

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2019.07.011

# CEEMDAN 自适应阈值去噪算法在地震方向的应用

刘霞, 宋启航

(东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

**摘要:**提出一种基于自适应完备集合经验模态分解(CEEMDAN, complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise)的自适应阈值去噪算法。含噪信号经 CEEMDAN 算法分解成若干个模态分量(IMF, intrinsic mode functions),根据样本熵理论,对 IMF 分量中高频分量自适应选取,根据噪声和有用信息与原始信号的相关性不同,对高频分量中的噪声系数定位,利用能量熵选取噪声主区间,用高频分量中噪声主区间的噪声系数方差作为阈值,对高频分量进行阈值去噪,进一步去除噪声,保留高频中的有用信息,最后将信噪分离的高频分量和低频分量重构。分别对合成和实际地震信号去噪处理,并与常规去噪算法进行对比。数据仿真和实验结果表明,在原始信号信噪比为 0.5 dB 时,常规与改进算法去噪后信噪比分别为 4.55 dB 和 9.97 dB,大幅提高信噪比,达到随机噪声压制的目的,实现了高频分量的自适应选取和高频分量中有用信息的再提取。

**关键词:**自适应完备集合经验模态分解(CEEMDAN);样本熵;能量熵;去噪;地震信号

**中图分类号:** TB53

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-582X(2019)07-095-10

## CEEMDAN adaptive threshold denoising algorithm in application to seismic direction

LIU Xia, SONG Qihang

(School of Electrical Engineering & Information, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, Heilongjiang, P. R. China)

**Abstract:** An adaptive threshold denoising algorithm based on complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise(CEEMDAN) is proposed in this paper. The noisy signal is decomposed into several modal components(IMF) by CEEMDAN algorithm. Based on the sample entropy theory, the adaptive selection of high frequency components in IMF components is realized, and the noise figure in high frequency components is located according to the different correlation between noise and useful information or the original signal. The main noise interval is selected by energy entropy, and the noise coefficient variance of the main noise interval in high frequency components is used as the threshold. Threshold denoising of high-frequency components is carried out to further remove noise and retain useful information in high-frequency. Finally, high-frequency components and low-frequency components separated from signal-noise are reconstructed. The denoising of synthetic and actual seismic signals is processed separately

**收稿日期:** 2019-01-12

**基金项目:** 黑龙江省自然科学基金资助项目(F201404)。

Supported by Natural Science Foundation of Heilongjiang Province(F201404).

**作者简介:** 刘霞(1970—),女,教授,主要从事信号处理和智能控制等研究,(E-mail)liuxia2k@163.com。

**通讯作者:** 宋启航,男,硕士研究生,主要从事信号处理与模式识别等研究,(E-mail)271467735@qq.com。

and compared with conventional denoising algorithms. Data simulation and experimental results show that when the signal-to-noise ratio of the original signal is 0.5 dB, the signal-to-noise ratio obtained by the conventional and improved algorithms is 4.55 dB and 9.97 dB respectively, which indicates significant improvement in the signal-to-noise ratio, achieving the purpose of random noise suppression and realizing the self-adaptive selection of high-frequency components and the re-extraction of useful information from high-frequency components.

**Keywords:** CEEMDAN (complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise); sample entropy; energy entropy; denoising; seismic

从野外采集的原始地震信号中包含着大量有用信息,但是其中也夹杂着各种各样的噪声,尤其随着勘探深度的增加,工区地质情况变得更加复杂,噪声与有用信息相互交织,严重干扰着对其分析处理。所以,对采集的原始地震信号进行去噪变得尤为重要<sup>[1]</sup>。

信号分解理论被广泛应用于地震信号去噪领域。常规经验模态分解(EMD, empirical mode decomposition)<sup>[3-4]</sup>算法是将信号分解为不同频率的 IMF 分量,而噪声主要存在于高频分量中,去除高频分量,对余下低频分量进行重构得到去噪后的信号。但是由于高频分量中也含有有效信息,因此,杨凯等<sup>[2]</sup>将 EMD 算法与小波变换模极大值去噪方法相结合,较好地去除了地震信号中的随机噪声。王姣等<sup>[5]</sup>采用完备集合经验模态分解(CEEMD, complete ensemble empirical mode decomposition)对地震信号随机噪声压制进行研究,对 CEEMD 分解后筛选出来的噪声较多的高频 IMF 分量用小波阈值<sup>[6-7]</sup>进行去噪,更好地保留了有效信息。由于 EMD 分解过程中容易造成模态混叠,而后改进的集合经验模态分解(EEMD, ensemble empirical mode decomposition)<sup>[8]</sup>中原始信号容易被污染,造成重构误差大。CEEMD 对原始信号添加正负高斯白噪声以解决 EEMD 中存在的问题,然而其本质并没有改变,通过 EMD 独立分解添加正负高斯白噪声构成新信号,再将每次独立分解后对应的 IMF 分量进行加总平均运算,但是其单个 IMF 分量中依旧含有部分噪声。为了解决以上问题,笔者在 EEMD 和 CEEMD 基础上,引进一种全新的分解算法:自适应完备集合经验模态分解(CEEMDAN, complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise)<sup>[9-10]</sup>,该算法不仅解决了 EEMD 与 CEEMD 算法分解过程中残余噪声会从高频分量向低频分量传递的问题,而且运算效率、精确性及完备性都有所提升。原始信号经 CEEMDAN 分解成不同频率的 IMF 分量后,利用样本熵自适应筛选出需要处理的高频分量,根据噪声和有用信息与原始信号的相关性不同,实现对高频分量中的噪声系数定位,利用能量熵<sup>[11]</sup>选取噪声主区间,用高频分量中噪声主区间的噪声系数方差作为阈值,对其进行阈值去噪。将处理后的高频分量与筛选出的低频分量进行重构,更好地保留有用信息,压制随机噪声。

