

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2018.05.009

高精度数字梯度敏感法测量 PMMA 板的转角场

陈德灯,张蕊,郭然

(昆明理工大学 建筑工程学院,昆明 650504)

摘要:用数字梯度敏感法(DGS)测量聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)板的应力梯度(偏转角)。首先,利用数字图像相关方法(DIC)测量了 PMMA 板在三点弯曲作用下应力集中区域的全场位移,再根据光弹效应建立 PMMA 板的应力梯度与光线穿过透明件后的偏转角之间的关系,得到 PMMA 板的转角场。将直接测得的转角场与解析值进行对比,发现存在误差。这是由于试验中不可避免地存在面内刚体平移及离面位移,导致试验中得到的转角场产生误差。通过补偿区域法消除上述影响因素,并讨论了面内刚体平移和离面位移对试验的影响。最后,与解析值对比,结果表明,通过补偿区域法降低了测量误差,得到高精度的转角场。 x 和 y 方向转角场的平均相对误差分别为 4.90%和 5.89%。

关键词:数字梯度敏感法;PMMA;应力集中;偏转角;补偿区域法

中图分类号:O348.1;O346 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-582X(2018)05-068-08

Measuring angular deflections of PMMA by high-precision digital gradient sensing method

CHEN Dedeng, ZHANG Rui, GUO Ran

(Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650504, P.R.China)

Abstract: Stress gradient (angle deflection) of polymethyl methacrylate (PMMA) plate is measured by digital gradient sensing method (DGS). DGS first uses the digital image correlation method (DIC) to measure the full field displacements in the region of stress concentration of PMMA plate under the three-point bending. Then, angular deflection of light rays can be linked to stress gradients of PMMA plate according to the photo-elastic effect, and the angular deflections of PMMA plate can be further obtained. The angle deflections that are measured directly are compared with the analysis data, and errors are found. Because the in-plane motion of the rigid body and the out-of-plane motion exist unavoidably in the test, so the error of the angle deflections appears. After removing the above influencing factors by compensation regional method, we discuss the influence of the in-plane motion of the rigid body and the out-of-plane motion on the test. Finally compared with the analytic value, the results show that the compensation regional method reduces the measurement error, and the high-precision angular deflections

收稿日期:2017-12-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11402103,11572142)。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11402103,11572142).

作者简介:陈德灯(1991—),男,硕士研究生,主要从事试验力学及其应用方面的研究,(E-mail) CDD_lixue@163.com。

张蕊(联系人),女,博士,副教授,主要从事光测力学、计算固体力学方面的研究,(E-mail) zrui0310@163.com。

are obtained. The average relative error of angular deflections in the x and y directions are 4.90% and 5.89%, respectively.

Keywords: DGS; PMMA; stress concentration; angle deflection; compensation regional method

随着工业技术的发展,越来越多的工业领域需要透明材料(PMMA),特别是在汽车、航空航天、航海、兵器、化工、土木、交通等行业中,透明材料的应用非常普遍。例如,在汽车前挡风玻璃的应用中,透明件在遇到高速撞击时,不仅承受一定载荷撞击的力,而且,破坏后不会形成玻璃碎片飞溅到人体造成伤害。在很多行业中,透明材料的实际应用还直接关系到人身安全问题,比如,高层建筑外墙透明玻璃、旅游景区中玻璃栈道,还有坦克驾驶员的视野窗等。特别是在实际工程应用的构件受到集中载荷作用而产生应力集中现象,危害更大,给构件造成一定的损伤,缩减材料寿命,甚至对安全生产、生活构成了一定的威胁。因此,在应力集中区域,研究其变形、应力和应变对于这些材料的可靠性研究、产品设计以及其寿命估算都有着极其重要的意义。转角场能反映应力集中区域应力场的强弱,能直观判断应力集中具体位置。为了更好地开发和利用透明材料的性能优势,近年来,许多学者对此进行了大量的研究,得到了很多研究成果。

