

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2017.10.001

电动车高速轮边齿轮传动动态特性分析与优化

陈曦¹, 宋朝省^{1,2}, 朱才朝¹, 翁燕祥², 向超¹, 郭万龙²

(1.重庆大学机械传动国家重点实验室,重庆 400044;2.杭州前进齿轮箱集团股份有限公司,杭州 311203)

摘要:针对某电动汽车高速轮边减速器振动大、噪声强度高等关键问题,建立该减速器齿轮传动系统动态啮合分析模型,对额定功率、最高转速与最大转矩 3 种工况的各级齿轮副的啮合特性与动态响应进行计算,分析系统振动结构噪声幅值及其分布规律,研究关键重合度设计参数对系统动态啮合性能的影响,基于 MASTA 提出传动系统宏观几何参数优化方案。研究表明:各工况下输出级齿轮副的传动误差峰峰值偏大,高速输入轴轴承处的结构噪声最大;与轴向重合度为非整数设计工况相比,当齿轮副的轴向重合度接近整数时,齿轮副接触线长度变化率较小,啮合过程中接触载荷波动较小,啮合刚度变化率明显降低,齿轮箱各轴承处结构噪声得到明显降低;宏观几何参数优化方案使得各齿轮副动态性能得到一定的提升。

关键词:电动车;轮边减速器;动态特性;重合度;优化

中图分类号:TH132

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2017)10-001-11

Analysis and optimization of the dynamic characteristics for high speed wheel reducer used in electric vehicle

CHEN Xi¹, SONG Chaosheng^{1,2}, ZHU Caichao¹, WENG Yanxiang²,
XIANG Chao¹, GUO Wanlong²

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, P.R.China;
2. Hangzhou Advance Gearbox Group Co., Ltd., Hangzhou 311203, P.R.China)

Abstract: For the key problems of high noise and vibration of high-speed wheel reducer used in electric vehicle, a dynamic model of the wheel reducer is developed and the mesh characteristics and dynamic characteristics are investigated under rated power, maximum speed and maximum torque load conditions. Then the amplitude of structural noise is calculated and analyzed. Also the effect of contact ratio on the dynamic performance of the system is evaluated and macro geometry parameters of the transmission system are optimized by using MASTA. Results show that the peak-to-peak values of the transmission errors for the output gears are relatively higher and the main structural noise comes from the high-speed

收稿日期:2017-05-16

基金项目:重庆市基础与前沿研究计划资助项目(cstc2016jcyjA0415);中国博士后科学基金资助项目(2015M582517);重庆市博士后科研项目特别资助项目(Xm2016004);国家自然科学基金资助项目(51405043,51575060)。

Supported by Chongqing Research Program of Basic Research and Frontier Technology(cstc2016jcyjA0415), China Postdoctoral Science Foundation (2015M582517), Postdoctoral Special Projects Funded of Chongqing (Xm2016004) and National Natural Science Foundation of China(51405043,51575060).

作者简介:陈曦(1993—),男,重庆大学硕士研究生,主要从事电动车齿轮传动系统的动态特性分析、减振降噪方向研究,(E-mail)chen_xi1993@126.com。

宋朝省(联系人),男,重庆大学副教授,(E-mail)chaoshengsong@hotmail.com。

input shaft. Compared with the design with contact ratio as a non-integer value, the design with an integer contact ratio leads to a lower changing ratio of total length of contact lines and the contact load fluctuation, the changing ratio of the mesh stiffness and the structural noise from the bearings supporting locations are decreased obviously. The optimization of macro parameters makes the dynamic performance of gear pairs better.

Keywords: electric vehicle; wheel reducer; dynamic characteristic; contact ratio; optimization

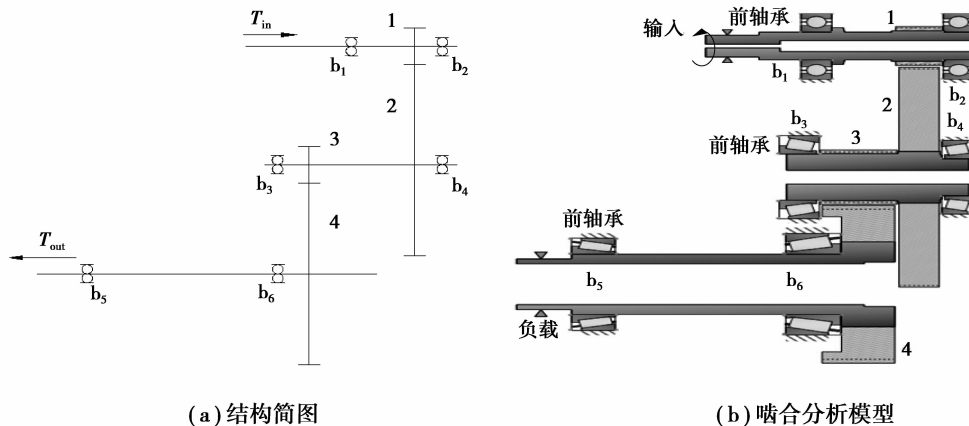
电动汽车被认为是未来新能源汽车发展的重要方向^[1-2]。随着消费者对舒适性的要求越来越高,电动车的振动噪音问题成为制约电动汽车技术发展的关键问题,其中齿轮传动系统是产生振动噪声的主要贡献部件^[3]。因此对电动车齿轮传动系统动态特性开展优化研究具有重要意义。

