

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2018.09.009

基于遗忘机制的 ISWI 积极思想传播模型

冉茂洁, 张光建, 黄贤英, 刘超, 刘小洋

(重庆理工大学 计算机科学与工程学院, 重庆 400054)

摘要:针对现阶段对积极思想传播的研究较少运用动力学模型进行分析的问题,提出了一种基于遗忘机制的积极思想传播 ISWI 模型。利用 Hurwitz 判据、Lyapunov 稳定性定理和 LaSalle 不变性原理,分析并证明了思想传播平衡点的局部稳定性和全局稳定性,并得出了传播阈值与思想传播的影响因子遗忘率和接触率之间的关系。仿真结果表明:遗忘率降低时,思想传播的范围会扩大;接触率提高时,传播范围也会扩大。遗忘率与传播范围呈负相关,接触率与之呈正相关。

关键词:数学模型;全局稳定性;传播阈值;思想传播;遗忘机制

中图分类号:TP391

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2018)09-077-09

The ISWI positive ideology propagation model with forgetting mechanism

RAN Maojie, ZHANG Guangjian, HUANG Xianying, LIU Chao, LIU Xiaoyang

(School of Computer Science and Engineering, Chongqing University of Technology,
Chongqing 400054, P.R.China)

Abstract: In view of the fact that the study of the positive ideology propagation rarely takes into account of the dynamic model, we built the positive ideology propagation model based on forgetting mechanism. By using the Hurwitz criterion, Lyapunov stability theorem and LaSalle invariance principle, the local stability and global stability of the equilibrium points of ideology propagation were analyzed. The relationship between the propagation threshold and forgetting /contact rate of influence factors of ideology propagation was obtained. The simulation results show that the range of ideology propagation will be expanded when the rate of forgetting reduces or the contact rate increases. That is to say, the spread range is negatively correlated with the forgetting rate and positively correlated with the contact rate, respectively.

收稿日期:2018-04-25

基金项目:教育部人文社科研究思想政治专项资助项目(16JDSZ2019);教育部人文社科青年项目(16YJC860010);国家自然科学基金青年项目(61503052);重庆市教委人文社科一般项目(17SKG151,17SKG144);重庆市社会科学规划青年项目(2016QNCB28);国家社科基金项目(17XXW004);重庆市社会科学规划博士项目(2015BS059);重庆市教育科学规划资助项目(2016-GX-131)。

Supported by Ideological and Political Special Fund of Humanities and Social Sciences of the Ministry of Education of China (16JDSZ2019), Young Fund of Humanities and Social Sciences of the Ministry of Education of China (16YJC860010), Young Fund of National Natural Science Foundation of China (61503052), General Fund of Humanities and Social Sciences of the Chongqing Municipal Education Committee of China (17SKG151,17SKG144), Young Fund of Humanities and Social Sciences of the Chongqing City of China (2016QNCB28), National Social Science Fund of China (17XXW004), Doctoral Fund of Humanities and Social Sciences of the Chongqing City of China (2015BS059), Planning Fund of the Chongqing Education Science of China (2016-GX-131).

作者简介:冉茂洁(1993—),女,硕士研究生,主要研究方向为网络传播。

张光建(联系人),男,副教授,博士,主要从事网络安全与网络传播研究,(E-mail) zhang_guang_jian@163.com。

Keywords: mathematical model; global stability; propagation threshold; ideology propagation; forgetting mechanism

随着互联网的高速发展,思想传播的方式也面临改变。许多学者对新媒体等互联网传播工具关于思想传播的影响进行了研究,通过提高人群媒介素养和促进媒体行业自律等多种方法加快思想传播。采用传播学理论分析思想传播规律已经成为思想传播研究的热点。如田文汇等^[1]在复杂网络中建立了大学生党员思想传播的 LIF 模型,得出在模型中引入激励因素能够使思想得到更有效传播的结论。

虽然现有研究考虑了新媒体等影响思想传播的外部因素,也运用了传播学理论提出改进思想传播效果的传播方式,但均没有通过建立传播模型并分析其动力学特性,难以揭示思想传播的内在特性和传播规律。运用传播模型分析传播问题是传播学理论的一个重要方法。近年来,许多学者通过建立许多新型的传播模型,如 SIR^[2-4]、SEIR^[5-6]、SICR^[7]等传播模型,对谣言传播进行了研究,分析了模型的传播阈值与平衡点的稳定性,分析谣言的传播规律。虽然以上谣言传播模型能很好地模拟谣言传播行为,但不能直接应用于积极思想的传播,这主要是二者之间存在如下差异:1)积极思想传播过程中必须经过理性思考和分析,缺乏趣味性与吸引力;而谣言传播不需要分析,且其本身有足够的轰动性与吸引力。2)积极思想传播过程中思想的本质不会有较大改变;而在谣言传播过程中,谣言的内容随传播范围的扩大会有较大改变。