数字梯度敏感法(DGS, digital gradient sensing method)^[1]是一种基于物体表面散斑图像灰度分析,获得物体运动和变形信息的新型光测方法。DGS最早是由 Periasamy 和 Tippur^[2]在 2012 年提出来。DGS 首先用数字图像相关方法(DIC, digital image correlation method)测量透明件的全场位移,再利用光弹原理建立透明材料的应力梯度与透明件光线偏转角之间的关系得到透明材料的转角场。近年来,非接触 DIC 经历了显著的技术改进^[3-5]和大量的工程应用^[6-9]。俞立平等^[10]提出了一种基于智能手机成像和参考试样补偿法的高精度二维 DIC,利用参考试样补偿法来消除面内刚体平移和离面位移等不利影响因素引起的位移测量误差,并利用面内刚体平移、离面平移和离面转动的试验验证了该参考试样补偿法的有效性。潘兵^[11]等详细分析了相机自热、离面位移和镜头畸变对二维 DIC 位移和应变测量结果的影响。通过试验研究了 3 种典型的成像镜头(标准成像镜头、物方远心成像镜头和双远心成像镜头)对以上不利因素的抗干扰能力。试验显示使用高质量的双远心镜头不仅对被测物体的离面位移和相机自热不敏感,而且镜头畸变也小到可以忽略不计。由于 DGS 是以 DIC 为基础的一种光学测量方法,所以,在运用 DIC 测量中不可避免地产生的面内刚体平移和离面位移所引起的影响,导致 DGS 测量的转角场产生误差。张蕊^[12-13]基于二维 DIC 测量光线的角度偏移,发现由于面内刚体平移和离面位移引起了测量误差。面内刚体平移与离面位移是不可避免的影响因素,用通用的方法来消除聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)板在加载点应力集中附近和裂纹尖端的应力梯度误差,计算了裂纹尖端的应力强度因子。通过试验法和有限元法的比较表明,这种消除误差的方法是有效的,但是没有给出量化结果。

文中对 PMMA 板进行三点弯曲试验,利用 DGS 原理得到在 PMMA 板在集中载荷作用下应力集中附近的转角场。将直接测量得到的转角场与解析值比较,发现试验结果存在一定的误差。这是由于试验过程中不可避免地存在面内刚体平移和离面位移等不利影响因素,导致转角场试验测量值产生误差。为了消除试验测量过程中引起的误差,运用补偿区域法^[10]对上述不利影响因素进行消除,并且给出了量化结果。然后,将经过补偿区域法后的转角场与解析值进行对比。结果表明,面内刚体平移和离面位移的影响因素造成的试验误差不可忽略,补偿区域法成功地消除了由试验过程中面内刚体平移和离面位移引起的误差。

1 试验测量的基本原理

1.1 试验装置

DGS 的试验示意如图 1 所示,它由 1 个散斑靶平面、1 个待测透明试件以及 1 个摄像机组成。靶平面表面的制作是在白色光滑平板上喷一层黑色油漆随机斑点。待测透明试件放在散斑靶平面的前面,设计两者平行相距为 Δ 。在待测试件前方与其相距 L ($\gg \Delta$) 的地方放置一长焦距摄像机,摄像机镜头平面、散斑靶平面和待测透明件三者必须两两相互平行。为使摄像机得到清晰的照片,在散斑靶平面前通过冷光源给予充足均匀的光线。试验中放置的待测透明件受力状态如图 2 所示。

