TR 15144—1 计算的 C 点的油膜厚度显著高于其他点,主要是由于 ISO/TR 15144—1 计算的其他各点的局部闪温显著高于 C 点的局部闪温。C 点相对滑移速度为 0,显著小于其他各点,按 ISO/TR 15144—1 计算的 C 点局部闪温(为 0 °C)与其他各啮合点差异较大(其他各点都在 100 °C 以上,详见 ISO/TR 15144—1^[7]附录 B),导致油膜较厚。使用热弹流润滑分析得出的各点最小油膜厚度变化较平缓,没有出现节点 C 最小油膜厚度大幅增加,主要是由于通过热弹流润滑分析得出的各点温升小于 ISO/TR 15144—1 计算出来的各点温升;而且热弹流润滑分析得出的各点温升不如 ISO/TR 15144—1 计算的温升显著,各啮合点温升差异较小。

风电齿轮箱中,低速级行星轮系,速度低、载荷大,因此微点蚀风险高于其他级别。文中将对有代表性的低速级行星轮和太阳轮的齿面进行分析。某 2 MW 机型齿轮箱计算相关参数如表 1 所示,齿轮没有修形。润滑油为 PAO 基础油,采用 FVA-FZG 微点蚀测试(C-GF/8.3/90, $R_a = 0.5 \mu\text{m}$)失效载荷等级 SKS 为 10。该测试齿轮副最小油膜厚度始终为 A 点。SKS = 10 时,A 点赫兹接触应力为 1 476.2 MPa,输入扭矩为 265.1 N·m^[9]。

上述风电 2 MW 齿轮箱的最小油膜厚度和微点蚀安全系数如图 2、图 3 所示;油膜形状和压力分布见图 4、图 5 所示;C 点及油膜最薄的啮合点 A 点速度升见图 6、图 7 所示。微点蚀安全系数^[7]定义为

$$S_\lambda = \frac{h_{\min}}{Ra} / \left(\frac{1.4h_{\text{ref}}}{Ra_{\text{ref}}} \right),$$

式中下标 ref 为 SKS10 计算出的最小油膜厚度。

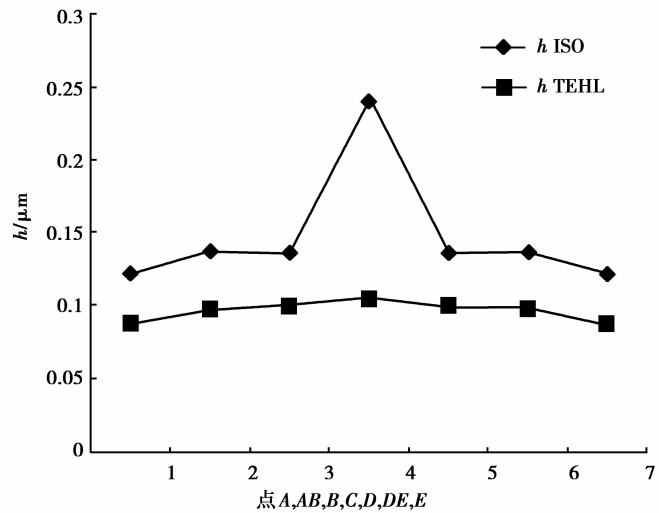


图 1 各啮合点最小油膜厚度

Fig.1 Local lubricant film thicknesses of main contact point

表 1 计算参数

Tab.1 Parameters

参数	值
齿数	21,35
模数/mm	16
顶圆直径/mm	309.903,626.35
变位系数/mm	0.71,0.803 1
齿宽/mm	320
螺旋角/(°)	10
压力角/(°)	20
中心距/mm	476
粗糙度/μm	0.6
弹性模量 E_1 /GPa	200
泊松比 ν_1, ν_2	0.3
密度 ρ_0, ρ_a, ρ_b / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	900,7 830,7 830

由图 2、图 3 可知:没有修形风电齿轮副的最小油膜厚度为 A 点,但通过齿形修形可降低 A 点赫兹接触压力,进而增加油膜厚度;采用热弹流润滑分析得到的微点蚀安全系数低于使用 ISO/TR 15144—1 计算的油膜厚度;两种方法计算的各啮合点的微点蚀安全系数的差距小于最小油膜厚度的差距,这主要是由于两种不同方法计算出的 h_{ref} 也不同。