## 1 CEEMDAN 去噪原理

### 1.1 CEEMDAN 分解原理

CEEMDAN 是在 EEMD 和 CEEMD 的基础上发展而来,EEMD 分解时不对残留噪声进行隔离,对不同噪声单独分解后加总平均运算,导致高阶 IMF 分量中的残留噪声向低阶传递。CEEMD 虽然通过对原始信号添加正负高斯白噪声,使原始信号保持了连续性,但是其本质与 EEMD 一样,分解后每一 IMF 分量中仍含有部分噪声。而 CEEMDAN 通过两种方法实现残余噪声隔离:第一,改变辅助噪声。添加经 EMD 分解后辅助噪声的 IMF 分量,而不是直接添加正负成对的高斯白噪声;第二,改变分解流程。EEMD 是对不同噪声单独分解成各阶 IMF 分量后,进行加总平均运算。而 CEEMDAN 是信号中夹杂着的各种噪声分解出第一阶 IMF 分量后,立刻进行加总平均运算,得出最终的第一阶 IMF 分量,去除后对余下残差继续上述操作。避免了残余噪声从高阶向低阶的传递<sup>[12]</sup>。CEEMDAN 分解原理如下<sup>[13]</sup>。

设  $E_j(\cdot)$  为 EMD 分解后的第  $j$  阶模态分量。

**步骤 1** 求第一阶 IMF 分量。将正负成对高斯白噪声  $(-1)^q \xi_0 n^i(t)$  加入到原始信号  $x(t)$  中,构成新信号,其中  $q$  为系数,取  $q=1,2$ ,  $\xi_0$  为幅值,  $i$  为添加辅助噪声的次数,其值取  $i=1,2,\dots,N/2$ ,对新信号进行 EMD 分解第一阶 IMF 分量  $u_1(t)$ :  $E(x(t) + (-1)^q \xi_0 n^i(t)) = u_1^i(t) + r_1^i$ , EMD 分解后得到第一阶 IMF 分

量,EMD 不再分解,此时对产生的  $N$  个 IMF 分量进行加总平均运算得到:  $\overline{u_1(t)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^i(t)$ , 残差为  $r_1(t) = x(t) - \overline{u_1(t)}$ 。

**步骤 2** 求第二阶 IMF 分量。在残差  $r_1(t)$  中加入  $i=1, 2, \dots, N/2$  次正负成对高斯白噪声  $(-1)^i \xi_0 n^i(t)$ , 构成新信号,进行 EMD 分解得到对应的第一阶模态分量  $u_1^i(t)$ , 由此运算得到:  $\overline{u_2(t)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_1^i(t)$ , 残差为  $r_2(t) = r_1(t) - \overline{u_2(t)}$ 。

**步骤 3** 对步骤 1~2 进行重复操作,得出需要的 IMF 分量以及残差,直至信号为单调函数不能再被分解,则分解完成,信号为  $x(t) = \sum_{i=1}^K \overline{u_i(t)} + r_K(t)$ 。

## 1.2 CEEMDAN 去噪算法

CEEMDAN 去噪算法思想是原始信号经 CEEMDAN 分解成  $K$  个依次从高频到低频的 IMF 分量,噪声是一种频率较高的信号,主要存在于高频分量中,去除高频分量,保留剩余低频分量进行重构,得到去噪后的信号为

$$S(t) = \sum_{i=k+1}^K u_i(t),$$

式中,  $i=(k+1) \sim K$  为低频分量。

算法的要点是找到高频分量与低频分量的界值  $k$ ,需人为判定,并不准确,同时高频分量中的有用信息也被舍弃,导致重构后去噪效果并不理想。故文中在此基础上提出了 CEEMDAN 自适应阈值去噪算法。

## 2 CEEMDAN 自适应阈值去噪原理

原始信号经 CEEMDAN 分解出若干个从高频到低频的 IMF 分量,传统去噪算法去除高频分量,对余下低频分量重构以达到去噪目的,效果并不理想,而且高频分量需人为剔除并不精确。由于样本熵是度量时间序列复杂性的方法,原始信号是一种无序紊乱的信号,因此噪声含量越高,信号的时间序列复杂性越高,则样本熵越大;噪声含量越低,信号的时间序列复杂性越低,则样本熵越小。计算每个 IMF 分量的样本熵,并对其加总平均计算均值,IMF 分量样本熵大于均值的为高频分量,小于均值的为低频分量,对高频分量实现了自适应选取。经过数据仿真,发现高频分量中主要成分为噪声,但仍旧存在有用信息,为保证去噪效果更好,需进一步对选取出的高频分量去噪。由于有用信息和噪声与原始信号的相关性不同,对高频分量与原始信号相关性分析,找出相关系数大的位置,为有用信息位置,其他为噪声位置,把有用信息的位置系数清零,将其划分为若干个区间,用其他系数计算每个 IMF 分量能量熵,计算每一区间的能量熵,选取能量熵最大子区间作为噪声的主区间,用对应的 IMF 分量噪声系数计算噪声方差,构造阈值,对高频分量进行阈值去噪。阈值去噪后的高频分量与未进行处理的低频分量重构,得到最终的去噪信号。文中算法对高频分量进行了自适应选取与阈值去噪,提高了信噪比,并更好地保留了有用信息。文中算法关键步骤如下。