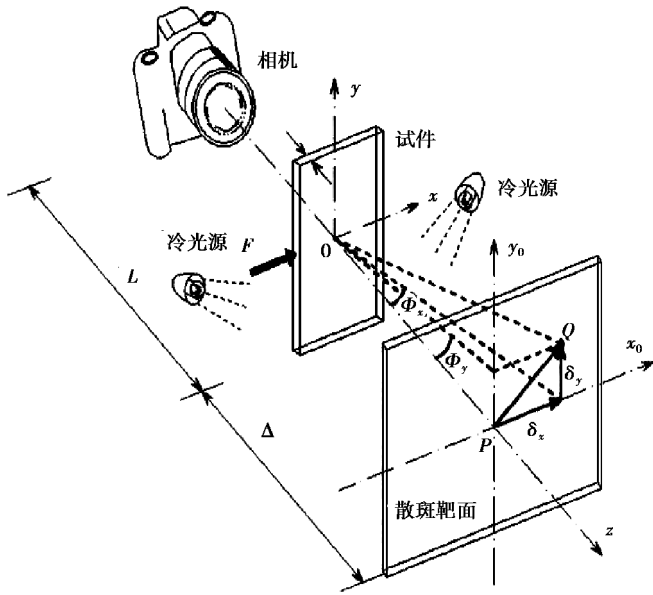


图1 数字梯度敏感法试验

Fig.1 Test of digital gradient sensing method

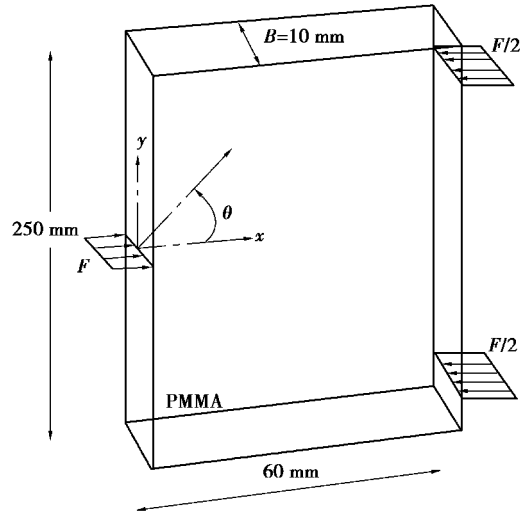


图2 样本三点弯曲试验模型

Fig.2 model of Sample three point bending experimental

1.2 高精度转角场测量的基本原理

文中用 DGS 测量 PMMA 板在三点弯曲试验下应力集中附近的转角场。将未加载试验样本时拍摄得到的图像作为后续处理试验数据的参考图像,经过加载后拍摄得到的图像作为变形图像。透明板的折射率为 n ,厚度为 $B=10\text{ mm}$,如图 1 所示,在透明板的边缘施加线性集中力后,由于应力集中使得透明板的折射率发生变化,导致光线产生微小偏转。根据文献[14-15]推导了偏转角和位移的关系,得到了光-力学控制方程。也就是由光弹方程和平面应力条件推导出偏转角和应力梯度的关系方程。如图 2 所示,以加载点作为原点,建立透明件的直角坐标系。透明件在直角坐标系内任意一点 $Q(x, y)$,发生变形后由于光线发生偏转, Q 对应的坐标变为 $(x+\delta_x, y+\delta_y)$, δ_x 和 δ_y 分别表示 x 和 y 方向上的位移。所以,数字梯度敏感方法在转角场控制方程为

$$\varphi_x = \frac{\delta_x}{\Delta} = C_\sigma B \frac{\partial(\sigma_x + \sigma_y)}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\varphi_y = \frac{\delta_y}{\Delta} = C_\sigma B \frac{\partial(\sigma_x + \sigma_y)}{\partial y}. \quad (2)$$

根据文献[16],同样以加载点为原点,直角坐标系转化为极坐标系的的关系为

$$r_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}, \quad (3)$$

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}\right). \quad (4)$$

根据文献[15]的推导关系,试验样本 x 和 y 方向上的转角场 φ_x 和 φ_y 的解析值为

$$\varphi_x = C_\sigma B \frac{2F \cos(2\theta)}{\pi B r^2}, \quad (5)$$

$$\varphi_y = C_\sigma B \frac{2F \sin(2\theta)}{\pi B r^2}. \quad (6)$$

式中: $C_\sigma = -1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ 为试验样本的光弹常数; $B=10\text{ mm}$ 为样本厚度; F 为载荷; r 和 θ 为极坐标系下的坐标。

通过拍摄透过加载前后透明板的目标板上的散斑图片,可以获得参考图像与变形后的图像,用 Vic-2D (Version 4.2)对图像进行处理得到各个点的位移和坐标。随后由式(1)~式(2)可以计算获得全场偏转角试验值 φ_x 和 φ_y 。已知透明板和目标板之间的距离 Δ ,可以利用 $\varphi_x = \delta_x/\Delta$ 和 $\varphi_y = \delta_y/\Delta$ 算出全场偏转角试验