国内外学者对如何减小齿轮系统的结构噪声进行了一系列研究。Hedlund 等^[4]建立了参数化有限元模型,分析了由啮合刚度变化产生的激励。Liu 等^[5]通过建立齿轮副的有限元模型计算啮合刚度和接触线长度,观察宏观参数变化前后啮合刚度和接触线长度的变化情况。朱才朝等^[6]对某兆瓦级齿轮箱各级齿轮进行修形,并在台架上对修形前后齿轮箱动态特性进行试验研究。郭栋等^[7]对某 5 速变速器啸叫问题进行分析,并对主减齿轮进行齿向修形,降低了啸叫声。陆波等^[8]分析在内、外部激励下系统结构预估噪声。王奇斌等^[9]建立齿轮副啮合刚度模型,发现齿向修形降低了齿轮副啮合刚度。杜雪松等^[10]以齿轮的振动加速度和质量为目标函数,对船用齿轮传动进行多目标动态优化,有效降低了船用齿轮的振动水平。林腾蛟等^[11]通过有限元的直接积分法获取齿轮箱动力学性能,并通过零阶与一阶优化算法对箱体结构参数进行优化。众多文献也认为通过对齿形和齿向的修形,能够明显降低齿轮副在啮合过程中的振动^[12-13]。Kang 等^[14]以传递误差作为优化目标,提供了一种斜齿轮螺旋角的优化方法。Kim 等^[15]利用 Taguchi 方法对某激光打印机的高速齿轮传动进行了降噪优化。Bruyère 等^[16]以齿轮副的传递误差和动态性能为目标,提供了最佳修形量的计算公式。

综上所述,现有研究主要基于实验手段以及微观修形对齿轮传动系统进行动态特性优化。笔者以某电动车的轮边减速器为研究对象,以与螺旋角和中心距直接关联的重合度为优化变量,以齿轮副的传递误差峰值等动态性能为优化目标,基于 MASTA 对齿轮副动态特性进行优化,研究结果对指导电动车高速轮边齿轮传动宏观几何参数的选取与设计具有重要工程应用价值。

1 电动车高速轮边减速器啮合模型

电动车减速器的传动系统采用两级斜齿轮传动,其结构简图如图 1(a)所示,扭矩从高速轴输入,经过中间级传递到低速级,从低速轴输出。各级齿轮副的基本参数如表 1 所示,根据减速器传动结构及齿轮副参数在 MASTA 中建立如图 1(b)所示的减速器啮合分析模型。



1. 输入级主动轮; 2. 输入级从动轮; 3. 输出级主动轮; 4. 输出级从动轮;

b_i ($i=1\sim 6$): 滚动轴承; T_{in} : 输入扭矩; T_{out} : 输出扭矩

图 1 轮边减速器传动原理

Fig.1 Transmission system of the wheel gear

表 1 减速器齿轮副参数
Table 1 Structural parameters of the wheel gear

齿轮级	齿轮	齿数	齿宽/mm	模数	压力角/(°)	螺旋角	中心距/mm	变位系数
输入级	主动轮	17	24	2.2	17.5	24.5	140	0.545 8
	从动轮	115	28	2.2	17.5	24.5	140	0.372 5
输出级	主动轮	14	46	3.0	18.0	25.0	115	0.485 2
	从动轮	55	44	3.0	18.0	25.0	115	0.201 2

选择最高转速、额定转速和最大转矩 3 种最典型的工况进行分析,各工况参数如表 2 所示。

表 2 各工况参数
Table 2 Parameters of the load cases

工况	输入转速/(r·min ⁻¹)	扭矩/(N·m)	功率/kW	啮合频率/kHz	
				输入级	输出级
最高转速	8 800	79.5	70.31	2.493	0.303
额定工况	3 760	98.0	37.03	1.065	0.129
最大转矩	3 760	208.0	78.60	1.065	0.129

2 动态啮合特性分析

传动误差为沿啮合线方向度量被动轮上的齿廓在实际啮合时所处位置同理想条件下应处位置之间的偏差,是判断齿轮副运转平稳性的重要指标之一。

$$\delta(\varphi_1) = (\varphi_2 - \varphi_2^{(0)}) - z_1/z_2(\varphi_1 - \varphi_1^{(0)}), \tag{1}$$

式中: φ 为齿轮的啮合转角; z 为齿数; $\varphi^{(0)}$ 为齿轮在参考点啮合时的初始转角。

对各工况下齿轮传动系统动态性能进行分析,图 2 为各工况下输入级与输出级一个啮合周期内的传动误差,图 3 为其传动误差峰峰值的对比。理论上,齿轮副传动误差峰峰值小于 $2 \mu\text{m}$ 则具有较好振动噪声性能。可以看出,该减速器输出齿轮副各工况的传动误差峰峰值均大于 $2 \mu\text{m}$,特别是最大转矩工况达到 $8.742 1 \mu\text{m}$,最大转矩工况的输入级齿轮副传动误差峰峰值超过 $2 \mu\text{m}$ 。