### 2.1 样本熵划分高频分量

Richman 和 Moorman 在 2000 年提出了样本熵的概念,它针对近似熵中自身数据匹配易造成误差做出了相应的改进<sup>[14]</sup>。样本熵特性是数据或信号复杂性越高,则熵值越大,反之,复杂性越低,熵值越小。利用这一特性对 IMF 分量进行判断,求各个 IMF 分量样本熵,加总平均计算均值作为高频分量与低频分量的阈值,其样本熵大于阈值的为复杂性高的高频分量,含噪声程度大,小于阈值的为复杂性低的低频分量,是信号中的有用信息。样本熵具体算法如下<sup>[15]</sup>:

1) 设采样点数为  $M$  的原始信号为  $x(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ , 并且给定嵌入维数  $u$  和相似容限  $r$ , 参照原始信号对其重构, 重构一个  $u$  维向量  $X(i) = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+u-1}\}, 1 \leq i \leq M-u$ ;

2) 定义  $d_{ij}$  为  $X(i)$  和  $X(j)$  对应元素之差绝对值的最大值的距离, 计算  $X(i)$  和  $X(j)$  之间的距离  $d_{ij} (1 \leq j \leq M-u, j \neq i)$ ;

3) 统计  $d_{ij}$  小于  $r$  的个数  $\text{num}(d_{ij} < r)$ 。定义  $B_{iu}(r)$  为:  $B_{iu}(r) = \text{num}(d_{ij} < r) / (M-u-1)$ ;

- 4) 对  $B_{iu}(r)$  求平均值  $B^u(r)$ ;
- 5) 再对维数  $u+1$  重复上述步骤得到  $B_{iu+1}(r)$  和  $B^{u+1}(r)$ ;
- 6) 样本熵的表达式为:  $\text{SampEn}(u, r, M) = -\ln \frac{B^{u+1}(r)}{B^u(r)}$ 。

## 2.2 阈值算法

### 2.2.1 噪声定位方法

计算 IMF 分量与原始信号的相关性系数, 则相关系数大的位置为有用信息位置, 其他为噪声位置, 并把有用信息的位置系数清零, 实现噪声的定位。

相关系数计算原理:

定义  $R_i(n)$  为第  $i$  个 IMF 分量  $u_i(n)$  与  $x(n)$  的相关系数为

$$R_i(n) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M u_i(m) \cdot x(n+m), \quad (1)$$

式中:  $x(n)$ 、 $u_i(n)$  为信号  $x(t)$  和 IMF 分量  $u_i(t)$  的离散化表示,  $n=1, \dots, M$ 。

为使相关系数与 IMF 分量系数具有可比性, 定义规范化相关系数为

$$NR_i(n) = R_i(n) \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^M u_i(n)}{\sum_{n=1}^M R_i(n)}}。 \quad (2)$$

对比各 IMF 分量的规范化相关系数与各 IMF 分量系数, 得到有效信息和噪声的 IMF 分量系数位置。

### 2.2.2 基于能量熵的噪声主区间确定方法

经过 CEEMDAN 分解出的  $k$  个高频分量的能量为

$$E_k = \sum_{n=1}^M |u_k(n)|^2。 \quad (3)$$

将模态分量  $|u_k(n)|$  等分成  $l$  个区间, 任一区间的能量表示为

$$E_{ki} = \sum_{n=1+(i-1)M/l}^{i \cdot M/l+1} |u_k(n)|^2, i=1, \dots, l。 \quad (4)$$

某一模态分量中的一个区间的能量  $E_{ki}$  在该模态分量总能量  $E_k$  的概率为

$$p_{ki} = \frac{E_{ki}}{E_k}。 \quad (5)$$

求得第  $i$  个区间的能量熵为

$$S_{ki} = -p_{ki} \ln p_{ki}。 \quad (6)$$

构造第  $k$  个模态分量的能量熵序列:

$$S_k = \{S_{k1}, \dots, S_{kl}\}。 \quad (7)$$

选取  $S_k$  中能量熵最大子区间, 即为噪声主区间, 记为

$$S_{km} = \max\{S_{k1}, \dots, S_{kl}\}。 \quad (8)$$

### 2.2.3 阈值计算

计算噪声主区间的 IMF 分量系数的平均值, 作为噪声方差为

$$\sigma_k = \frac{1}{M/l} \sqrt{\sum_{n=m \cdot M/l}^{m \cdot M/l+1} u_k(n)}, i=1, \dots, l。 \quad (9)$$

则第  $k$  个 IMF 分量的阈值  $T_k$  为

$$T_k = \sigma_k \sqrt{2 \log(M) / \log(k+1)}。 \quad (10)$$

## 2.3 本文算法实现步骤

Step1: 用 CEEMDAN 算法对信号进行分解, 得到频率从高到低的 IMF 分量;

Step2: 计算各个 IMF 分量的样本熵, 求其均值, 并根据样本熵理论, 选取比均值大的高频分量进行下一步处理, 保留比均值小的低频分量;