因此,需要建立新的传播模型来模拟思想传播过程,并分析其动力学性质,进而揭示积极思想的传播规律,更好地理解传播学意义,并通过采取某些方法影响传播模型中的可控影响因子以控制传播阈值来实现思想的传播。文中在参考谣言传播模型的基础上,建立了基于遗忘机制^[8-13]的 ISWI 积极思想传播模型。文章的研究目的:基于传播学建模的思想,考虑积极思想传播的特点以及现实生活中人类的记忆特性,建立积极思想传播的 ISWI 模型;分析模型的传播阈值和平衡点的稳定性;分析思想传播模型的参数对思想传播范围的影响。

1 ISWI 模型的建立

基于人际网络中思想传播过程同互联网中谣言传播过程在机理上的相似性,在杨橹星的 SLBS 模型^[14-15]的结构上,考虑思想传播中的一个重要特性——遗忘机制,构建基于遗忘机制的 ISWI 积极思想传播模型。

1.1 模型描述

思想传播过程中,人群被划分为参与者和不参与者,其中,不参与者假定为已经接受到思想但对此思想的传播毫无兴趣的个体,而参与者是排除不参与者之外的所有群体。在 ISWI 模型中,仅仅考虑参与者,所有的参与者被划分为 3 类:未知者 I (ignorant,即记忆中未存在该思想的个体)、传播者 S (spreader,即积极传播思想的个体)、弱传播者 W (weak-spreader,即不积极传播思想的个体)。 $I(t)$ 、 $S(t)$ 、 $W(t)$ 分别表示 t 时刻 3 类人群占参与者的比例,于是有 $I(t) + S(t) + W(t) = 1$ 。模型中假设 $I(t)$ 、 $S(t)$ 、 $W(t)$ 是关于 t 的连续且可微函数,若无特殊说明,用 I 、 S 和 W 分别指代 $I(t)$ 、 $S(t)$ 和 $W(t)$ 。

ISWI 模型将参与者划分为 3 类,是在参考计算机病毒传播的 ISW 模型^[16]的基础之上进行的划分。在 ISW 模型中,将计算机节点根据计算机的安全保护级别分为强保护节点和弱保护节点,并且两种节点存在不同的被感染率。在本模型中,根据个人本身对所传播思想的积极性,将传播者分为强传播者和弱传播者。两者对无知者具有相同的影响力,这是由于无知者是首次接受思想。当无知者完全接受该思想并决定对其进行传播时会成为强传播者,而无知者对该思想不感兴趣而选择不参与该思想的传播时会成为不参与者。当强传播者由于个人的兴趣或其他原因不再热衷于进行思想的传播时会成为弱传播者。而弱传播者由于遗忘机制最终会成为无知者。

考虑到人群中思想传播的特点,先提出以下假设:

- 1) 不参与者以速率 δ 转换为参与者,参与者以此速率转换为不参与者。
- 2) 所有由不参与者转换为参与者的个体都为无知者 I 。

3) 所有的无知者在 t 时刻以速率 $\beta(S+W)$ 变成强传播者, β 为常数。该假设表明强传播者与弱传播者都具有传播性。

4) 强传播者由于个人兴趣对待传播思想逐渐失去兴趣, 以速率 α 转换为弱传播者。

5) 弱传播者由于遗忘机制以速率 γ 转换为无知者。

基于以上假设, 可以得出 3 类人群之间的状态转移模型, 如图 1 所示。

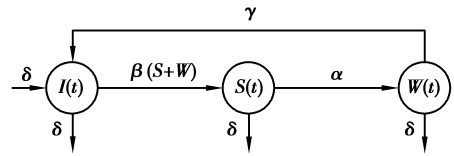


图 1 无知者、传播者、弱传播者的状态转换关系

Fig.1 The state transition of Ignorant, Spreader and Weak-spreader

根据系统动力学原理, 可以建立思想传播的微分方程组模型:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = \delta - \beta I(S+W) - \delta I + \gamma W, \\ \frac{dS}{dt} = \beta I(S+W) - \delta S - \alpha S, \\ \frac{dW}{dt} = \alpha S - \gamma W - \delta W. \end{cases} \quad (1)$$

