

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2017.08.001

量子遗传算法在永磁同步轮毂电机优化设计中的应用

张羽, 邓兆祥, 张河山, 陶胜超, 唐蓓

(重庆大学汽车工程学院, 重庆 400044)

摘要:量子遗传算法具有种群规模小而不影响算法性能、收敛速度快和全局搜索能力强等优点。为了获得高功率密度和低成本电动车用轮毂电机,基于量子遗传算法,针对研究设计的一种外转子永磁同步轮毂电机,以电机有效质量、材料成本和功率损耗为优化目标,建立了包含8个设计变量和5个约束的数学模型,对电机进行优化设计。研究表明:永磁同步轮毂电机有效质量、材料成本和功率损耗降低,效率特性提升,有限元分析结果与量子遗传算法计算结果接近,能满足电动车对驱动轮毂电机的使用要求,因此,量子遗传算法对于轮毂电机优化设计是有效可行的。

关键词:量子遗传算法;永磁同步轮毂电机;优化设计

中图分类号:TM341

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2017)08-001-08

Application of quantum genetic algorithm to the optimum design of permanent magnet synchronous in-wheel motor

ZHANG Yu, DENG Zhaoxiang, ZHANG Heshan, TAO Shengchao, TANG Bei

(College of Automotive Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P.R.China)

Abstract: Quantum genetic algorithm (QGA) has advantages of small population size with good algorithm performance, fast convergent rate and powerful ability of global search. In order to acquire high power density and low cost in-wheel motor of electric vehicle, based on the quantum genetic algorithm, a designed outer-rotor permanent magnet synchronous in-wheel motor model with 8 designed variables and 5 constraints was built to optimize the effective quality, material cost and power consumption. The results show that the effective quality, material cost and power consumption of the motor are decreased and the efficiency of the motor is improved. The results of finite element analysis are close to those calculated by quantum genetic algorithm, which can satisfy the using requirements of driving in-wheel motor electric vehicle. Therefore, the QGA is an effective and feasible algorithm in optimization design of in-wheel motor.

Keywords: quantum genetic algorithm; permanent magnet synchronous in-wheel motor; optimization design

收稿日期:2017-02-08

基金项目:国家高技术研究发展计划(“863”计划)项目(2012AA111803);重庆市科委攻关项目(CSTC,2010AA6039);重庆市研究生科研创新项目资助(CYS15034)。

Supported by The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2012AA111803), Chongqing Key Technology Program (CSTC,2010AA6039) and 2015 Chongqing University Postgraduates' Innovation Project (CYS15034).

作者简介:张羽(1992-),男,重庆大学硕士研究生,主要从事汽车系统动力学的研究,(E-mail) 960421348@qq.com。

邓兆祥(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(E-mail)zxdeng@cqu.edu.cn。

与传统的搜索算法(梯度法、牛顿法等)相比较,遗传算法(genetic algorithm, GA)^[1-2]以生物进化为原型,适用于处理传统搜索算法难以解决的多维度、非线性、目标函数不可微等优化问题。目前,遗传算法已被广泛应用于计算机科学、航空航天、材料科学和电子学等学科,并取得良好的成果^[3-4]。但是,遗传算法如果选择、交叉、变异的方式不当,会出现迭代次数多,搜索效率低、易发生局部过早收敛的问题。20世纪90年代后期,基于量子计算理论和遗传算法,衍生出一种新的概率化进化算法——量子遗传算法(quantum genetic algorithm, QGA)^[5-6]。Shor^[7]于1994年提出第一个量子算法,求解了一个 n 位大数质因子分解的经典计算难题。1996年, Grover^[8]针对随机数据库搜索,提出了 Grover 量子算法,在量子计算机上成功实现对未加整理的数据库 \sqrt{N} 量级的加速搜索。文献[9]结合遗传算法与量子多宇宙的概念,提出了基于量子计算思想的量子衍生遗传算法(quantum-inspired genetic algorithms)。随后,文献[9]在遗传算法中引入量子比特和量子旋转门,形成了真正意义上的量子遗传算法。王宇平等^[10]运用量子遗传算法求解旅行商(traveling salesman problem, TSP)问题,并证实其以概率1收敛到全局最优解。王瑞琪等^[11]运用多目标混沌量子遗传算法,求解配电网中加入分布式电源的经济技术优化目标问题。分析结果表明,相对于传统多目标遗传算法,所提算法具有很好的计算精度、收敛性和寻优能力。Zheng等^[12]运用量子遗传算法求解车辆调度问题,通过仿真试验与算法的对比,验证了算法有效性与可行性。黄小庆等^[13]将量子遗传算法引入到充电站的成本效益及全寿命周期成本的优化规划计算模型中,仿真结果表明,求解方法有效可行。量子遗传算法采用量子位编码表示染色体,利用量子旋转门更新来完成优化搜索,具有收敛性好,全局搜索能力强,种群规模小且不影响算法性能等优点。综合考虑量子遗传算法的诸多优点,笔者以设计的永磁同步轮毂电机为优化设计目标,针对轮毂电机优化设计需求,基于量子遗传算法,建立轮毂电机优化设计数学模型。同时,给出传统遗传算法和量子遗传算法优化设计轮毂电机算例,并对优化设计结果进行分析对比。