Step3:相关性分析。根据式(1)与式(2)分别计算各高频分量与原始信号的相关系数及其规范化相关系数,规范化相关系数大于各高频分量系数的位置为有效信息,小于的为噪声,分别记录其位置;

Step4:计算噪声方差。对 Step3 中记录的有效信息位置系数置 0,保留噪声位置系数,得到新的系数构成的 IMF 分量,其采样点数与原来一致,将得到新系数的 IMF 分量分成  $l$  等份,求各等份区间的能量熵,选取能量熵最大子区间系数,作为噪声主区间,按照式(3)计算该区间系数的平均值  $\sigma_k$ ,作为第  $k$  个 IMF 分量的噪声方差;

Step5:计算阈值。按照式(4)计算第  $k$  个 IMF 分量的阈值  $T_k$ ;

Step6:根据 Step5 求出的阈值  $T_k$ ,利用软阈值函数对 Step2 中选出的高频分量系数进行阈值处理,得到新的 IMF 分量系数;

Step7:重构。将经过阈值处理后的高频分量与 Step2 中保留的低频分量进行重构,得到去噪信号。

CEEMDAN 自适应阈值去噪算法流程图如图 1 所示。

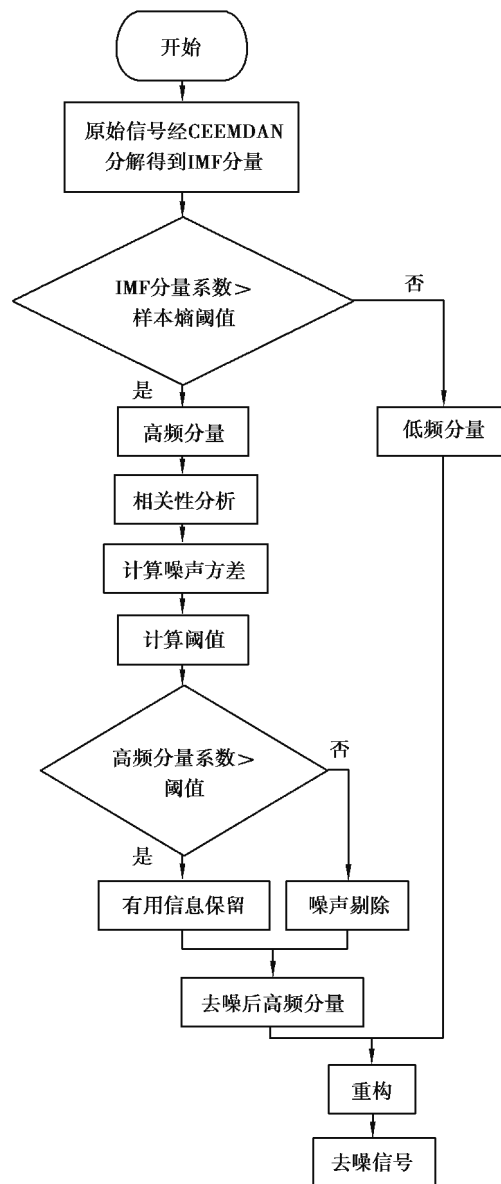


图 1 CEEMDAN 自适应去噪算法流程图

Fig. 1 Flow chart of CEEMDAN adaptive denoising algorithm

### 3 数据仿真

#### 3.1 模拟地震信号去噪

Ricker 子波<sup>[16]</sup>是地震勘探中常用的子波类型,用其构造出由 2 层不同介质组成的模拟地震信号,时域为 1 000 s,时宽为 1 s,采样率 1 kHz。图 2 为 Ricker 子波构造的纯净信号和加入信噪比为 5 dB 高斯白噪声后的含噪信号。图 3 为原始信号经 CEEMDAN 分解出 11 层 IMF 分量中的前 7 层 IMF 分量。图 4 为 CEEMDAN 去噪算法,EMD 去噪算法和本文改进 CEEMDAN 去噪算法去噪效果的对比。