值 φ_x 和 φ_y 。利用式(5)~式(6)可以计算 φ_x 和 φ_y 的解析值。

二维 DIC 作为一种非接触测量全场变形的光学测量方法,在工程问题上有着普遍的应用。由于 DIC 假设物体只发生面内位移,而试验的加载过程中往往存在不可避免的面内刚体平移和离面位移引起面内位移的测量误差,进而导致转角场的计算误差。针对这一问题,图 3 所示运用补偿区域法^[12]对试验测量得到的转角场进行分析探究,以消除不可避免的面内刚体平移和离面位移引起面内位移的测量误差。如图 3 所示,选择远离载荷的区域为补偿区域(ROC, region of compensation),加载点附近区域为感兴趣区域(ROI, region of interesting)。

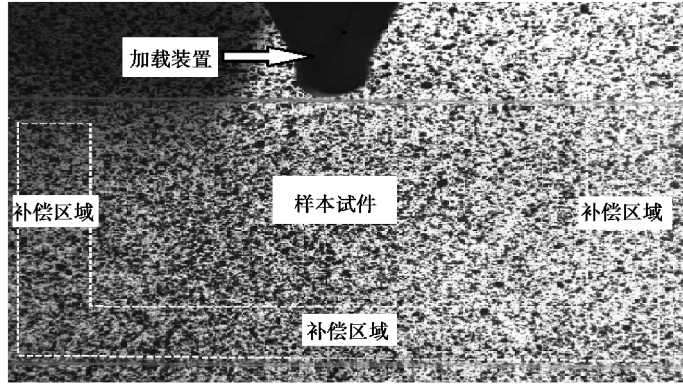


图 3 试验误差补偿方法示意图

Fig.3 Sketch the experiment error compensation method

理论上,远离加载点区域(也就是补偿区域)的真实偏转角为零,但是,补偿区域在实际试验的加载过程中确实产生了微小偏转角,这些微小偏转角就是由于面内刚体平移和离面位移等不利因素引起的在补偿区域中的测量误差。因此,可以认为通过 DIC 测量得到的在补偿区域内的位移都是由面内刚体平移和离面位移引起的测量误差。补偿区域和感兴趣区域在同一平面内,2 个区域内各点的转角场测量误差都可以用式(7)~式(8)表示^[12]。

$$\varphi_{xck} = a_0 + a_1 x_{ck} + a_2 y_{ck} + a_3 x_{ck}^2 + a_4 x_{ck} y_{ck} + a_5 x_{ck} y_{ck}^2, \quad (7)$$

$$\varphi_{yck} = b_0 + b_1 x_{ck} + b_2 y_{ck} + b_3 x_{ck} y_{ck} + b_4 y_{ck}^2 + b_5 y_{ck}^3. \quad (8)$$

这里 φ_{xck} 和 φ_{yck} 的理论值为零,实际试验过程中,由于面内刚体平移和离面位移的确产生了微小偏转角,这就是转角测量误差。这个微小偏转角可以由 $\varphi_{xck} = \delta_{xck} / \Delta$ 和 $\varphi_{yck} = \delta_{yck} / \Delta$ 得到, δ_{xck} 和 δ_{yck} 为补偿区域产生的 x 和 y 方向上的位移测量值,可以直接由 DIC 测量得到。 a_0 和 b_0 由面内刚体平移除以 L 得到。 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ 是离面转动和面内转动除以 Δ 得到的常数, k 表示第 k 个点。但是,面内刚体平移和离面位移并不知道,因此,这些系数都是未知系数。根据补偿区域法,由 ROC 内所有计算点的偏转角和坐标可知,式(7)~式(8)的待求系数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ 都可以通过最小二乘法^[17]确定。然后,把得到的系数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$, 以及 ROI 内各计算点的坐标值代入式(7)~式(8)便可计算出 ROI 内各点由不利因素引起的转角场测量误差。最后,从 ROI 内的试验转角场测量值 φ_x 和 φ_y 中减去 ROI 内相应的转角场测量误差 φ_{xck} 和 φ_{yck} , 即可获得校正后 ROI 内的转角场 φ'_{xk} 和 φ'_{yk} 。

这些未知系数可以由线性最小二乘法拟合,对于 n 个计算点的补偿区域($n > 12$),式(7)~式(8)用矩阵形式有

$$\mathbf{h} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{d}, \quad (9)$$

这里的 \mathbf{h} 向量矩阵参数为

$$\mathbf{h} = (a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5)^T, \quad (10)$$