1 量子遗传算法原理

电机优化设计是在电机设计变量允许范围内,确定电机各结构参数,使电机的效率、起动转矩和功率因数等性能指标达到最优。为了同时降低电机有效质量、材料成本和功率损耗,笔者运用传统遗传算法和量子遗传算法对电机进行优化设计。

1.1 量子比特编码和种群初始化

运用遗传算法中的二进制编码,将多态问题进行量子比特编码,用1组二进制数来表示1条染色体,也就是1组电机结构参数方案。每条染色体由若干段基因组成,每个基因实际上就是1个优化变量。与传统遗传算法不同, QGA中使用的二进制编码是对量子比特编码的染色体测量得出,即染色体用量子位表示,染色体的状态是一种叠加态或纠缠态。一个量子位不仅表示0和1两种状态,也可同时表示两种状态之间的任意中间态。用 n 个量子位可同时表示 2^n 个状态,对于相同的优化问题, QGA的种群大小可比传统GA小很多,所以它的运算能力更强,效率比传统GA更高。该方法的优点是通用性好,易于实现。式(1)表示采用多量子比特编码 m 个参数的基因。

$$q_j^t = \begin{pmatrix} \alpha'_{11} & \alpha'_{12} & \cdots & \alpha'_{1k} & \alpha'_{21} & \alpha'_{22} & \cdots & \alpha'_{2k} & \alpha'_{m1} & \alpha'_{m2} & \cdots & \alpha'_{mk} \\ \beta'_{11} & \beta'_{12} & \cdots & \beta'_{1k} & \beta'_{21} & \beta'_{22} & \cdots & \beta'_{2k} & \beta'_{m1} & \beta'_{m2} & \cdots & \beta'_{mk} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中: q_j^t 代表第 t 代的第 j 个体的染色体; k 为编码每一个基因的量子比特数; m 为染色体的基因个数。将种群各个体的量子比特编码(α, β)都初始化为 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$,即一个染色体所表达的全部可能状态将是等概率的。

1.2 量子旋转门

传统遗传算法^[14]通过对当前种群施加选择、交叉和变异等一系列遗传操作,从而产生新种群,并使种群进化到包含近似最优解的状态。在传统GA中,交叉操作是产生新个体的重要方法,对交叉概率 p_c 的取值非常重要,若取值过大,会影响优良种群的产生,不利于进化;若取值过小,又会降低新个体的产生速度。变异算子以变异率随机改掉种群中个体的某些基因值。变异概率 p_m 取值过大利于新个体的产生,但同时不利于优良种群的产生,降低算法性能;若取值较小则会减弱新个体产生能力,产生早熟现象。

量子遗传算法中,遗传操作以量子旋转门运算,摒弃了传统遗传算法的选择、交叉和变异等。旋转门用于量子叠加态或纠缠态的基态,使其相互干涉,相位发生改变以改变各基态的概率幅。旋转门作为最终的执行机构,通过旋转门变换矩阵实现演化操作,最终达到更新种群的目的。量子旋转门变换矩阵实际上是一个可逆的归一化矩阵,即需要满足 $U^*U=UU^*=1$ (U^* 为 U 共轭转置矩阵)。在不同的应用中,需要设计不同的旋转门变换矩阵。常用的旋转门变换矩阵有异或门、受控异或门、旋转门和 Hadamard 变换门等^[15]。这里采用式(2)所示量子旋转门对种群进行更新。

$$U = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 θ_i 为旋转角,其大小和符号调整策略如表 1 所示。量子旋转门更新过程如下:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $[\alpha_i, \beta_i]^T$ 代表染色体第 i 个量子旋转门更新前后的概率幅。