根据病毒传播模型的基本再生数定义, 可以将思想传播模型的基本再生数定义为单个思想传播者在其生存周期内所影响的未知者人数, 通过式(1)中的系统参数的物理意义, 可以得出:

- 1) 强传播者的平均生存时间 $T_1 = 1/(\alpha + \delta)$ 。
- 2) 无知者转换为强传播者的速率 $V_1 = \beta$ 。
- 3) 弱传播者的平均生存时间 $T_2 = 1/(\delta + \gamma)$ 。
- 4) 无知者转换为弱传播者的速率 $V_2 = (\alpha\beta)/(\delta + \alpha)$ 。

所以, 基本再生数

$$R_0 = T_1 V_1 + T_2 V_2 = \frac{\beta(\alpha + \gamma + \delta)}{(\delta + \alpha)(\delta + \gamma)}. \quad (2)$$

由于 $I(t) + S(t) + W(t) \equiv 1$, 式(1)可转换为

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \beta(1 - S - W)(S + W) - \gamma S - \alpha S, \\ \frac{dW}{dt} = \alpha S - \gamma W - \delta W. \end{cases} \quad (3)$$

在式(3)中, 考虑初始状态 $S \geq 0, W \geq 0$, 所以式(3)的可行域为

$$D\{(S, W) : S \geq 0, W \geq 0, S + W \leq 1\}.$$

1.2 稳定性分析

求解式(3)的平衡点, 可得到两组解

$$E(S, W) = (0, 0), \quad (4)$$

$$E^* = \begin{pmatrix} S^* \\ W^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta + \gamma}{\alpha + \gamma + \delta} \left(1 - \frac{1}{R_0}\right) \\ \frac{\alpha}{\alpha + \gamma + \delta} \left(1 - \frac{1}{R_0}\right) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

式(3)的 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} \beta(1 - (S + W)) - \beta(S + W) - \delta - \alpha & \beta(1 - (S + W)) - \beta(S + W) \\ \alpha & -\gamma - \delta \end{pmatrix}. \quad (6)$$

下面将分析式(3)平衡点的局部稳定性。

式(3)在 $E(0, 0)$ 处对应的特征方程为 $a_0 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_2 = 0$, 其中有

$$a_0 = 1, \quad (7)$$

$$a_1 = \alpha + 2\delta + \gamma - \beta, \quad (8)$$

$$a_2 = (\delta + \alpha - \beta)(\gamma + \delta) - \alpha\beta = (\delta + \alpha)(\gamma + \alpha)(1 - R_0). \quad (9)$$

根据 Hurwitz 判据, 当 $R_0 < 1$ 时, 有 $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$, 此时 $E(0, 0)$ 是局部渐进稳定的。

式(3)在 $E^*(S^*, W^*)$ 处对应的特征方程为 $b_0\lambda^2 + b_1\lambda + b_2 = 0$, 其中有

$$b_0 = 1, \quad (10)$$

$$b_1 = [\gamma + 2\delta + \alpha - \beta(1 - 2S^* - 2W^*)] = \gamma + 2\delta + \alpha - \frac{(\delta + \alpha)(\delta + \gamma)}{\gamma + \delta + \alpha} + \beta - \frac{(\delta + \alpha)(\delta + \gamma)}{\gamma + \delta + \alpha} = \gamma + 2\delta + \alpha - \frac{(\delta + \alpha)(\delta + \gamma)}{\gamma + \delta + \alpha} + \beta\left(1 - \frac{1}{R_0}\right), \quad (11)$$

$$b_2 = [\delta + \alpha - \beta(1 - 2S^* - 2W^*)](\delta + \gamma) - \alpha\beta(1 - 2S^* - 2W^*) = (\delta + \alpha)(\delta + \gamma) - \beta(1 - 2S^* - 2W^*)(\delta + \alpha + \gamma) = R_0(\delta + \alpha)(\delta + \gamma)\left(1 - \frac{1}{R_0}\right). \quad (12)$$

根据 Hurwitz 判据, 当 $R_0 > 1$ 时, 有 $b_0 > 0, b_1 > 0, b_2 > 0$, 此时 $E^*(S^*, W^*)$ 是局部渐进稳定的。

通过以上分析可得结论:

结论 1 在可行域 D 内, 当 $R_0 < 1$ 时, $E(0, 0)$ 是局部渐进稳定的。

结论 2 在可行域 D 内, 当 $R_0 > 1$ 时, $E^*(S^*, W^*)$ 是局部渐进稳定的。

下面将分析式(3)平衡点的全局稳定性。针对式(3)的 $E(0, 0)$, 应用 Lyapunov 函数

$$V(S, W) = \frac{1}{2}(S^2 + aW^2), \quad (13)$$

其中, a 为正常数, 且 $V \geq 0$ 恒成立, 则

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \beta SI(S + W) - (\delta + \alpha)S^2 + a\alpha SW - a(\delta + \gamma)W^2 = \\ &(\beta I - (\delta + \alpha))S^2 + (\beta I + a\alpha)SW - a(\delta + \gamma)W^2 = \left(\beta I - \frac{(\delta + \gamma)(\delta + \alpha)}{\alpha + \delta + \gamma}\right)S^2 + \\ &\left(\beta I - \frac{(\delta + \gamma)(\delta + \alpha)}{\alpha + \delta + \gamma}\right)SW - \frac{\alpha(\delta + \alpha)}{\alpha + \delta + \gamma}S^2 + \left(a\alpha + \frac{(\delta + \gamma)(\delta + \alpha)}{\alpha + \delta + \gamma}\right)SW - a(\delta + \gamma)W^2. \end{aligned} \quad (14)$$

令 $a = \frac{(\delta + \gamma)(\delta + \alpha)}{\alpha(\alpha + \delta + \gamma)}$, 则

$$\frac{dV}{dt} = \beta\left(I - \frac{1}{R_0}\right)S^2 + \beta\left(I - \frac{1}{R_0}\right)SW - \frac{\alpha(\delta + \alpha)}{\alpha + \delta + \gamma}\left(S - \frac{(\delta + \gamma)}{\alpha}W\right)^2. \quad (15)$$

从而 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 在可行域 D 内恒成立, 并且当且仅当 $E(S, W) = (0, 0)$ 时, $\frac{dV}{dt} = 0$ 成立。根据 LaSalle 不变集原理, $E(S, W) = (0, 0)$ 是全局渐进稳定的。

针对式(1)的 $E^*(I^*, S^*)$ 应用 Lyapunov 函数

$$V(I, S) = \frac{1}{2}(I - I^*)^2 + \frac{1}{2}k(S - S^*)^2. \quad (16)$$

其中, k 为常数, 且 $V \geq 0$ 恒成立, 则

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= (I - I^*)\frac{dI}{dt} + k(S - S^*)\frac{dS}{dt} = (I - I^*)[-\beta(I - I^*)(1 - I - I^*) - \\ &(\delta + \gamma)(I - I^*) - \gamma(S - S^*)] + k(S - S^*)[\beta(I - I^*)(1 - I - I^*) - \\ &(\delta + \alpha)(S - S^*)] = [-\beta(1 - I - I^*) - (\delta + \gamma)](I - I^*)^2 + \\ &[k\beta(1 - I - I^*) - \gamma](S - S^*)(I - I^*) - k(\delta + \alpha)(S - S^*)^2 = \\ &\beta(I - 1)(I - I^*)^2 - \frac{\gamma(\delta + \gamma)}{\alpha + \delta + \gamma}(I - I^*)^2 + [k\beta(1 - I - I^*) - \gamma](S - S^*)(I - I^*) - \\ &k(\delta + \alpha)(S - S^*)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式, 有

$$\begin{aligned}
 & [k\beta(1-I-I^*)-\gamma](S-S^*)(I-I^*) \leq \frac{\gamma(\delta+\gamma)}{\alpha+\delta+\gamma}(I-I^*)^2 + \\
 & \frac{[k\beta(1-I-I^*)-\gamma]^2}{4} \times \frac{\alpha+\delta+\gamma}{\gamma(\delta+\gamma)}(S-S^*)^2. \tag{18}
 \end{aligned}$$

所以,有

$$\frac{dV}{dt} \leq \beta(I-1)(I-I^*)^2 + \left[\frac{1}{4}(-\gamma+k\beta(1-I-I^*))^2 \times \frac{\alpha+\delta+\gamma}{\gamma(\delta+\gamma)} - k(\alpha+\delta) \right] \times (S-S^*)^2. \tag{19}$$