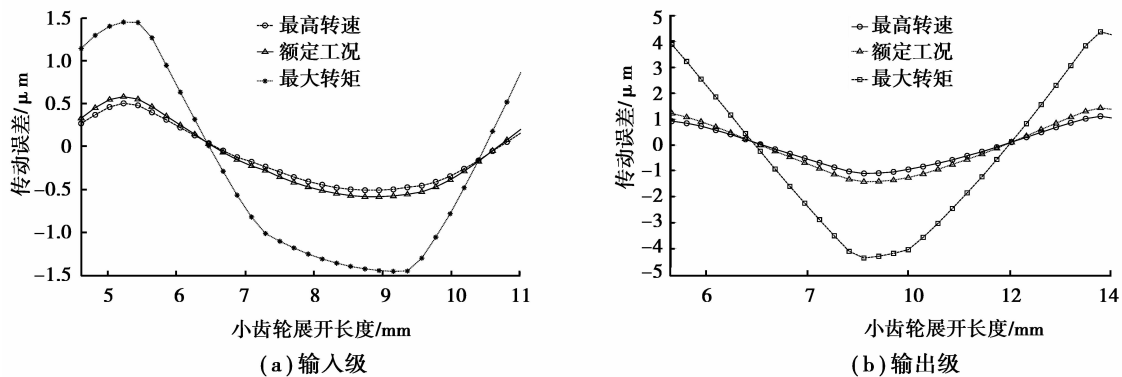


图 2 各齿轮副传动误差
Fig.2 Transmission error of gear pairs

啮合刚度是齿轮啮合时轮齿抵抗变形的能力。齿轮副啮合过程中变形越大,造成的冲击越剧烈,直接影响到系统的振动噪音。在一个啮合周期里,啮合刚度变化过大,对系统带来的影响将更大,定义啮合刚度变化率为

$$\eta_{c_y} = \frac{\Delta c_y}{c_{ym}} \times 100\%, \quad (2)$$

式中： c_{ym} 为平均啮合刚度； Δc_y 为啮合刚度最大值和最小值之差。

计算得到 c_{ym} 与 Δc_y ，再由式(2)得到齿轮副在各工况下的啮合刚度变化率，如图 4 所示，可以看出输出级齿轮副的啮合刚度变化率大于输入级，各齿轮副在不同工况的啮合刚度变化率改变很小。同时计算减速器各轴承处的结构噪声，发现转速在 3 000~9 000 r/min 时结构噪声偏大，是进行优化的重点参考区间。

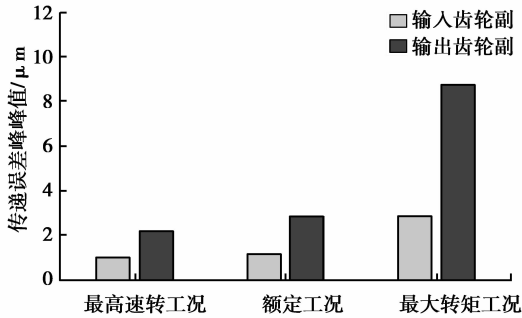


图 3 各工况齿轮副传动误差峰峰值

Fig.3 The peak-to-peak transmission errors of gear pairs

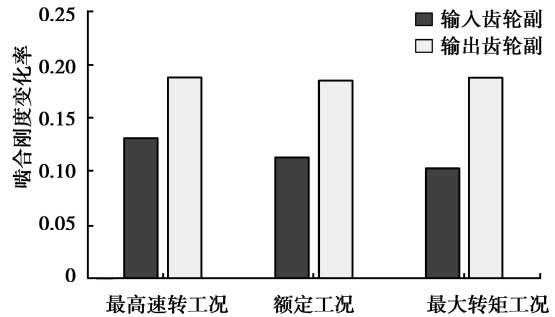
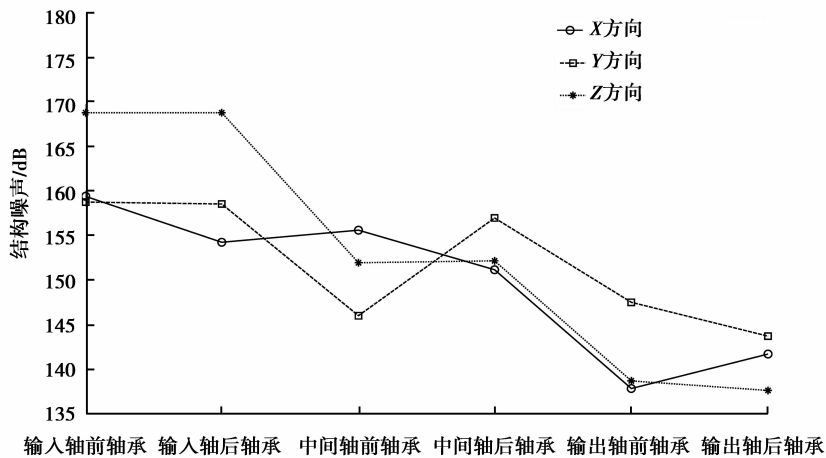