表 1 旋转角调整策略
Table 1 Adjustment strategy of rotation angle

x_i	$x_{i_{\text{best}}}$	$f(x) > f(x_{\text{best}})$	$\Delta\theta_i$	$s(\alpha_i, \beta_i)$			
				$k > 0$	$k < 0$	$\alpha_i = 0$	β_i
0	0	FALSE	0	0	0	0	0
0	0	TURE	0	0	0	0	0
0	1	FALSE	$\Delta\theta_i$	+1	-1	0	± 1
0	1	TURE	$\Delta\theta_i$	-1	+1	± 1	0
1	0	FALSE	$\Delta\theta_i$	-1	+1	± 1	0
1	0	TURE	$\Delta\theta_i$	+1	-1	0	± 1
1	1	FALSE	0	0	0	0	0
1	1	TURE	0	0	0	0	0

表 1 中, x_i 为当前染色体的第 i 位; $x_{i_{\text{best}}}$ 为当前最优染色体的第 i 位; $s(\alpha_i, \beta_i)$ 为旋转角方向, 保证算法的收敛。 $s(\alpha_i, \beta_i) = +1$ 时, 逆时针旋转, $s(\alpha_i, \beta_i) = -1$ 时, 顺时针旋转, $(\alpha_i, \beta_i) = 0$ 时, 不旋转; $\Delta\theta_i$ 为旋转角度大小, 控制算法收敛的速度^[16], 其值根据式(4)确定:

$$\Delta\theta_i = 0.01\pi \left[1 - k \frac{N_g}{N_{g_{\text{max}}} + 1} \right], \quad (4)$$

式中: N_g 为当前的进化代数; $N_{g_{\text{max}}}$ 为最大进化代数; k 为 $[0, 1]$ 之间的常数。量子旋转门操作保证了算法的收敛, 显然, $\Delta\theta_i$ 的取值不同, 收敛效果也不同。根据式(4), 笔者采用动态调整旋转角策略, 算法初期设置较大的旋转角, 随着进化代数的增加逐渐减小旋转角。该调整策略为, 对个体实施测量并进行适应度评估, 与当前最优个体的适应度值 $f(x_{i_{\text{best}}})$ 比较, 通过比较结果调整 q'_j 中相应位量子比特, 使得几率幅向着有利于最优确定解的方向进化。

1.3 量子遗传算法流程

通过上述分析, QGA 将当前代的最优个体进行保留, 运用量子旋转门的更新操作进行种群更新, 得到下一代种群, 记录最优个体以及对应的适应度。量子遗传算法的具体流程如下:

- 1) 初始化种群 $Q(t_0)$, 随机生成 n 个以量子比特位编码的染色体。
- 2) 对 $Q(t_0)$ 中的各个个体实施一次测量, 得到对应的确定解 $P(t_0)$, 生成用二进制表达的染色体。
- 3) 对 $P(t_0)$ 进行适应度评估, 记录最优个体和对应的适应度。
- 4) 判断是否满足结束条件: 是, 结束; 否, 继续。
- 5) 对种群 $Q(t)$ 中的各个个体实施一次测量, 得到对应的确定解 $P(t)$ 。

- 6) 运用适应度函数对 $P(t)$ 进行适应度评估。
- 7) 利用量子旋转门更新各个个体, 得到新的种群 $Q(t+1)$ 。
- 8) 记录最优个体和对应的适应度。
- 9) 将迭代次数 t 加 1, 返回步骤 4。

2 优化分析

综合上述理论与方法, 对原机进行电磁设计, 利用传统遗传算法、量子遗传算法对 1 台额定功率 10 kW、额定转速 600 r/min 的外转子轮毂电机进行优化设计。电机定子槽型采用梯形槽, 转子磁极为表面式, 对永磁体沿轴向进行分段, 以减小永磁体的涡流损耗, 消除永磁体内径处的应力集中, 如图 1 所示。