\mathbf{X} 和 \mathbf{d} 表示为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & x_1 y_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & x_n y_n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 & y_1^2 & y_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_n & y_n & x_n y_n & y_n^2 & y_n^3 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$d = [\varphi_{x1} \quad \cdots \quad \varphi_{xn} \varphi_{y1} \quad \cdots \quad \varphi_{yn}]. \quad (12)$$

通过直接在感兴趣区域内测量得到的转角场 φ_{xk} 和 φ_{yk} , 减去感兴趣区域内由面内刚体平移和离面位移所引起的偏转角场 φ_{xck} 和 φ_{yck} , 得到修正后感兴趣区域转角场为

$$\varphi'_{xk} = \varphi_{xk} - a_0 - a_1 x_{ck} - a_2 y_{ck} - a_3 x_{ck}^2 - a_4 x_{ck} y_{ck} - a_5 x_{ck} y_{ck}^2, \quad (13)$$

$$\varphi'_{yk} = \varphi_{yk} - b_0 - b_1 x_{ck} - b_2 y_{ck} - b_3 x_{ck} y_{ck} - b_4 y_{ck}^2 - b_5 y_{ck}^3. \quad (14)$$

2 试验过程

DGS 测试平台及试验装置如图 4 所示, 加载装置型号为 DDL10 电子万能试验机。试验前需要准备试验试件 PMMA 材料, 材料尺寸为 250 mm × 60 mm × 10 mm, 材料的杨氏弹性模量为 $E = 2.8 \times 10^6$ MPa, 泊松比为 $\mu = 3.5$ 。试验中设计的跨距 $S = 200$ mm, 载荷加载在试件的中间对称位置。散斑靶平面离试件距离为 $\Delta = 35$ mm。调整镜头焦距, 设计待测试件与镜头相距 $L = 1$ m ($\gg \Delta$) 符合要求, 摄像机、试件和散斑靶平面都相互平行且中心在同一高度即可开始试验。

先加载 1 个小的载荷接触试件, 然后, 拍此照片作为后续数据处理时的参考图片。试验加载速度为 0.5 mm/min, 每加载间隔 100 N 采集 1 幅图片。试验所用 CCD 相机分辨率为 $2\,592 \times 1\,944$ pixels, 图像中 1 mm 长度对应于 20 pixel, 计算中选取子区域为 29×29 pixel, 步长为 5 pixel。

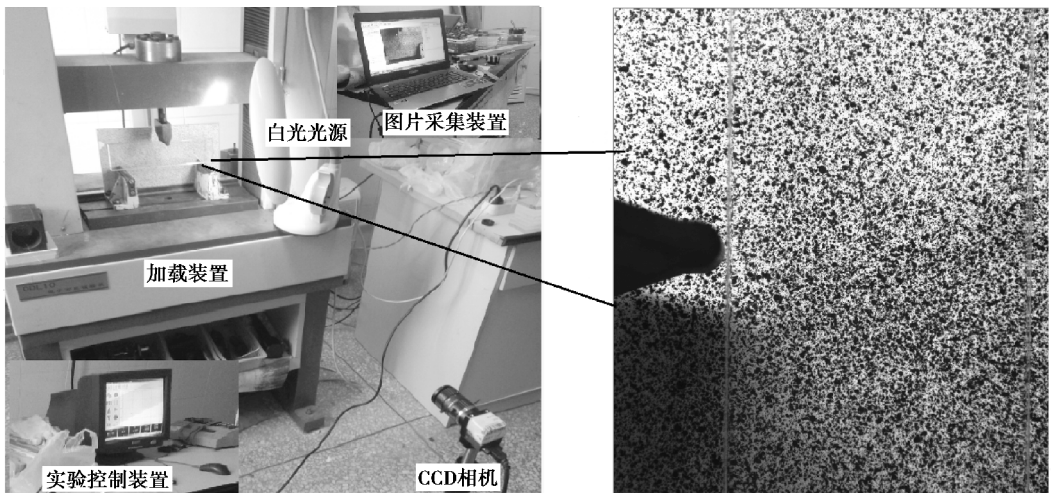


图 4 数字梯度敏感方法测试平台及试验装置

Fig.4 Sensitive digital gradient methods test platform and test apparatus

3 试验数据处理及结果

将试验得到的图片用 Vic-2D (Version 4.2) 进行处理, 得到试验加载过程中的位移和各个计算点的坐标。试验数据用 MATLAB 对式(1)~式(2)进行编程处理, 可以得到在不同载荷作用下试件的转角场试验值。直接将式(5)~式(6)得到的解析值和试验值比较, 100 N 时试验值和解析值比较如图 5 所示, 上部分图形为 Y 方向, 下部分图形为 X 方向。