由图 4、图 5 可知:对于风电低速级齿轮副,最小油膜位于赫兹接触区出口一侧,该处存在明显的颈缩;个别啮合点存在颈缩前突然膜厚变厚现象,使颈缩处的油膜厚于中心油膜,这是由于入口区温度较高引起的;正常工作载荷下不存在第二压力峰值,而且最大接触压力基本等于赫兹接触压力(p_h)。由图 6、图 7 可知:与一些文献中的轴承^[16]不同,最大温升位于赫兹接触区入口一侧;C 点与 A 点的温升差异较小,这也导致 C 点没有出现使用 ISO/TR 15144—1 计算的油膜厚度大幅增加。

续表

参数	值
比热容 $c, c_a, c_b / (J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$	2 000, 485, 485
导热系数 $k, k_a, k_b / (W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$	0.14, 50, 50
环境温度 T_0 / K	363
40 °C 粘度 $\nu_{15} / (mm^2 \cdot s^{-1})$	0.000 320
40 °C 粘度 $\nu_{15} / (mm^2 \cdot s^{-1})$	0.000 020
输入功率 P / kW	2 470
输入转速 $(r \cdot min^{-1})$	20
使用系数 K_A	1
动载系数 K_v	1.05
齿间载荷分布系数 $K_{H\alpha}$	1
齿间载荷分布系数 $K_{H\beta}$	1.15

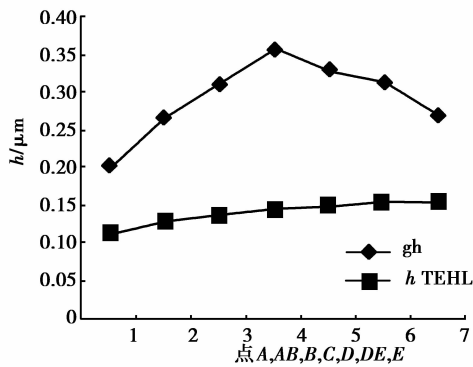


图 2 某 2 MW 齿轮箱各啮合点最小油膜厚度
Fig.2 Local lubricant film thicknesses of one gear pair in a 2 MW gearbox

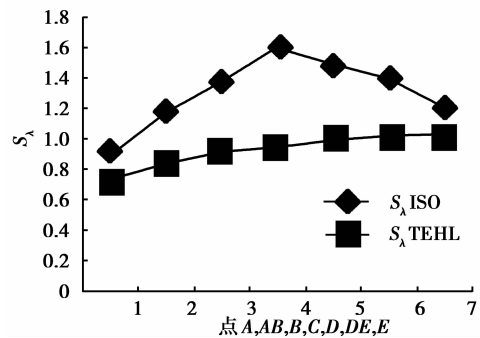


图 3 某 2 MW 齿轮箱各啮合点微点蚀安全系数
Fig.3 Safety factors against micro-pitting of one gear pair in a 2 MW gearbox