2.1 优化变量选取及处理

电机的各结构参数均可作为优化设计变量, 根据实际情况, 一般只选取 6~10 个作为优化设计变量^[17]。选取对电机各项特性影响较大的结构尺寸和电磁参数为优化变量, 如气隙长度、绕组裸线直径等^[18]。优化设计变量应该便于确定其他结构参数, 相互独立且对优化目标和约束条件有较大影响^[19]。

为了降低电机有效质量、材料成本和功率损耗, 选取的设计变量如表 2 所示。

表 2 优化变量的选取及处理方式

Table 2 Selection and treatment of optimization variables

取值	δ/cm	d/mm	L/cm	D_{in}/cm	h_{m}	p	Q_1	N_s
上限	0.12	1.8	4.5	19.5	0.6	22	50	30
下限	0.06	0.8	3.5	18.2	0.3	14	40	20

表 2 中: δ 为气隙长度; d 为定子绕组裸线直径; L 为电枢长度; D_{in} 为定子内径; h_{m} 为永磁体磁化方向长度; p 为磁极对数; Q_1 为定子槽数; N_s 为每槽导体数。

2.2 目标函数的确定

电机优化设计的目的是使电机能够达到性能最佳、体积最小、成本最低等。笔者以永磁同步轮毂电机有效质量、功率损耗和材料成本为优化目标, 采用线性加权求和的方式转化为单目标函数:

$$f(x) = \omega_1 \sum m(x) + \omega_2 \sum P(x) + \omega_3 \sum C(x), \quad (5)$$

式中: ω_1 、 ω_2 和 ω_3 为权重系数, 为使 3 个优化目标在同一数量级^[20-21], 取权重系数 $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 0.01$, $\omega_3 = 0.1$; $\sum m(x)$ 为电机有效质量; $\sum P(x)$ 为电机功率损耗; $\sum C(x)$ 为电机有效材料成本。

轮毂电机的优化设计需要满足性能和边界等条件的约束, 优化结果受到技术性能和结构工艺等条件的限制。从简化模型角度出发, 选取电机所需转矩 T_{em} 、电机设计热负荷 A_1 、气隙磁密 B_{δ} 、定子齿磁密 B_{τ} 、定子轭磁密 B_{ρ} 作为电机优化设计的约束条件。约束条件可表示为

$$g_1(x) = \frac{T_{\text{em}}}{T_{\text{em0}}} - 1 \leq 0, \quad (6)$$

$$g_2(x) = \frac{A_1}{A_{10}} - 1 \leq 0, \quad (7)$$

$$g_3(x) = \frac{B_{\delta}}{B_{\delta 0}} - 1 \leq 0, \quad (8)$$

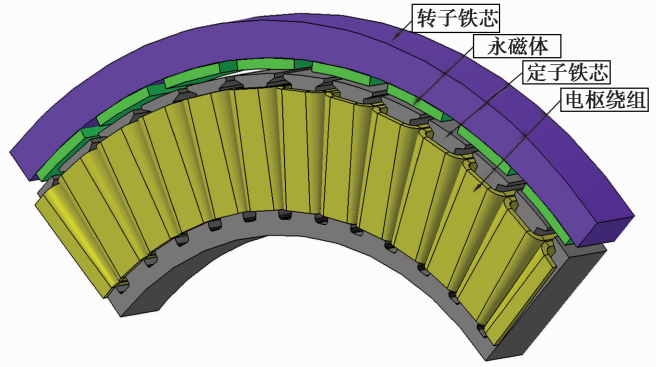


图 1 轮毂电机定转子结构图

Fig.1 Stator and rotor structure diagram of in-wheel motor

$$g_4(x) = \frac{B_\tau}{B_{\tau 0}} - 1 \leq 0, \tag{9}$$

$$g_5(x) = \frac{B_\sigma}{B_{\sigma 0}} - 1 \leq 0. \tag{10}$$

借助罚函数法将此约束问题转化为无约束问题,进而用无约束最优化方程求解。其相应增广目标函数如式(11),式中 u 为罚因子:

$$F(x, u) = f(x, u) + u \sum_{i=1}^m [\min(0, g_i(x))]^2. \tag{11}$$

2.3 优化结果

基于以上理论分析,笔者对该轮毂电机进行优化。图 2 为种群规模为 1 000,进化代数数为 60,运用传统遗传算法和量子遗传算法求解的目标函数对比图。考虑遗传算法本身的随机性,通过多次计算得到量子遗传算法寻优速度,收敛精度都优于传统遗传算法。