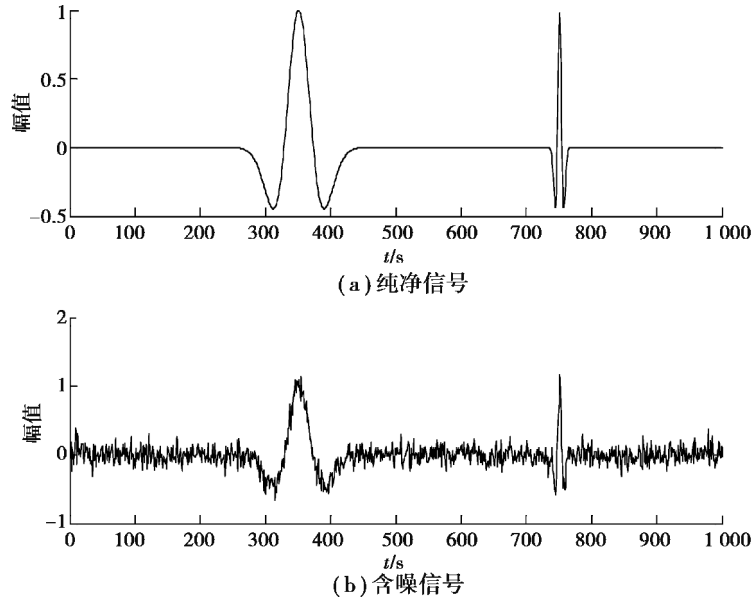


图 2 纯净信号及含噪信号

Fig. 2 Pure signal and noise signal

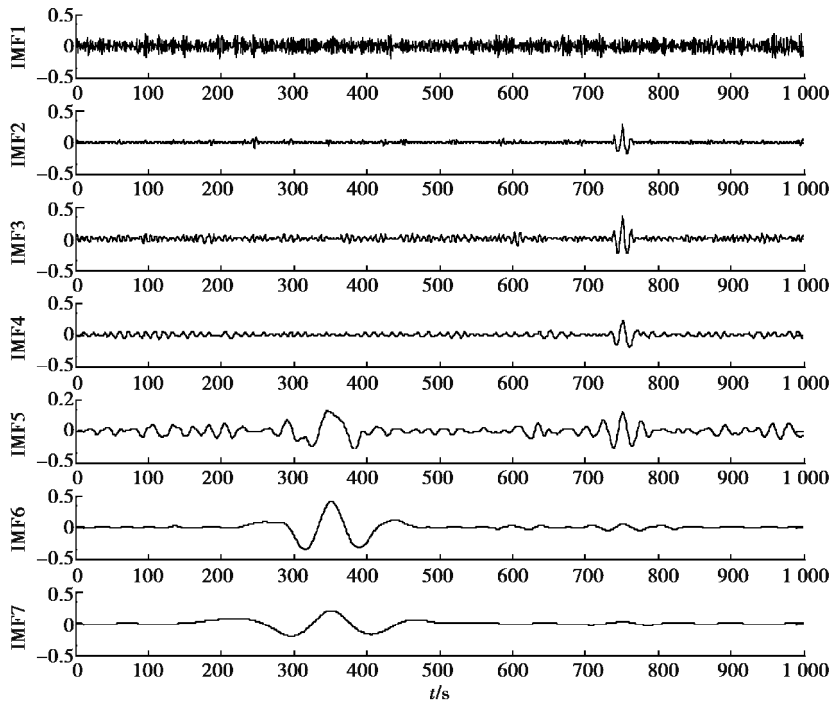


图 3 CEEMDAN 分解出的前 7 层 IMF 分量

Fig. 3 The first seven layers of IMF components decomposed by CEEMDAN

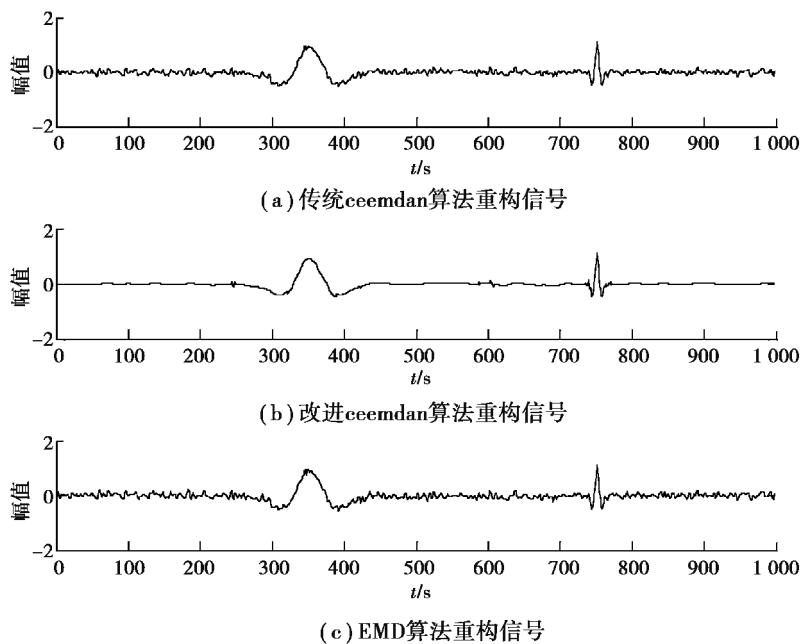


图 4 去噪效果对比

Fig. 4 Comparison of noise removal effect

表 1 噪声不同时去噪效果对比

Table 1 Comparison of noise removal effect with different noise

原信号信噪比/dB	信噪比			均方误差		
	EMD 去噪	CEEMDAN 去噪	文中算法	EMD 去噪	CEEMDAN 去噪	文中算法
0.5	3.98	4.55	9.97	0.003 7	0.001 9	0.003 5
1.0	4.70	4.97	10.82	0.003 4	0.001 7	0.003 3
2.0	5.27	6.21	11.20	0.003 2	0.001 6	0.002 9
5.0	7.89	8.48	15.07	0.002 9	0.001 4	0.002 5

从图 3 可以看出,IMF1 中 useful 信息完全被噪声淹没,而 IMF2-IMF5 中包含部分有用信息,但也包含了噪声。从图 4 可以看出,EMD 去噪算法去噪效果不理想,去噪后信号中依旧含有大量随机噪声,CEEMDAN 去噪算法相比于 EMD 去噪算法去噪后信噪比有所提升,但是少量随机噪声依旧存在,文中提出的 CEEMDAN 自适应阈值去噪算法,信噪比有了大幅提升,SNR=15.07,Ricker 子波更为平滑,去噪效果显著。表 1 为对纯净信号加入信噪比为 0.5,1.0,2.0,5.0 dB 的噪声时,3 种去噪算法去噪后信噪比以及均方误差的对比结果。经过对比,文中去噪算法相比于 CEEMDAN 去噪算法和 EMD 去噪算法信噪比提升了近 2 倍。