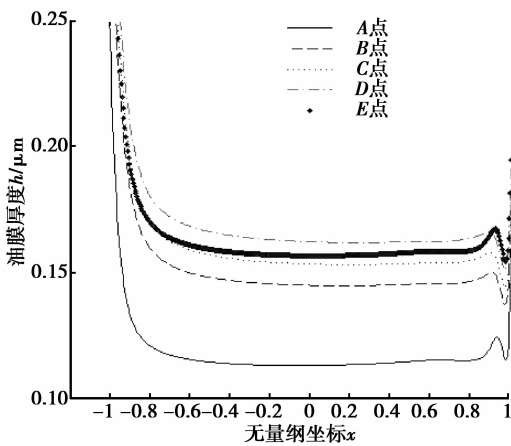


图 4 各啮合点油膜形状
Fig.4 Film shapes of main contact point

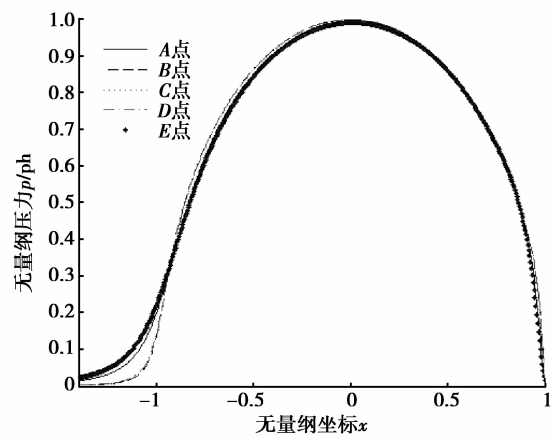
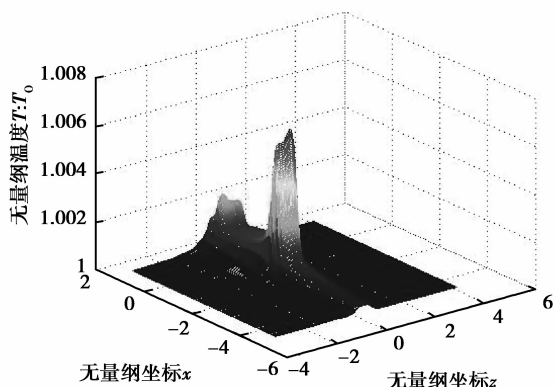
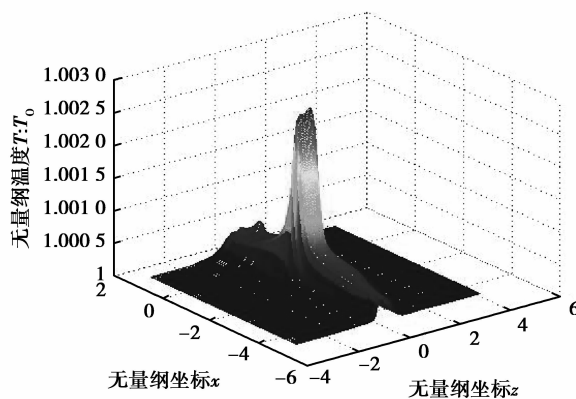


图 5 各啮合点压力分布
Fig.5 Film pressure distributions of main contact point

图 6 A 点温度分布图 ($z=0,1$: 齿油分界面)Fig.6 Temperature distribution of contact point A
($z=0$ and 1 are boundaries between gear and oil)图 7 C 点温度分布图 ($z=0,1$: 齿油分界面)Fig.7 Temperature distribution of contact point C
($z=0$ and 1 are boundaries between gear and oil)

4 结 论

1) 使用多重网格法的热弹流润滑理论可以用于直接计算微点蚀性能,且用该方法计算的风电齿轮箱低速级齿轮微点蚀安全系数小于用 ISO/TR 15144—1 的安全系数。

2) 由于计算的过程及计算方法不同,使用多重网格法的热弹流润滑理论计算的最小油膜厚度低于 ISO/TR 15144—1 采用的 Dowson/Higginson 拟合的计算公式。鉴于齿轮实际啮合油膜厚度很难准确测量,两种方法的准确性尚需进一步验证,但热弹流润滑分析得到的安全系数偏低,可作为微点蚀安全系数计算的参考方法。

3) 风电主齿轮箱因齿轮啮合产生油膜厚度远低于齿轮副的修形量,且因弹流润滑产生压力变化极小,因而通过齿面受力分析确定修形量时可以不考虑润滑油膜造成的接触形式及接触压力的变化。

参考文献:

- [1] 李国云,秦大同.风力发电机齿轮箱加速疲劳试验技术分析[J].重庆大学学报:自然科学版,2009,32(11):1252-1256.
LI Guoyun, QIN Datong. Analysis of accelerated fatigue test technology for wind turbines gearbox [J]. Journal of Chongqing University, 2009,32(11):1252-1256.
- [2] Michaud M, Sroka G J, Benson R E. Refurbishing Wind Turbine Gears[J]. Gear Solutions, 2011(6):28-39.
- [3] Feng Y, Qiu Y, Crabtree C J, et al. Monitoring wind turbine gearboxes[J]. Wind Energy, 2013,16(5):728-740.
- [4] 颜力,刘忠伟.兆瓦级风电齿轮微点蚀的研究[J].机车车辆工艺,2012(6):10-11,14.
YAN Li, LIU Zhongwei. Research on Micro pitting of gear flanks for MW Wind Turbin[J]. Locomotive & Rolling Stock Technology, 2012(6):10-11,14.
- [5] Netpu S, Srichandr P. Failure of a helical gear in a power plant[J]. Engineering Failure Analysis, 2013, 32: 81-90.
- [6] Sinha Y, Steel J A, Andrawus J A, et al. Significance of Effective Lubrication in Mitigating System Failures-A Wind Turbine Gearbox Case Study[J]. Wind Engineering, 2014, 38(4): 441-450.
- [7] ISO/TR 15144—1:2010.Calculation of micropitting load capacity of cylindrical spur and helical gears-Part 1:Introduction and basic principles[S].
- [8] Lloyd G. Rules and regulations, IV-industrial services, part 1-guideline for certification of wind turbines[J]. 2010.
- [9] Kissling U. Application of the first international calculation method for micropitting[J]. Gear technology, 2012, 29(5): 54-60.
- [10] Errichello R L. Morphology of Micropitting[J]. Gear Technology, 2012,11: 74-80.
- [11] Moorthy V, Shaw B A. An observation on the initiation of micro-pitting damage in as-ground and coated gears during contact fatigue[J]. Wear, 2013, 297(1): 878-884.