令 $k = \frac{\gamma}{\beta I^*}$, 则, 式(19)中 $(S-S^*)^2$ 的系数为

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4} [\gamma + k\beta(I+I^*-1)]^2 \times \frac{\alpha+\delta+\gamma}{\gamma(\delta+\gamma)} - k(\alpha+\delta) \leq \\
 & \max_{I \in [0,1]} \left\{ \frac{1}{4} [\gamma + k\beta(I+I^*-1)]^2 \times \frac{\alpha+\delta+\gamma}{\gamma(\delta+\gamma)} - k(\alpha+\delta) \right\} = \frac{1}{4} (\gamma + k\beta I^*)^2 - k(\alpha+\delta) = 0. \tag{20}
 \end{aligned}$$

从而, $dV/dt \leq 0$ 在可行域 D 内恒成立, 且当且仅当 $E^*(I^*, S^*) = \left(\frac{1}{R_0}, \frac{\delta+\gamma}{\alpha+\gamma+\delta} \left(1 - \frac{1}{R_0} \right) \right)$ 时, 有 $dV/dt = 0$

成立。因此, 根据 LaSalle 不变集原理, $E^*(I^*, S^*)$ 是全局渐进稳定的。

通过以上分析可得结论:

结论 3 在可行域 D 内, 当 $R_0 < 1$ 时, $E(0, 0)$ 是全局渐进稳定的。

结论 4 在可行域 D 内, 当 $R_0 > 1$ 时, $E^*(I^*, S^*)$ 是全局渐进稳定的。

2 数值仿真分析

2.1 主要参数设置

在实验中设置 $\alpha = 0.4, \delta = 0.2, W(0) = 0, S(0) = 0.1$ 。其中 α 表示强传播者转换为弱传播者的速率, δ 表示不参与传播思想的个人转换为参与者的速率, W 表示弱传播者, S 表示思想的强传播者。

2.2 数值结果分析

为了验证理论推导的正确性, 对建立的模型进行仿真分析。

1) 当 $\alpha = 0.4, \beta = 0.2, \gamma = 0.3, \delta = 0.2, S(0) = 0.1, W(0) = 0$ 时, 简单计算可得 $R_0 = 0.8 < 1$, 根据结论 3, 思想不传播的平衡点 $E(0, 0)$ 是全局稳定的。稳定的时间响应曲线图如图 2 所示。从图 2 可以看出, 思想无法得到有效传播。仿真结果与结论 3 的理论结果相一致。

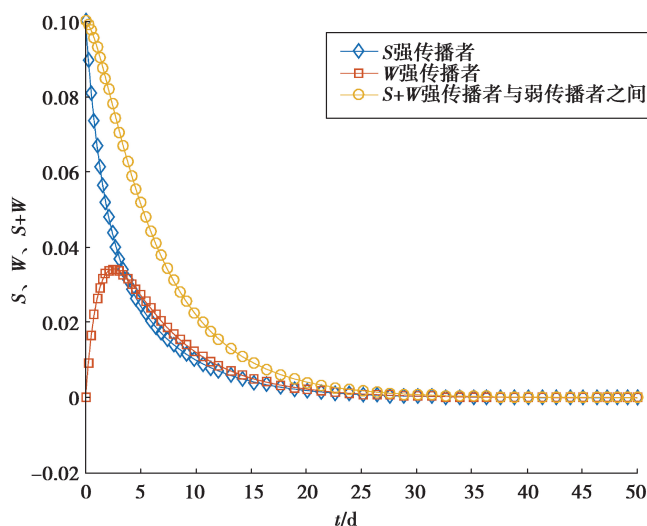


图 2 $R_0 < 1$ 时 $S(t), W(t), S(t)+W(t)$ 的时间响应曲线

Fig.2 Evolution of $S(t), W(t), S(t)+W(t)$ in the case $R_0 < 1$

2) 当 $\alpha=0.4, \beta=0.5, \gamma=0.3, \delta=0.2, S(0)=0.1, W(0)=0$ 时, 简单计算得 $R_0=1.5>1$, 根据结论 4, 思想传播的平衡点 $E^*(0.1852, 0.1481)$ 是全局渐进稳定的。稳定的时间响应图如图 3 所示。从图 3 可以看出, 思想能够得到有效的传播。仿真结果与结论 4 的理论结果相一致。