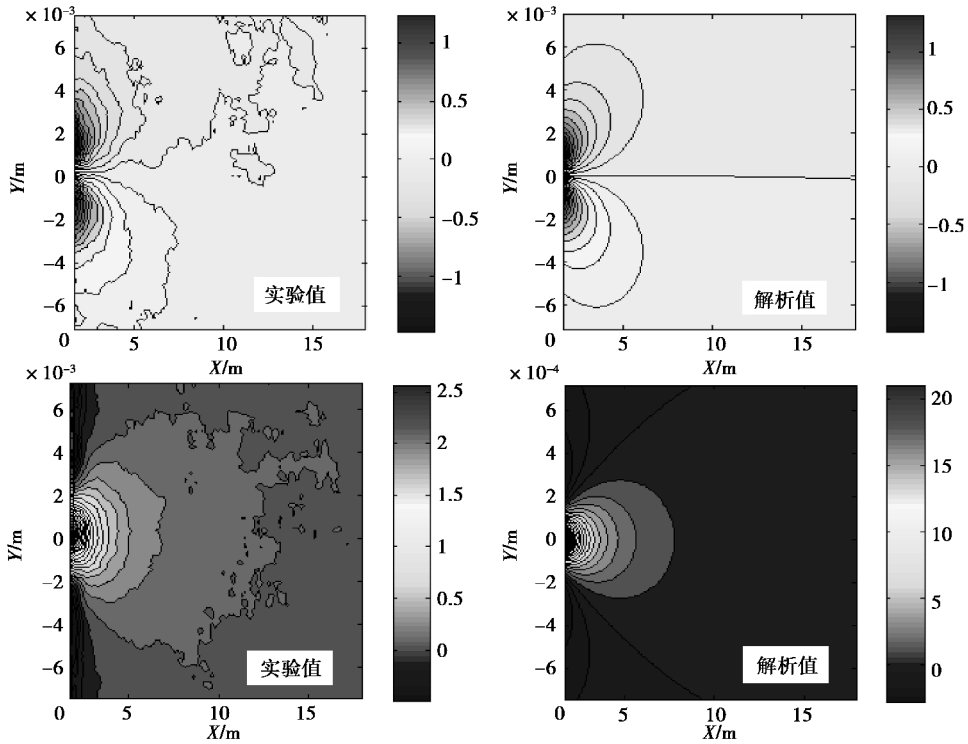


图 5 100 N 时试验值(左)与解析值(右)

Fig.5 Experimental value (left) and analytical value (right) when 100 N

由图 5 所示 100 N 时的试验值和解析值进行对比可知,试验中不可避免地发生面内刚体平移和离面位移的影响,使试验值产生了误差。为了消除上述误差对测量转角场的影响,采用补偿区域法消除误差。图 3 显示了补偿区域法的原理,加载点附近区域有应力梯度(偏转角)作为感兴趣区域,由于远离加载点的区域应力梯度(偏转角)理论上为零,实际上由于不可避免地存在面内刚体平移和离面位移的影响已经产生了偏转角,因此,图中圈出远离装载点区域用于补偿消除测量误差。

考虑到面内刚体平移和离面位移影响因素,根据式(13)~式(14)进行数据处理,得到补偿区域法前后的试验值和解析值对比,如图 6 所示,上部分图形为 Y 方向,下部分图形为 X 方向。