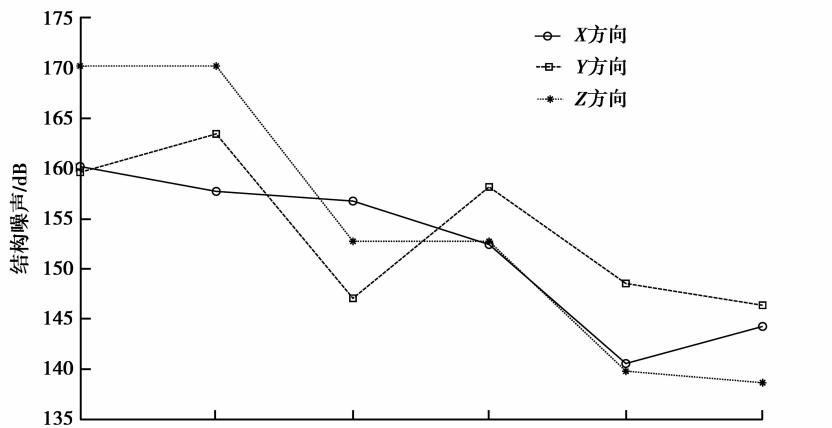
图 4 各工况齿轮副啮合刚度变化率

Fig.4 The fluctuation value of mesh stiffness of gear pairs

图 5 是各工况下轴承在各方向结构噪声对比。可以看出最大结构噪声值在各工况下的分布趋势大致相同，输入轴上轴承的结构噪声相对较大，而输出轴上轴承的结构噪声较小。



(a) 最高转速工况



(b) 额定转速工况

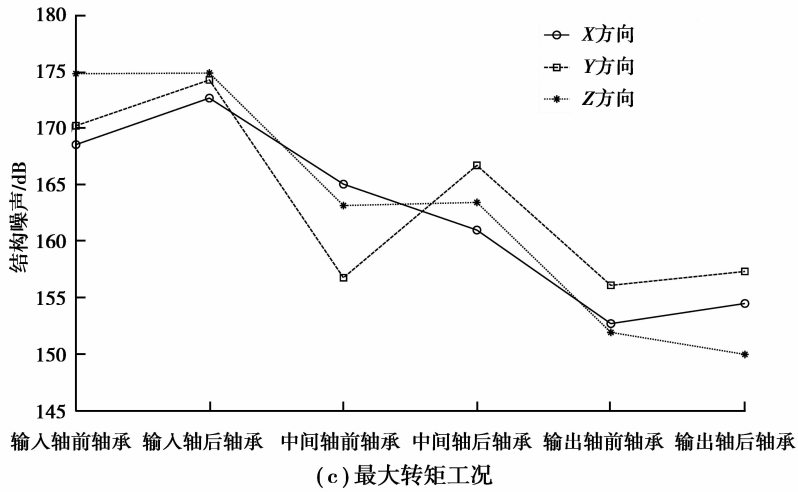


图 5 各工况轴承的最大结构噪声

Fig.5 The peak structural-born noise of bearings

3 基于重合度的动态特性优化

为了改善该型轮边减速器的动态性能,以与螺旋角和中心距直接关联的重合度为优化变量,以齿轮副的传递误差峰峰值、啮合刚度变化率以及系统结构噪声为优化目标,基于 MASTA 研究不同参数齿轮副在啮合过程中其动态特性的变化规律。对于渐开线斜齿圆柱齿轮,其重合度为端面重合度 ϵ_α 和轴向重合度 ϵ_β 之和,用 ϵ_γ 来表示,即

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta, \tag{3}$$

其计算公式为

$$\epsilon_\alpha = \frac{z_1 \times (\tan \alpha_{at1} - \tan' \alpha_t) + z_2 \times (\tan \alpha_{at2} - \tan' \alpha_t)}{2\pi} \tag{4}$$

$$\epsilon_\beta = \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}, \tag{5}$$

式中: α_{at} 为端面齿顶压力角; α'_t 为端面啮合角; B 为齿宽; β 为螺旋角; m_n 为端面模数。

从公式(5)可以看出斜齿轮轴向重合度的大小与螺旋角、模数和齿宽有关。保持齿轮副的模数、压力角等基本参数不变改变螺旋角和中心距来获得具有不同重合度的齿轮副,如表 3 所示。随着螺旋角的增加,端面重合度越来越小,而轴向重合度则与之相反。

表 3 齿轮副宏观参数优化方案

Table 3 The optimized macro parameters of the gear pairs

齿轮副	螺旋角/(°)	中心距/mm	总重合度	端面重合度	轴向重合度
输入 齿 轮 副	2.8	137	1.809 1	1.607 8	0.201 3
	7.6	138	2.092 7	1.594 0	0.498 7
	11.7	139	2.376 3	1.576 2	0.800 1
	14.3	141	2.549 2	1.546 3	1.003 0
	17.9	143	2.720 3	1.517 2	1.203 1
	22.4	146	2.974 3	1.477 4	1.496 9
	26.2	152	3.195 6	1.395 5	1.800 2
	30.2	156	3.347 8	1.346 3	2.001 5
	33.4	161	3.493 9	1.292 1	2.201 9

续表 3

齿轮副	螺旋角/(°)	中心距/mm	总重合度	端面重合度	轴向重合度
输出 齿 轮 副	6.0	113	2.086 1	1.587 0	0.499 1
	9.6	113	2.390 1	1.593 8	0.796 3
	12.1	115	2.554 6	1.553 8	1.000 9
	14.6	117	2.735 2	1.531 6	1.203 5
	18.3	118	3.003 7	1.504 5	1.499 2
	22.1	120	3.278 0	1.481 6	1.796 3
	24.8	122	3.463 1	1.460 4	2.002 7
	27.4	126	3.583 4	1.386 1	2.197 3
	31.6	131	3.821 8	1.320 0	2.501 8

3.1 传动误差

图 6 是齿轮副在各工况下的传动误差峰峰值,可以看出输入齿轮副有 3 组设计工况的传动误差峰峰值小于 $2 \mu\text{m}$,但输出齿轮副中只有轴向重合度为 2.002 7 时才符合要求。