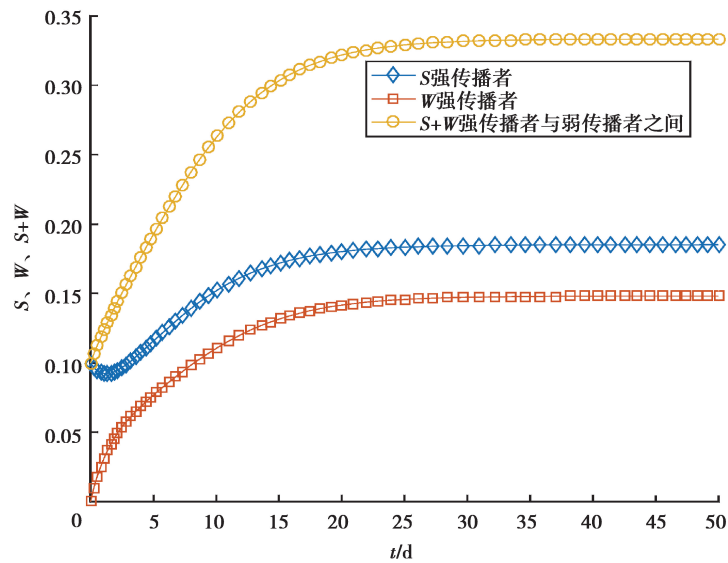


图 3 $R_0>1$ 时 $S(t), W(t), S(t)+W(t)$ 的时间响应曲线

Fig.3 Evolution of $S(t), W(t), S(t)+W(t)$ in the case $R_0>1$

3) 由 R_0 的表达式可知, β 与 R_0 成正比例关系, 即 R_0 随 β 的增加而增加, 其函数关系如图 4。增加 β 值分别调用传播模型进行数值仿真。在实验中设置 $\alpha=0.4, \gamma=0.3, \delta=0.2, S(0)=0.1, W(0)=0, \beta$ 的取值分别为 0.2, 0.5, 0.9, 实验结果如图 5。从实验结果中可以观察到积极思想传播过程中各状态人群比例随时间的响应曲线, 以及达到平衡点时 S^* 和 W^* 的值。

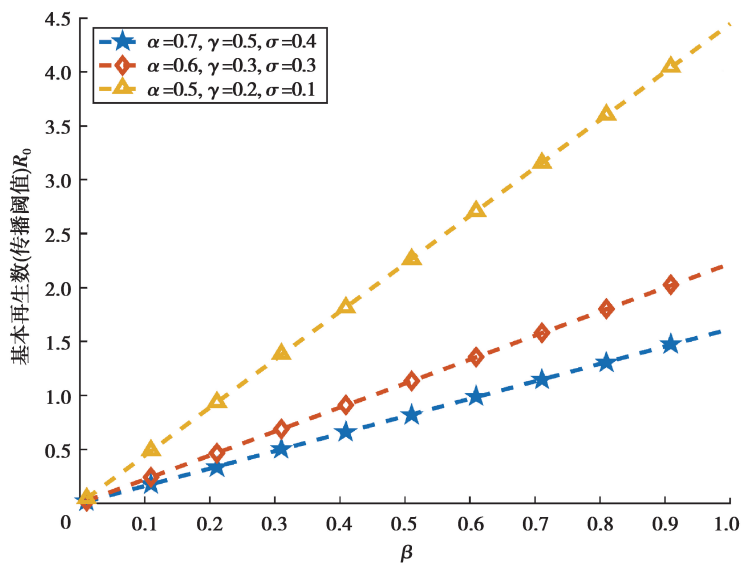


图 4 基本再生数 R_0 (传播阈值) 关于传播率 β 的函数

Fig.4 Threshold R_0 as a function of transition probability β

根据图 5 可知, 随着 β 值的增加, S, W 的曲线均呈上升趋势。当系统达到稳定状态时, 强传播者和弱传播者的比例明显上升。这说明增大接触率可以使强传播者和弱传播者的数量迅速增加。