### 3.2 合成地震信号去噪

由低频 Ricker 子波与高频 Ricker 子波合成楔形地震模型。图 5 为反射层上层速度为 2 000 m/s,下层速度为 3 000 m/s,深度为 100 m,最小偏移距离 10 m,记录时间长度 512 ms,密度 1,采集道数 30 的合成地震信号。图 6~图 9 中横坐标 offset 为地震道。加入信噪比为 2 dB 的高斯白噪声构成的合成地震加噪信号如图 6 所示。图 7 为 EMD 去噪算法去噪后信噪比为 2.34 dB 的地震剖面图。图 8 为 CEEMDAN 去噪算法去噪后信噪比为 3.56 dB 的地震剖面图。图 9 为文中去噪算法去噪后信噪比为 6.54 dB 的地震剖面图。

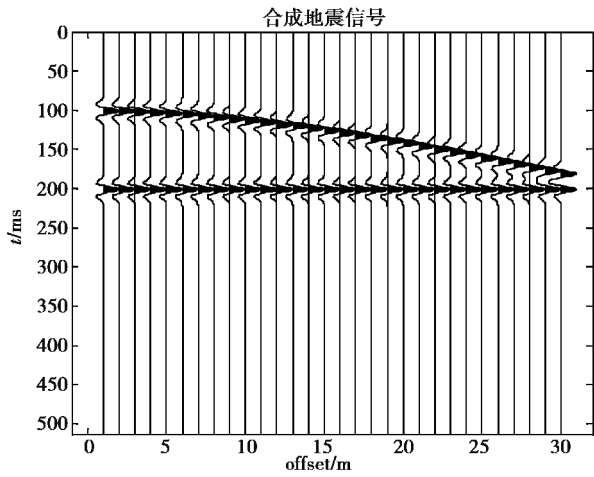


图 5 合成地震信号二维剖面图

Fig. 5 2d profile of synthetic seismic signals

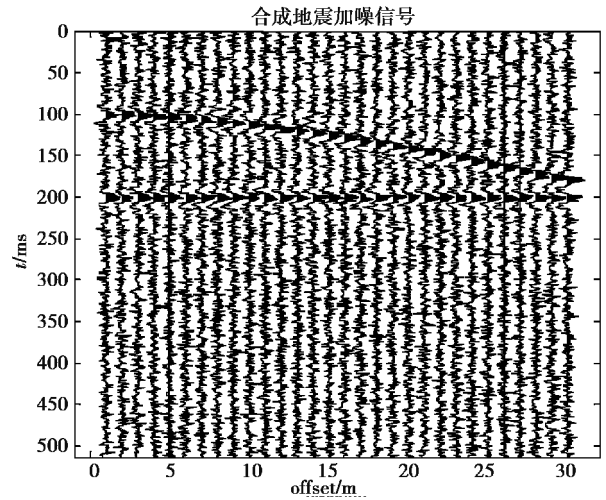


图 6 合成地震加噪信号二维剖面图

Fig. 6 2d profile of synthetic seismic noise signal

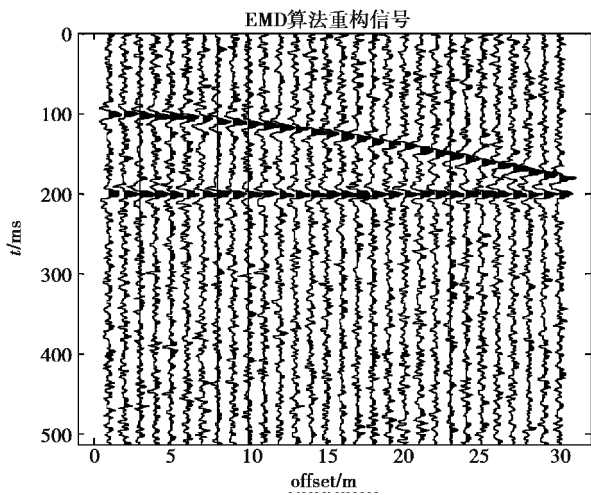


图 7 EMD 去噪剖面图

Fig. 7 The section after denoising by EMD

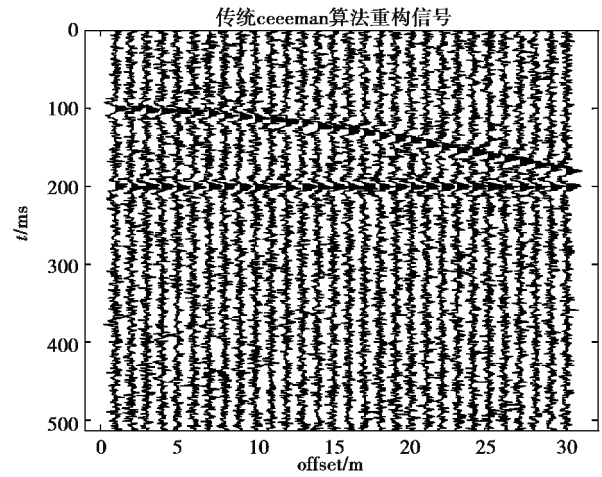


图 8 CEEMDAN 去噪剖面图

Fig. 8 The section after denoising by CEEMDAN

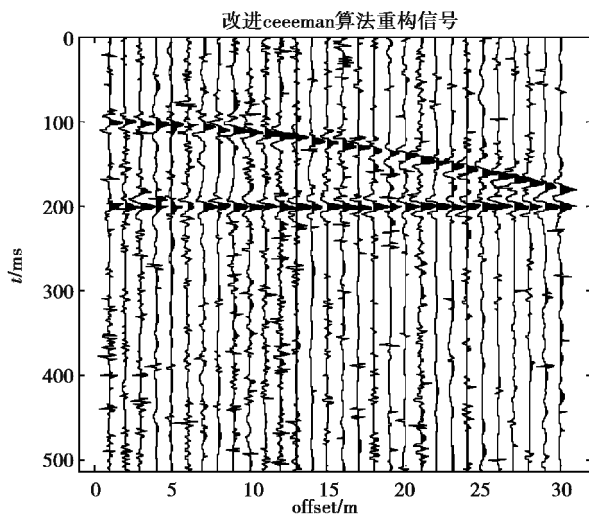


图 9 文中去噪剖面图

Fig. 9 The section after denoising by the algorithm proposed in this paper



观察图 7~图 9,CEEMDAN 去噪算法与 EMD 去噪算法对合成地震加噪信号去噪后,同相轴周边噪声污染效应降低,但有效能量损失现象依然存在,本文去噪算法对其去噪后,同相轴周边平稳有序,有效能量损失的现象得以改进,去噪效果更优。

### 4 实际地震信号去噪

采用某地区实际地震信号分别用 3 种去噪算法进行去噪处理。图 10 为 100 道信号,每道采样点为 1024,采样间隔为 2 ms 的实际地震信号。图 11~图 13 分别为 CEEMDAN 去噪算法、EMD 去噪算法以及文中改进 CEEMDAN 去噪算法对实际地震信号去噪后的剖面图。