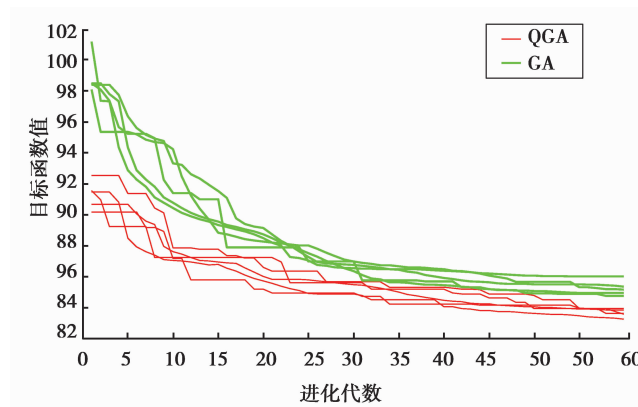


图 2 传统 GA 和 QGA 的目标函数值迭代过程比较图

Fig.2 Comparison of the objective function values in iterative process between GA and QGA

分别采用传统遗传算法和量子遗传算法对永磁同步轮毂电机进行优化,优化前后设计变量值如表 3 所示。

表 3 优化前后各种参数变化情况

Table 3 Changes of various parameters before and after optimization

优化变量	初始方案	GA	QGA
δ/cm	0.10	0.12	0.12
d/mm	1.40	1.40	1.12
L/cm	3.50	3.50	3.50
D_{in}/cm	19.0	19.3	19.5
h_m/cm	0.35	0.30	0.30
p	22	18	16
Q_1	54	50	48
N_s	32	32	30

在表 3 各参数的基础上,得到额定功率下的优化结果如表 4 所示,其中铜导线价格 62 元/kg,硅钢片价格 13.7 元/kg,耐高温钕铁硼永磁体材料价格 450 元/kg。对比分析可知:传统遗传算法使电机质量较初始方案减少 2.5%;电机功率损耗降低 19.98%;电机有效材料成本减小 8.6%;电机效率提高 3.9%,量子遗传算

法使电机质量较初始方案减少 10.16%；电机功率损耗降低 23.49%；电机有效材料成本减小 25.01%；电机效率提高 5.98%。

表 4 初始方案和各种算法优化结果比较

Table 4 Results comparison of initial project and various algorithms optimization project

优化目标	初始方案	GA	QGA
电机有效质量/kg	21.26	20.73	19.36
电机功率损耗/W	1 087.15	885.94	842.16
有效材料成本/元	857.56	789.73	675.74
效率/%	85.76	87.78	90.89

根据优化结果,给出初始方案和两种算法优化后的电机性能结果,如表 5 所示。经量子遗传算法优化后,电机质量减少,功率损耗降低,与传统 GA 算法相比,具有更好的优化效果。

表 5 初始方案和各种算法优化后电机性能比较

Table 5 Motor characteristic comparison of initial project and various algorithm optimization project

性能参数	初始方案	GA	QGA	是否性能较优
定子质量/kg	5.05	5.30	5.80	否
转子质量/kg	10.43	9.94	9.72	✓
绕组质量/kg	5.04	4.87	3.26	✓
永磁体质量/kg	0.74	0.62	0.58	✓
定子成本/元	68.185	72.61	79.46	✓
转子成本/元	142.891	136.178	133.164	✓
绕组成本/元	312.480	301.940	202.120	✓
永磁体成本/元	333	279	261	✓
机械损耗/W	100	100	100	否
铜耗/W	559.72	479.87	421.52	✓
铁耗/W	354.91	239.43	266.95	✓
杂散损耗/W	72.52	66.64	53.69	✓

基于上述优化结果,给出初始方案和两种算法优化后的电机效率特性如图 3 所示,从图 3 中可见量子遗传算法优化后电机效率特性最优。

对 QGA 算法优化后的电机进行有限元分析,额定负载运行时电机铜耗如图 4 所示,电机平稳运行时得铜损值约为 0.426 4 kW;电机铁耗如图 5 所示,电机在额定负载时铁损值约为 256.6 W,与 QGA 算法计算结果接近,证明 QGA 算法与电机设计程序的正确性。