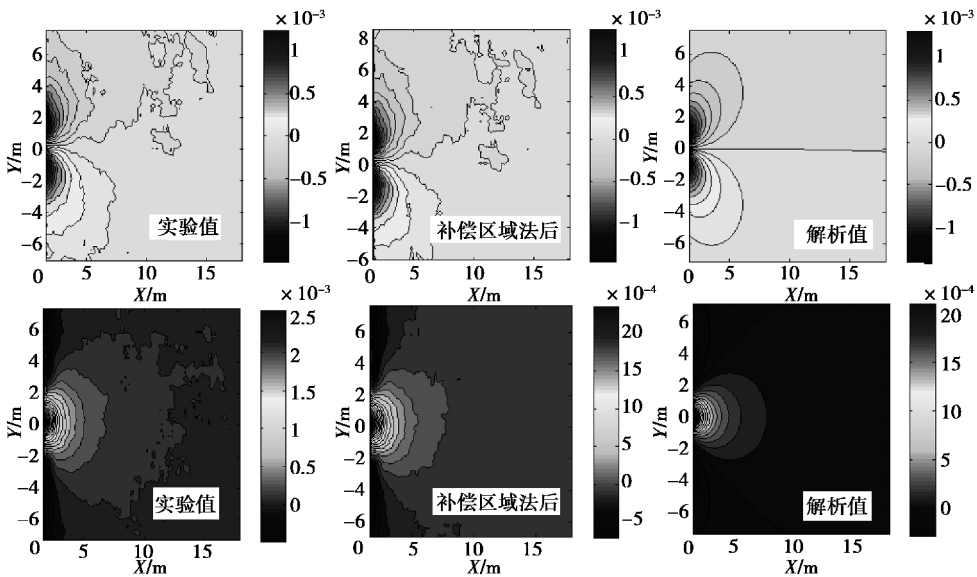


图 6 100 N 时试验值(左)和补偿区域法后(中)与解析值(右)比较

Fig.6 Comparison with experimental value (left) and after compensation area method (middle) by analytical values (right) when 100 N

图6所示为100 N时的试验值使用补偿区域法前后的转角场和解析值进行比较,发现运用补偿区域法消除测量误差后的转角场与解析值更加接近。为了更直观反映补偿区域法前后的转角场具体的误差,补偿区域法前后和解析值的误差对比,如表1所示。

表1 补偿区域法前后的误差比较

Table 2 Error comparison before and after compensation area method

| 载荷/N | φ_x /rad | | φ_y /rad | | 相对误差(前/后)/% | | | |
|------|------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|------------------|------|------------------|------|
| | (补偿法前/后的平均误差) | | (补偿法前/后的平均误差) | | φ_x /rad | | φ_y /rad | |
| 100 | 0.00007945 | 0.00004477 | 0.00004080 | 0.000016689 | 12.34 | 5.38 | 10.05 | 6.33 |
| 200 | 0.000 714 80 | 0.000 045 77 | 0.000 062 78 | 0.000 031 922 | 11.72 | 6.28 | 13.78 | 7.27 |
| 300 | 0.000 900 14 | 0.000 066 95 | 0.000 076 14 | 0.000 046 931 | 12.53 | 4.59 | 8.77 | 3.22 |
| 400 | 0.000 985 90 | 0.000 102 19 | 0.000 127 83 | 0.000 062 008 | 15.69 | 4.26 | 8.98 | 5.98 |
| 500 | 0.000 866 49 | 0.000 106 02 | 0.000 139 10 | 0.000 076 112 | 10.86 | 4.00 | 8.45 | 6.66 |
| 平均误差 | 0.000 709 33 | $7.314 12 \times 10^{-5}$ | 0.000 089 311 | $4.673 24 \times 10^{-5}$ | 12.62 | 4.90 | 10.01 | 5.89 |

从表1可以看出,通过使用补偿区域法对试验数据进行处理,得到的转角场试验值的误差明显下降了,说明运用补偿区域法消除试验中不可避免的面内刚体位移和离面位移不利影响因素所造成的试验测量误差是有效的。

4 结 语

在工程应用中,面内刚体平移和离面位移等不利影响因素造成的测量误差通常是不可避免的。这些不可避免的位移测量值将被看成是虚拟变形。但是,如果这些位移比较大,实际产生的位移或者偏转角就会被干扰。面内刚体平移和离面位移在感兴趣区域引起的偏转角场误差从理论上研究,可以使用补偿区域法实现消除测量误差。文中运用DGS测量了PMMA板的转角场,通过补偿区域法得到 x 和 y 方向上高精度的转角场为 φ_x 和 φ_y 。从表1可知 φ_x 和 φ_y 的平均相对误差分别为4.90%和5.89%,表明此方法是有效的。