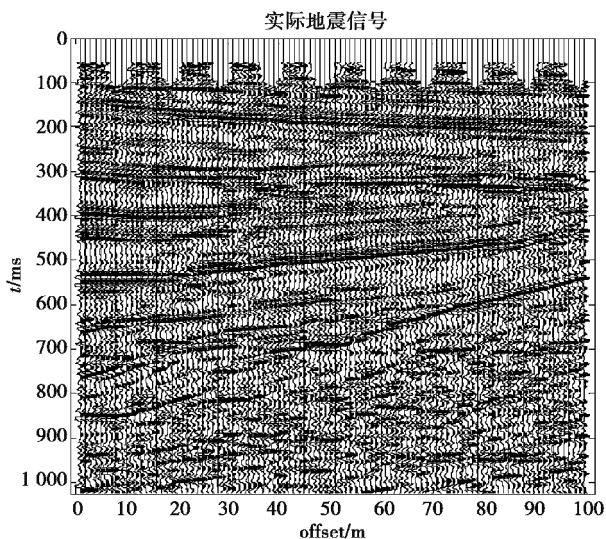


图 10 实际地震信号剖面图

Fig. 10 Actual seismic profile

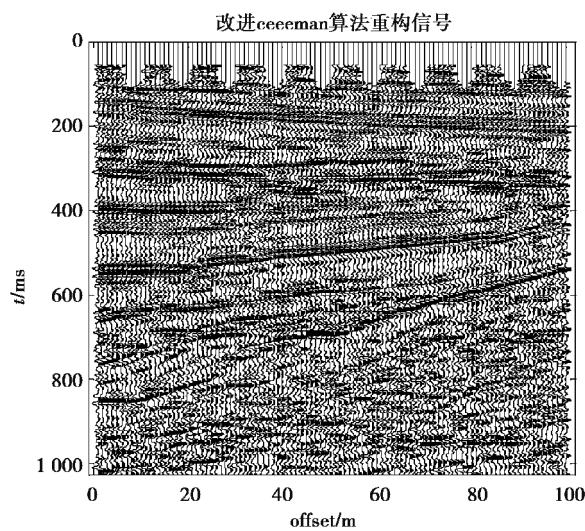


图 11 CEEMDAN 去噪信号剖面图

Fig. 11 Signal profile after denoising by CEEMDAN

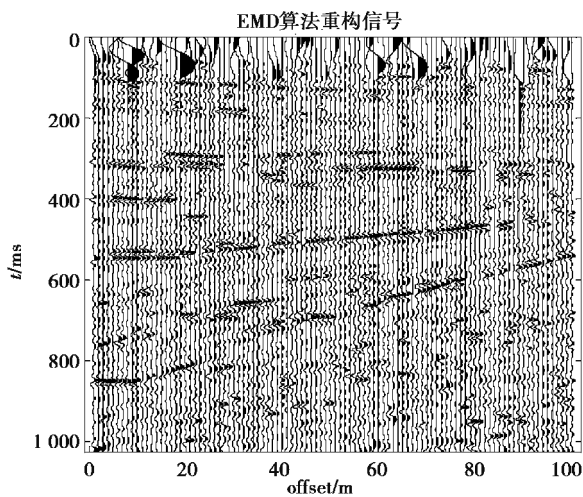


图 12 EMD 算法去噪信号剖面图

Fig. 12 Signal profile after denoising by EMD algorithm

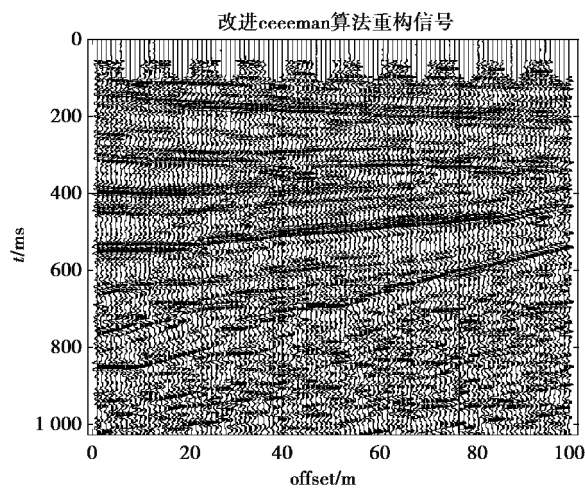


图 13 文中算法去噪剖面图

Fig. 13 The denoising profile of the algorithm presented in this paper

观察 3 种去噪算法去噪后的剖面图,可以看出,图 11 中同相轴仍被大量噪声淹没。图 12 中噪声污染区削弱,但同相轴不再清晰,有效能量损失。图 13 中同相轴清晰连续,更好地清除了同相轴周边的噪声污染,保留有用信息,去除噪声。

## 5 结 论

经过上述分析对比,文中提出的 CEEMDAN 自适应阈值去噪算法优于传统 CEEMDAN 和 EMD 通过分解信号直接去除高频分量进行重构的算法。去噪算法对分解出的 IMF 分量,利用样本熵自适应划分高频分量与低频分量,对划分出的高频分量相关性检测及定位,去除有用信息系数,保留噪声信号系数后,求其能量熵,计算阈值,对高频分量阈值去噪,与被划分出的低频分量进行重构,得到去噪信号。研究采用的 CEEMDAN 算法能够避免模态混叠,做到噪声隔离。在模拟、合成和实际地震信号的去噪实验中,证明了文中去噪算法在去噪效果与有用信号保留能力等方面都优于传统去噪算法。

### 参考文献:

- [1] 刘霞, 黄阳, 黄敬, 等. 基于经验模态分解(EMD)的小波熵阈值地震信号去噪[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2016, 46(1): 262-269.  
LIU Xia, HUANG Yang, HUANG Jing, et al. Wavelet entropy threshold seismic signal denoising based on empirical mode decomposition (EMD)[J]. Journal of Jilin University(Earth Science Edition), 2016, 46(1): 262-269. (in Chinese)
- [2] 杨凯, 刘伟. 基于改进 EMD 的地震信号去噪[J]. 西南石油大学学报(自然科学版), 2012, 34(4): 75-82.  
YANG Kai, LIU Wei. Random noise attenuation of seismic signal based on improved EMD[J]. Journal of Southwest Petroleum University(Science & Technology Edition), 2012, 34(4): 75-82. (in Chinese)
- [3] Li H G, Hu Y, Li F C, et al. Succinct and fast empirical mode decomposition[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 879-895.
- [4] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [5] 王皎, 李振春, 王德营, 等. 基于 CEEMD 的地震数据小波阈值去噪方法研究[J]. 石油物探, 2014, 53(2): 164-172.  
WANG Jiao, LI Zhenchun, WANG Deying, et al. A method for wavelet threshold denoising of seismic data based on CEEMD[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2014, 53(2): 164-172. (in Chinese)