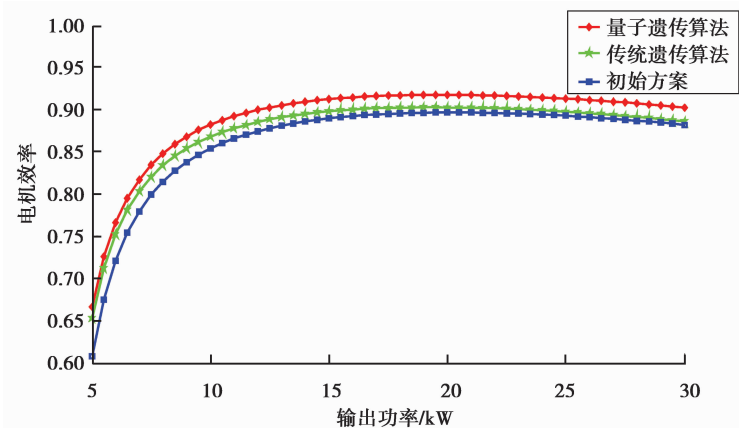


图 3 初始方案和各种算法优化后的电机效率特性

Fig.3 Motor efficiency characteristic of initial project and various algorithms optimized projects

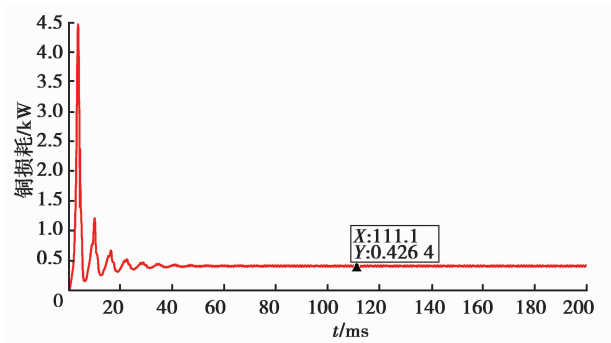


图 4 额定负荷时的铜耗

Fig.4 Copper consumption of rated load

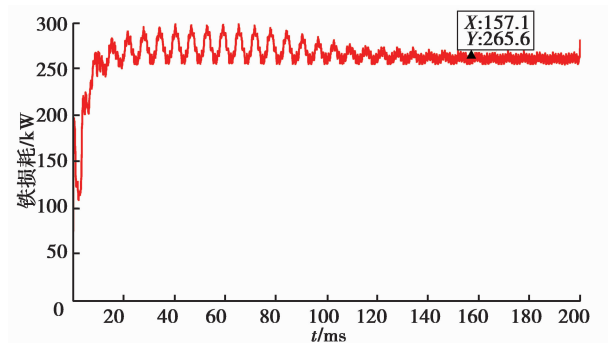


图 5 额定负荷时的铁耗

Fig.5 Iron loss of rated load

3 结 论

笔者研究设计了一种外转子永磁同步轮毂电机。以电机有效质量、功率损耗和有效材料成本为目标,选取相应设计变量基于量子遗传算法对其进行优化,优化后电机有效质量、功率损耗和材料成本降低,电机效率明显提高。因此,采用量子遗传算法进行电机优化设计是有效可行的。但量子遗传算法还有待进一步改进,今后通过与其他优化算法混合加以改善,以达到更好的优化效果。

参考文献:

- [1] Aryanezhad M B, Hemati M. A new genetic algorithm for solving nonconvex nonlinear programming problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 199(1): 186-194.
- [2] Deep K, Dipti. A self-organizing migrating genetic algorithm for constrained optimization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 198(1): 237-250.
- [3] Tsoulos I G. Solving constrained optimization problems using a novel genetic algorithm[J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 208(1): 273-283.
- [4] 蹇洁,王旭,葛显龙.云自适应遗传算法有能力约束的车辆调度优化[J].重庆大学学报,2013,36(8):40-46.
JIAN Jie, WANG Xu, GE Xianlong. Research on capacitated vehicle routing problem with cloud adaptive genetic algorithm[J]. Journal of Chongqing University, 2013, 36(8): 40-46. (in Chinese)
- [5] Liu X D, Liu X M. Quantum-inspired genetic algorithm based on phase encoding[C]//International Conference on Natural Computation, July 23-25, 2013, Shenyang, China. IEEE, 2014: 444-448.
- [6] Li D W. To solve the job shop scheduling problem with the improve quantum genetic algorithm[C]//2012 Third WRI Global Congress on Intelligent Systems, November 6-8, 2012, Wuhan, China. IEEE, 2013: 88-91.
- [7] Shor P W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring[C]//1994 Proceedings. Symposium on Foundations of Computer Science, November 20-22, 1994, New Mexico, USA. IEEE, 2002:124-134.
- [8] Grover L K. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(2): 325-328.
- [9] Li D, Zhao J, Zhang H, et al. An Improved Many Worlds Quantum Genetic Algorithm[C]//International Conference on Natural Computation, 15-17 August, 2015, Zhangjiajie, China. IEEE, 2016: 210-214.
- [10] 王宇平,李英华.求解 TSP 的量子遗传算法[J].计算机学报,2007,30(5):748-755.
WANG Yuping, LI Yinghua. A novel quantum genetic algorithm for TSP[J]. Chinese Journal of Computers, 2007, 30(5): 748-755. (in Chinese)
- [11] 王瑞琪,李珂,张承慧,等.基于多目标混沌量子遗传算法的分布式电源规划[J].电网技术,2011,35(12):183-189.
WANG Ruiqi, LI Ke, ZHANG Chenghui, et al. Distributed generation planning based on multi-objective chaotic quantum