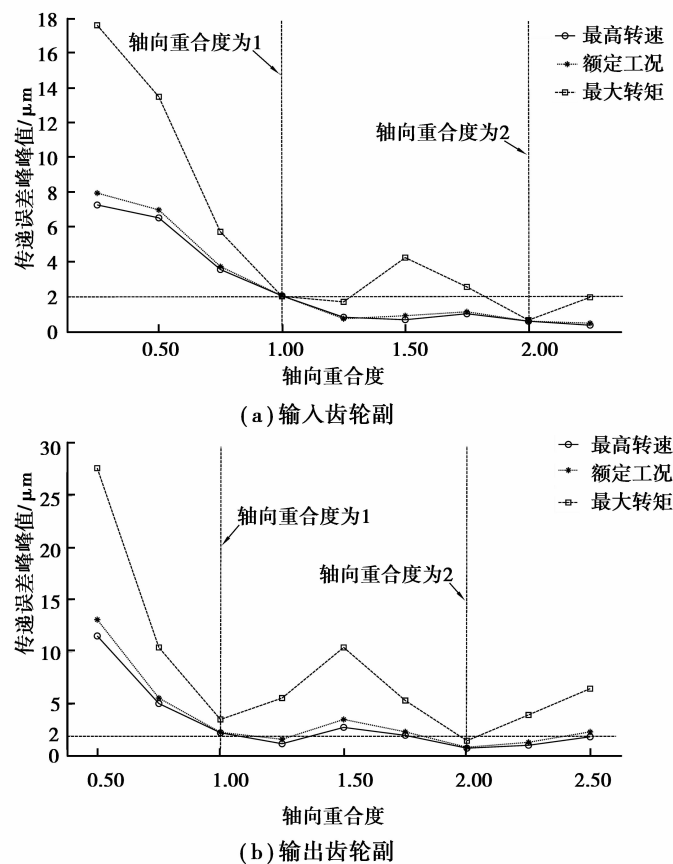


图 6 不同轴向重合度对传动误差峰峰值的影响

Fig.6 The effect of different axial contact ratio to the peak-to-peak transmission errors

在轴向重合度接近整数时,传动误差峰峰值通常优于附近重合度所对应的传动误差峰峰值,尤其在最大转矩工况规律较为明显。

3.2 啮合刚度变化率

图 7 是各工况下齿轮副在不同轴向重合度的啮合刚度变化率,可以看出啮合刚度变化率的变化趋势为波浪式递减,波谷均发生在轴向重合度接近整数的部位,并且随着轴向重合度的增大,啮合刚度变化率的整体趋势是逐渐减小。

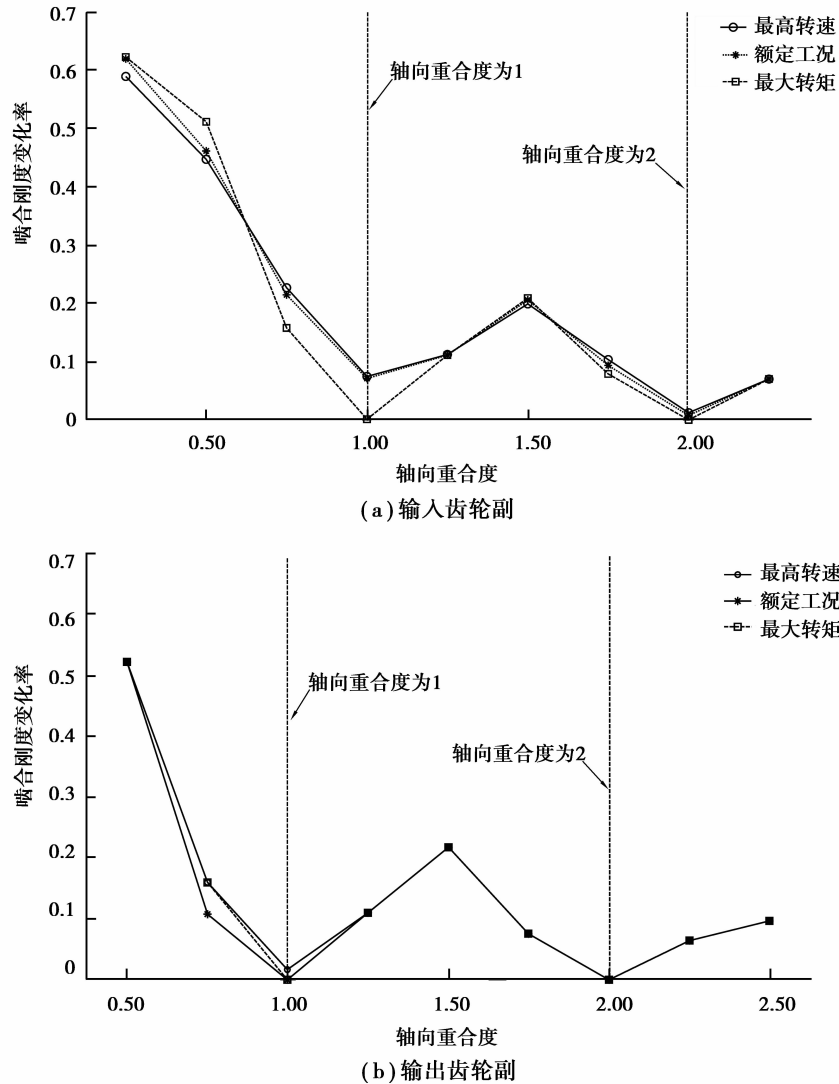


图 7 不同轴向重合度对啮合刚度变化率的影响

Fig.7 The effect of different axial contact ratio to the fluctuation value of mesh stiffness

3.3 接触线长度变化率

接触线全长变动程度表示了齿轮在啮合过程中接触载荷分布情况及大小的变动程度,也直接影响啮合过程中齿轮副啮合性能。为了观察整个啮合过程中接触线长度的变化情况,定义接触线长度变化率为

$$\eta_L = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_m} \times 100\%, \quad (6)$$