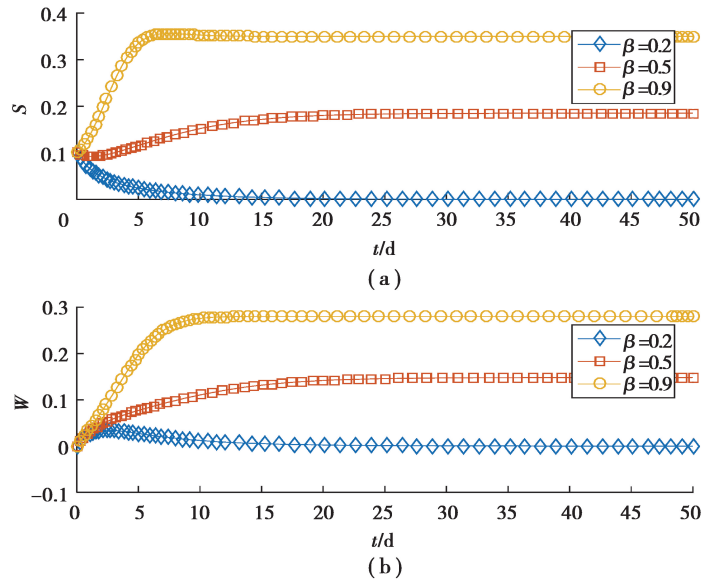


图 5 不同 β 值 $S(t)$ (Spreader)、 $W(t)$ (Weak-spreader) 的时间响应曲线
 Fig.5 Evolution of $S(t)$, $W(t)$ for different values of β

4) 由 R_0 的表达式可知, γ 与 R_0 成反比例关系, 即 R_0 随 γ 的增加而减小, 其函数关系如图 6。增加 γ 值分别调用传播模型进行数值仿真。在实验中设置 $\alpha=0.4, \beta=0.5, \delta=0.2, S(0)=0.1, W(0)=0.1, \gamma$ 的取值分别为 0.5, 0.7, 0.8, 实验结果如图 7 所示。从实验结果中可以观察到积极思想传播过程中各状态人群比例随时间的响应曲线, 以及达到平衡点时 S^*, W^* 的值。

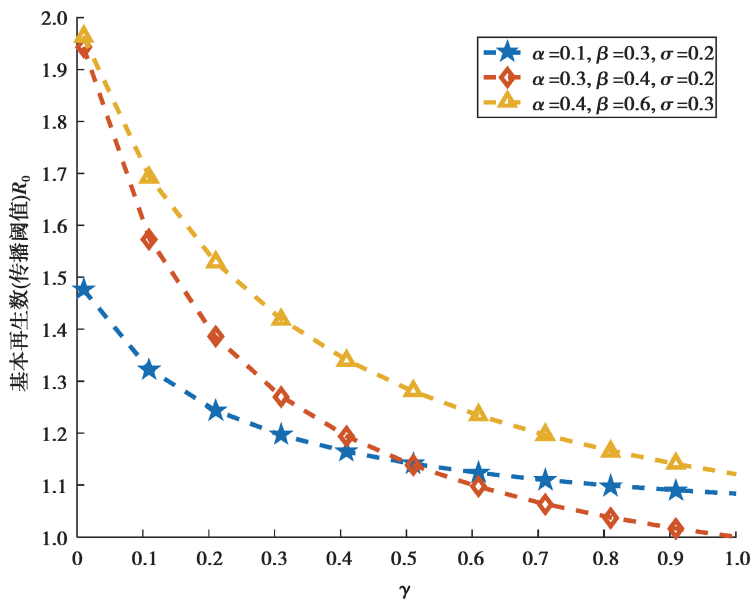


图 6 基本再生数 R_0 (传播阈值) 关于遗忘率 γ 的函数
 Fig.6 Threshold R_0 as a function of transition probability γ

由图 7 可知, 随着 γ 值的增加, 系统中的传播者 (强传播者、弱传播者) 达到稳定时的数量呈下降趋势。实验结果说明, γ 值影响了积极思想的有效传播。这与上述实验中增大接触率的效果刚好相反。