- genetic algorithm[J]. *Power System Technology*, 2011, 35(12): 183-189. (in Chinese)
- [12] Zheng D Y, Mao J L, Guo N, et al. Based on two element neighborhood search quantum genetic algorithm to solve the vehicle scheduling problem[C/OL] // Chinese Control and Decision Conference. 2016 [2016-04-20]. DOI: 10.1109/CCDC.2016.7531340.
- [13] 黄小庆, 杨夯, 陈颀, 等. 基于 LCC 和量子遗传算法的电动汽车充电站优化规划[J]. *电力系统自动化*, 2015, 39(17): 176-182.
- HUANG Xiaoqing, YANG Hang, CHEN Jie, et al. Optimal planning of electric vehicle charging stations based on life cycle cost and quantum genetic algorithm[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2015, 39(17): 176-182. (in Chinese)
- [14] 舒红宇, 彭来, 谢鑫, 等. 基于遗传算法的电动代步车用轮毂电机优化设计[J]. *云南大学学报(自然科学版)*, 2011, 33(2): 147-151.
- SHU Hongyu, PENG Lai, XIE Xin, et al. Design optimization of electric scooter hub motor based on genetic algorithm[J]. *Journal of Yunnan University (Natural Sciences)*, 2011, 33(2): 147-151. (in Chinese)
- [15] 史峰, 郁磊, 王辉. MATLAB 智能算法 30 个案例分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011.
- SHI Feng, YU Lei, WANG Fei. Thirty case studies of MATLAB Intelligent algorithm[M]. Beijing: Beihang University Press, 2011. (in Chinese)
- [16] 梁昌勇, 柏桦, 蔡美菊, 等. 量子遗传算法研究进展[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(7): 2401-2405.
- LIANG Changyong, Bo Hua, CAI Meiju, et al. Advances in quantum genetic algorithm[J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(7): 2401-2405. (in Chinese)
- [17] 魏巍. 无刷直流电动机优化设计的研究[D]. 上海: 上海海事大学, 2007.
- WEI Wei. The optimization design of brushless DC motor[D]. Shanghai: Shanghai Maritime University, 2007. (in Chinese)
- [18] 李立毅, 唐勇斌, 刘家曦, 等. 多种群遗传算法在无铁心永磁直线同步电机优化设计中的应用[J]. *中国电机工程学报*, 2013, 33(15): 69-77.
- LI Liyi, TANG Yongbin, LIU Jiayi, et al. Application of the multiple population genetic algorithm in optimum design of air-core permanent magnet linear synchronous motors[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2013, 33(15): 69-77. (in Chinese)
- [19] Andersen S B, Santos I F. Evolution strategies and multi-objective optimization of permanent magnet motor.[J]. *Applied Soft Computing Journal*, 2012, 12(2): 778-792.
- [20] Shabaniyan A, Tousiwas A A P, Pourmandi M, et al. Optimization of brushless direct current motor design using an intelligent technique[J]. *ISA Transactions*, 2015, 57: 311-321.
- [21] Rahideh A, Korakianitis T, Ruiz P, et al. Optimal brushless DC motor design using genetic algorithms[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2010, 322(22): 3680-3687.

(编辑 张 苹)