式中: L_{\max} 为接触线长度最大值; L_{\min} 为接触线长度最小值; L_m 为平均接触线长度。代入 L_{\max} 、 L_{\min} 和 L_m 的计算公式,得到以下 η_L 的计算公式:

$$e_\alpha + e_\beta \leq 1 \text{ 时,}$$

$$\eta_L = \frac{e_1}{\epsilon_\alpha \epsilon_\beta}, \quad (7)$$

$e_\alpha + e_\beta > 1$ 时,

$$\eta_L = \frac{1 - e_2}{\epsilon_\alpha \epsilon_\beta}, \quad (8)$$

式中: $e_1 = \min(e_\alpha, e_\beta)$; $e_2 = \max(e_\alpha, e_\beta)$, e_α 和 e_β 为 ϵ_α 和 ϵ_β 的小数部分。

通过该公式计算得到各齿轮副在不同重合度下的接触线长度变化率,从图8可以看出其变化规律与啮合刚度变化规律相似。同时从公式(7)(8)可知接触线长度变化率与工况无关,仅受重合度的影响,验证了各工况下传动误差峰峰值和啮合刚度变化率随轴向重合度的增加,均呈波浪式递减趋势的规律。

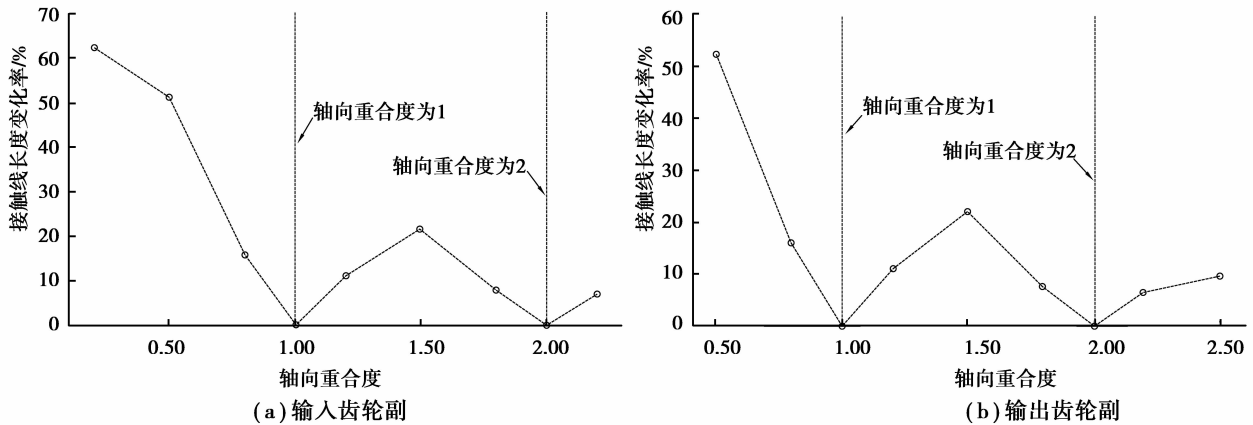


图8 不同重合度齿轮副的接触线长度变化率

Fig.8 The effect of different axial contact ratio to the changing ratio of the total length of contact lines

3.4 优化方案

通过上述计算分析,提出该款轮边减速器传动系统的优化方案:输入齿轮副,轴向重合度选择 2.001 5,即 30.2° 螺旋角;输出齿轮副,轴向重合度选择 2.002 7,即 24.8° 螺旋角。

表4是优化前后齿轮副传动误差峰峰值和啮合刚度变化率的变化情况。可以明显看出,优化后各齿轮副传动误差峰峰值和啮合刚度变化率得到明显降低。系统最大结构噪声位于输入齿轮副轴承部位,在最大转矩工况振动噪声较为严重,当转速处于 3 000~9 000 r/min 时,即输入齿轮副处于啮合频率 950~2 850 kHz,噪声较为明显。对比优化前后输入轴轴承在最大转矩工况下,转速处于 3 000~9 000 r/min 范围内的结构噪声变化情况(如图9所示),可以看出,竖直线对应的额定转速工况下,结构噪声值得到有效的降低,在其余转速工况下也均有所减小,达到了优化的目的。

表4 优化前后改变情况

Table 4 The comparison of results before and after optimization

工况	传动误差峰峰值/ μm		啮合刚度变化率/%		
	优化前	优化后	优化前	优化后	
输入齿轮副	最大转速	1.008 1	0.589 1	13.14 5	1.251
	额定工况	1.161 6	0.601 6	11.29 8	0.866
	最大转矩	2.887 4	0.725 3	10.37 7	0.054
输出齿轮副	最大转速	2.200 0	0.848 7	18.79 1	0.094
	额定工况	2.862 4	0.916 9	18.490	0.094
	最大转矩	8.742 1	1.540 4	18.79 1	0.094