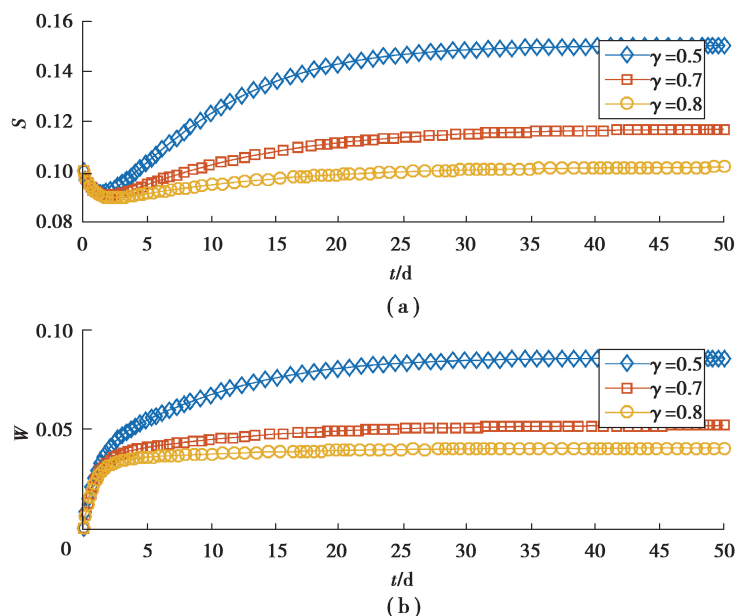


图 7 不同 γ 值 $S(t)$ (Spreader)、 $W(t)$ (Weak-spreader) 的时间响应曲线

Fig.7 Evolution of $S(t)$, $W(t)$ for different values of γ

4 结 论

考虑到现实生活中的记忆特性提出了带有遗忘机制的 ISWI 积极思想传播模型,本模型假设每个传播者都能传播思想,强传播者由于对话题失去兴趣或因遗忘机制成为弱传播者,弱传播者由于遗忘机制成为无知者。该模型的理论分析和计算机仿真结果表明,系统随时间 t 的变化可能会出现两种平衡状态,其动力学行为取决于 R_0 的值。当 $R_0 < 1$ 时,思想无法得到传播;当 $R_0 > 1$ 时,思想得到有效传播。

遗忘机制可能会使积极思想无法得到有效传播。文中通过调节系统参数使传播阈值大于 1 的方式扩大积极思想传播范围。为了达到积极思想传播的目的,可通过加大宣传力度来降低人们的遗忘速度,即降低 γ 值;同时可通过举办各种活动,增加人群之间的接触率,即增加 β 值。文中模型是建立在人群均匀分布的情况下,然而真实的人口网络拓扑仍有待研究,因此,下一步的工作将对带有中心节点的人口网络分布结构下的积极思想传播模型进行分析。

参考文献:

- [1] 田文汇,李莎.基于复杂网络理论的大学生党员思想传播模型研究[J].科技信息,2009(25):513.
TIAN Huiwen, LI Sha. Research on the model of college students party members' ideological communication based on complex network theory[J]. Technical information, 2009(25):513. (in Chinese)
- [2] Zhao L, Wang X, Qiu X, et al. A model for the spread of rumors in Barrat-Barthelemy-Vespignani (BBV) networks[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2013, 392(21):5542-5551.
- [3] Zhao L, Cui H, Qiu X, et al. SIR rumor spreading model in the new media age[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2013, 392(4):995-1003.
- [4] Liu Q, Li T, Sun M. The analysis of an SEIR rumor propagation model on heterogeneous network[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2017, 469:372-380.
- [5] Qian Z, Tang S, Zhang X, et al. The independent spreaders involved SIR rumor model in complex networks[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2015, 429(1):95-102.

- [6] Xia L L, Jiang G P, Song B, et al. Rumor spreading model considering hesitating mechanism in complex social networks[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2015, 437(1):295-303.
- [7] Zan Y, Wu J, Li P, et al. SICR rumor spreading model in complex networks: Counterattack and self-resistance [J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2014, 405(1):159-170.
- [8] Malone L A, Bastian A J. Age-related forgetting in locomotor adaptation[J]. *Neurobiology of Learning & Memory*, 2015, 128(2):1-6.
- [9] Sadeh T, Ozubko J D, Winocur G, et al. How we forget may depend on how we remember[J]. *Trends in Cognitive Sciences*, 2013, 18(1):26-36.
- [10] Ebbinghaus H. Memory: A contribution to experimental psychology[J]. *Annals of Neurosciences*, 2013, 20(4):155-159.
- [11] Zhao L, Qiu X, Wang X, et al. Rumor spreading model considering forgetting and remembering mechanisms in inhomogeneous networks[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2013, 392(4):987-994.
- [12] Zhao L, Wang Q, Cheng J, et al. Rumor spreading model with consideration of forgetting mechanism: A case of online blogging LiveJournal[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2011, 390(13):2619-2625.
- [13] Wang Y B, Cai W D. Researching rumor spreading with forgetting mechanism considered in social networking[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2016, 34(4):349-355.
- [14] Yang L X, Yang X, Zhu Q, et al. A computer virus model with graded cure rates[J]. *Nonlinear Analysis Real World Applications*, 2013, 14(1):414-422.
- [15] Yang L X, Yang X. The impact of nonlinear infection rate on the spread of computer virus[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82(1-2):85-95.
- [16] Liu W, Liu C, Liu X, et al. Modeling the spread of malware with the influence of heterogeneous immunization[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(4):3141-3152.

(编辑 詹燕平)