参考文献:

- [1] 李轩. 数字梯度敏感法的改进与应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2015.
LI Xuan. Improvement and application of digital gradient sensitive method[D]. Dalian: Dalian university of technology, 2015. (in Chinese)
- [2] Periasamy C, Tippur H V. A full-field digital gradient sensing method for evaluating stress gradients in transparent solids[J]. Applied Optics, 2012, 51(12):2088-2097.
- [3] Zhang R, Guo R, Cheng H M. Numerical-experimental hybrid method for stress separation in digital gradient sensing method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 66(3):122-127.
- [4] Zhang R, Guo R, Cheng H M. Combing DGS and Finite-element for stress analysis using inverse boundary[J]. Applied Optics, 2014, 53(35): 8350-8357.
- [5] Periasamy C, Tippur H V. Nondestructive evaluation of transparent sheets using a full-field digital gradient sensor[J]. NDT & E International, 2013(54):103-106.
- [6] Periasamy C, Tippur H V. Measurement of orthogonal stress gradients due to impact load on a transparent sheet using digital gradient sensing method[J]. Experimental Mechanics, 2013, 53(1):97-111.
- [7] Zhang R, Guo R, Wang S Y. Mixed mode fracture study of PMMA using digital gradient sensing method[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 119(3):164-172.

- [8] Periasamy C, Tippur H V. A full-field reflection-mode digital gradient sensing method for measuring orthogonal slopes and curvatures of thin structures[J]. *Measurement Science & Technology*, 2013, 24:9.
- [9] 俞海,郭荣鑫,夏海廷,等.数字梯度敏感法在静态断裂力学实验中的应用[J].*激光技术*,2014(5):627-631.
YU Hai, GUO Rongxin, XIA Haiting, et al. Digital gradient sensitive method in the application of static fracture mechanics experiment[J]. *Laser technology*, 2014(5) : 627-631. (in Chinese)
- [10] 俞立平.基于智能手机相机和参考试样补偿法的高精度二维数字图像相关测量[C]//北京力学学会.北京力学学会第20届学术年会论文集.北京:北京力学学会,2014:2.
YU Liping. High-precision two-dimensional digital image correlation measurement based on smart phone camera and reference sample compensation method[C]//Beijing modality. Beijing modality 20th annual academic essays . Beijing: Beijing modality, 2014:2. (in Chinese)
- [11] 潘兵,俞立平,吴大方.使用双远心镜头的高精度二维数字图像相关测量系统[J].*光学学报*,2013(4):105-115.
PAN Bing, YU Liping, WU Dafang. Use double telecentric lens of high precision two-dimensional digital image correlation measurement system[J]. *Journal of optics*, 2013(4) : 105-115. (in Chinese)
- [12] Zhang R. Evaluating angular deflections from digital gradient sensing method with rigid-motion deleted[J]. *Measurement Science & Technology* , 2016 , 27 (6) :065-202.
- [13] Zhang R, Guo R, Cheng H M. A generalized DGS method for studying the deformation field around a crack tip[J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2016, 79:1-8.
- [14] Periasamy C, Tippur H V. Measurement of crack-tip and punch-tip transient deformations and stress intensity factors using Digital Gradient Sensing technique[J]. *EngngFract Mech*,2012(98): 185-199.
- [15] Yuan Y A, Hao W F, Ma Y J. Stress field at V-notch tip in polymer materials using digital gradient sensing[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2016(23):350-356.
- [16] 郝文峰,原亚南,马寅信.数字梯度敏感方法及其在航空透明件断裂力学中的应用[J].*实验力学*,2015(5):607-612.
HAO Wenfeng, YUAN Yanan, MA Yinxi. Sensitive digital gradient method and its application in aviation transparent pieces of fracture mechanics[J]. *Journal of experimental mechanics*, 2015(5) : 607-612. (in Chinese)
- [17] 贾有权,杜家吉.光弹性确定应力强度因子的加权最小二乘法[J].*固体力学学报*,1983(3):390-399.
JIA Youquan, DU Jiayi. Photoelastic determine the stress intensity factor of the weighted least-square method[J]. *Journal of solid mechanics*, 1983(3) : 390-399. (in Chinese)

(编辑 陈移峰)