- [12] Fu X X, Wang Y Q. The Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Composite Material Gear[J]. *Advanced Materials Research*, 2013, 706: 1622-1626.
- [13] Xue J, Li W, Qin C. The scuffing load capacity of involute spur gear systems based on dynamic loads and transient thermal elastohydrodynamic lubrication[J]. *Tribology International*, 2014, 79(11):74-83.
- [14] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [15] 黄平, 温诗铸. 多重网格法求解线接触弹流问题[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 1992(5): 26-34.
HUANG Ping, WEN Shizhu. Solutions of the elastohydrodynamic lubrication line contact problems with multigrid method[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 1992(5): 26-34.
- [16] 熊永强, 尹忠慰, 彭颖红. 轴瓦的力学性能对水润滑塑料轴承润滑性能的影响[J]. *润滑与密封*, 2011, 36(2): 9-11.
XIONG Yongqiang, YIN Zhongwei, PENG Yinghong. The effects of mechanical properties of bearing bush on water lubricated plastic bearing lubricating property[J]. *Lubrication Engineering*, 2011, 36(2): 9-11.

(编辑 詹燕平)

(上接第 102 页)

- [5] Ajmi M, Velex P. A model for simulating the quasi static and dynamic behavior of solid wide-faced spur and helical gears[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2005(40): 173-190.
- [6] Ajmi M, Velex P. A model for simulating the quasi static and dynamic behavior of double helical gears[J]. *The JSME International Conference on Motion and Power Transmission, MPT-2001*, 2001: 132-137.
- [7] Platt R, Leopold R. A Study on Helical Gear Planetary Phasing Effects on Transmission Noise[J]. *VDI Berichte*, 1996: 793-807.
- [8] 王成, 方宗德, 贾海涛. 人字齿轮均载特性的理论分析与试验研究[J]. *兵工学报*, 2011, 32(1): 74-77.
WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao. Theoretical calculation and experimental study of load sharing for double helical gears[J]. *ACTA ARMAMENTARII*, 2011, 32(1): 74-77.
- [9] 吴文光. 人字齿轮传动系统的建模及其动力学特性的有限元分析研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
WU Wenguang. Parametric modeling of herringbone gear drive system and finite element analysis of its dynamic characteristics[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [10] Kubur M, Kagraman A, Zini D M, et al. Dynamic analysis of a multi-Shaft helical gear transmission by finite elements: model and experiment[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, 126(3): 398-406.
- [11] Sondkar P, Tech M. A dynamic modeling of double-helical planetary gear set[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70: 157-174.
- [12] Parker R, Lin J. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2004, 126(2): 365-370.
- [13] 王成, 高常青, 崔焕勇. 基于啮合特性的人字齿轮动力学建模与分析[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2012, 43(8): 3019-3024.
WANG Cheng, GAO Changqing, CUI Huanyong. Dynamic modeling and analysis of double helical gears based on meshing characters[J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2012, 43(8): 3019-3024.
- [14] 王峰, 方宗德, 李声晋. 滚动轴承支撑人字齿轮传动系统动力传递过程分析研究[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(3): 25-32.
WANG Feng, FANG Zongde, LI Shengjin. Research and analysis on power transmission processing of herringbone gear trains system with rolling bearing support[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(3): 25-32.
- [15] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1996.

(编辑 侯湘)