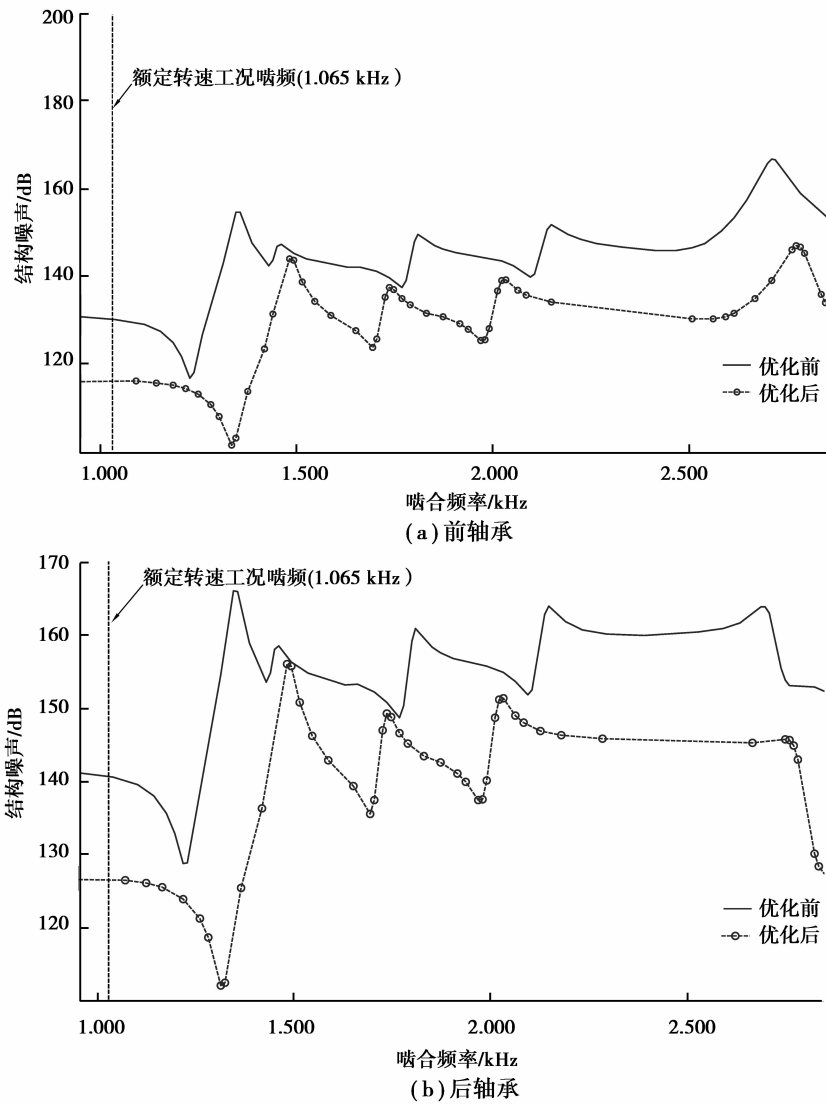


图 9 输入轴各轴承结构噪声图

Fig.9 The structural-born noise of bearings on the input shaft

同时各轴承在典型工况下,最大结构噪声在优化前后的变化情况如表 5 所示,可以看出,优化后轴承在各工况下的结构噪声最大值均有所减小。

表 5 优化前后各轴承最大结构噪声对比

Table 5 The comparison of the peak structural-born noise of bearings before and after optimization

工况	结构噪声最大值/dB		降噪值/dB	
	优化前	优化后		
输入轴 前轴承	最大转速	162.0	157.2	4.8
	额定工况	162.7	158.0	4.7
	最大转矩	172.3	168.7	3.6
输入轴 后轴承	最大转速	159.5	158.9	0.6
	额定工况	164.3	162.4	1.9
	最大转矩	176.3	171.9	4.4

续表 5

工况	结构噪声最大值/dB		降噪值/dB	
	优化前	优化后		
中间轴 前轴承	最大转速	155.9	150.6	5.3
	额定工况	157.0	151.0	6.0
	最大转矩	165.4	151.9	13.5
中间轴轴承	最大转速	157.9	153.9	4.0
	额定工况	159.0	153.9	5.1
	最大转矩	167.6	156.0	11.6
输出轴 前轴承	最大转速	147.7	147.0	0.7
	额定工况	148.7	146.8	1.9
	最大转矩	156.1	146.6	9.5
输出轴 后轴承	最大转速	142.4	133.1	9.3
	额定工况	143.1	133.2	9.9
	最大转矩	150.8	133.5	17.3

齿轮副动态性能得到优化的同时,还必须考虑螺旋角变化对系统安全性的影响,图 10 为各轴承在最大转矩工况下安全系数(ISO 76:2006)的变化情况,可以看出优化后,轴承的安全系数(ISO 76:2006)稍有降低,但都在允许的范围内。

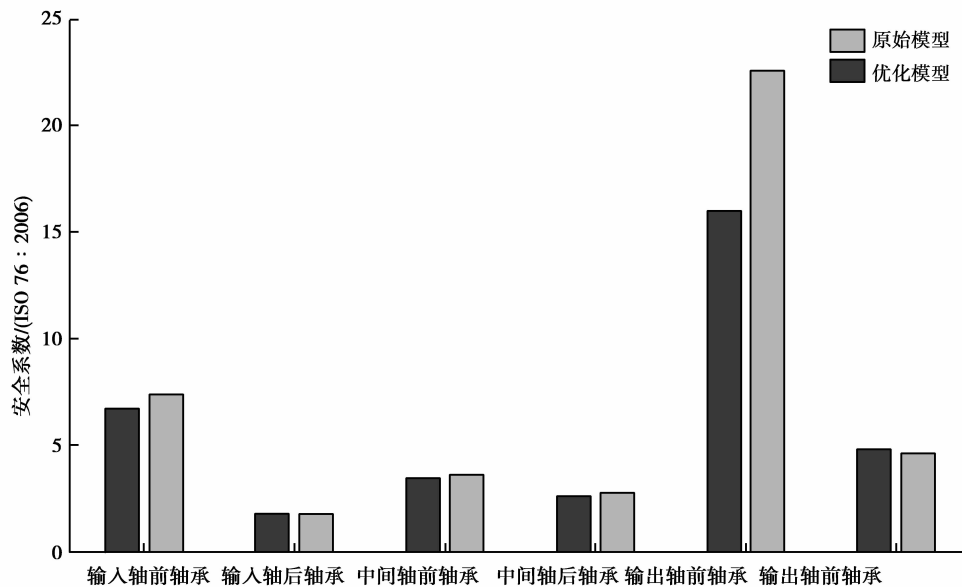


图 10 优化前后轴承最大转矩工况的安全系数

Fig.10 The safety factor of bearings at the peak load case

4 结 论

笔者以某电动车高速轮边减速器为研究对象,建立减速器齿轮传动系统的动态啮合分析模型,以轴向重合度为优化变量对系统动态特性进行优化研究,得到主要结论如下:

1) 轮边减速器输出级齿轮副在各工况的传动误差峰峰值均大于 $2 \mu\text{m}$,系统主要结构噪声位于高速级输入轴轴承处。

2) 与轴向重合度为非整数设计工况相比,当齿轮副的轴向重合度接近整数时,齿轮副的传动误差峰峰

值、啮合刚度变化率得到明显的改善,轴承处的结构噪声均得到降低。

3) 提出轮边减速器传动系统的优化方案(输入齿轮副轴向重合度选择 2.001 5,输出齿轮副轴向重合度选择 2.002 7),优化前后各齿轮副在各工况下的传动误差峰峰值平均减少 3.273 2 μm ,啮合刚度变化率平均降低 96.74%。

参考文献:

- [1] 方源,章桐,于蓬,等.集中驱动式电动车噪声特性分析与试验研究[J].振动与冲击,2015,13(34):89-94.
FANG Yuan, ZHANG Tong, YU Peng, et al. Acoustic characteristic analysis and tests for a centralized driving electric vehicle[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 13(34): 89-94. (in Chinese)
- [2] 曹秉刚.中国电动汽车技术新进展[J].西安交通大学学报,2007,41(1):114-118.
Cao Binggang. Current progress of electric vehicle development in China[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(1): 114-118. (in Chinese)
- [3] Li Z X, Sui N, Wang G. Experimental study on vibration and noise of pure electric vehicle (PEV) drive system[C]// International Conference on Electric Information and Control Engineering. IEEE, 2011: 5914-5917.
- [4] Hedlund J, Lehtovaara A. A parameterized numerical model for the evaluation of gear mesh stiffness variation of a helical gear pair[J]. Drive System Technique, 2008, 222(7): 1321-1327.
- [5] Liu L, Ding Y F, Wu L Y, et al. Effects of contact ratios on mesh stiffness of helical gears for lower noise design[C]// International Gear Conference 2014: 26th-28th August 2014, Lyon. 2014: 320-329.
- [6] 朱才朝,陈爽,马飞,等.轮齿修形对兆瓦级风电齿轮箱动态特性影响[J].振动与冲击,2013,32(7):123-128.
ZHU Caichao, CHEN Shuang, MA Fei, et al. Effect of gear teeth modification on dynamic characteristics of a megawatt level wind turbine gearbox[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(7): 123-128. (in Chinese)
- [7] 郭栋,邓斌,石晓辉,等.国产轿车变速器啸叫噪声源的识别与控制[J].中国机械工程,2011,22(18):2264-2267.
GUO Dong, DENG Bin, SHI Xiaohui, et al. Transmission coupled nonlinear dynamic characteristics analysis and noise pre-estimation of a large burden marine gearbox[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(18): 2264-2267. (in Chinese)
- [8] 陆波,朱才朝,宋朝省,等.大功率船用齿轮箱耦合非线性动态特性分析及噪声预估[J].振动与冲击,2009,28(4):76-80.
LU Bo, ZHU Caichao, SONG Chaosheng, et al. Identification and reduction of gear whine noise of domestic [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(4): 76-80. (in Chinese)
- [9] 王奇斌,张义民.齿向修形直齿轮系统动力学特性分析[J].振动工程学报,2016,29(1):61-68.
WANG Qibin, ZHANG Yimin. Dynamic characteristics analysis of a spur gear system with the lead crown relief[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(1): 61-68. (in Chinese)
- [10] 杜雪松,朱才朝,宁杰.船用齿轮传动的动态优化设计[J].重庆大学学报,2011,34(5):14-18.
DU Xuesong, ZHU Caichao, NING Jie. Dynamic optimization design of marine gear transmission system[J]. Journal of Chongqing University, 2011, 34(5): 14-18. (in Chinese)
- [11] 林腾蛟,宋建军,孟令宽,等.风电增速齿轮箱动力学性能优化方法[J].重庆大学学报,2016,39(4):16-23.
LIN Tengjiao, SONG Jianjun, MENG Lingkuan, et al. A dynamic behavior optimization method of wind power speed-increase gearbox[J]. Journal of Chongqing University, 2016, 39(4): 16-23. (in Chinese)
- [12] Fernández A, Iglesias M, De-Juan A, et al. Gear transmission dynamic: effects of tooth profile deviations and support flexibility[J]. Applied Acoustics, 2014, 77(3): 138-149.
- [13] Velex P, Chapron M, Fakhfakh H, et al. On transmission errors and profile modifications minimising dynamic tooth loads in multi-mesh gears[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 379: 28-52.
- [14] Kang J S, Choi Y S. Optimization of helix angle for helical gear system[J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2008, 22(12):2393-2402.
- [15] Kim H K, Jeon J Y, Park J Y, et al. Noise reduction of a high-speed printing system using optimized gears based on Taguchi's method[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24(12): 2383-2393.
- [16] Bruyère J, Gu X, Velex P. On the analytical definition of profile modifications minimising transmission error variations in narrow-faced spur helical gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 92: 257-272.