- [6] 李文, 刘霞, 段玉波, 等. 基于小波熵和相关性的高分辨率阈值去噪方法[J]. 数据采集与处理, 2013, 28(3): 371-375.  
LI Wen, LIU Xia, DUAN Yubo, et al. High-resolution threshold denoising method based on wavelet entropy and correlation[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2013, 28(3): 371-375. (in Chinese)
- [7] Rosso O A, Blanco S, Yordanova J, et al. Wavelet entropy: a new tool for analysis of short duration brain electrical signals[J]. Journal of Neuroscience Methods, 2001, 105(1): 65-75.
- [8] Wu Q M, Wang J, Peng X Y, et al. Fault diagnosis of rotating machinery using Gaussian process and EEMD-treelet[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2019, 33(1): 52-73.
- [9] Li Y X, Li Y A, Chen X, et al. A new underwater acoustic signal denoising technique based on CEEMDAN, mutual information, permutation entropy, and wavelet threshold denoising[J]. Entropy, 2018, 20(8): 563.
- [10] Bouhalais M L, Djebala A, Ouelaa N, et al. CEEMDAN and OWMRA as a hybrid method for rolling bearing fault diagnosis under variable speed[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 94(5/6/7/8): 2475-2489.
- [11] 张杏莉, 卢新明, 贾瑞生, 等. 基于变分模态分解及能量熵的微震信号降噪方法[J]. 煤炭学报, 2018, 43(2): 356-363.  
ZHANG Xingli, LU Xinming, JIA Ruisheng, et al. Micro-seismic signal denoising method based on variational mode decomposition and energy entropy[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(2): 356-363. (in Chinese)
- [12] Zhou Z B, Lin L, Li S X. International stock market contagion: A CEEMDAN wavelet analysis[J]. Economic Modelling, 2018, 72: 333-352.[LinkOut]
- [13] 李锋, 林阳阳, 赵辉, 等. 基于 CEEMDAN-SVM 的液压泵故障诊断方法研究[J]. 液压与气动, 2016(1): 125-129.  
LI Feng, LIN Yangyang, ZHAO Hui, et al. Fault diagnosis of hydraulic pump based on CEEMDAN-SVM[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2016(1): 125-129. (in Chinese)
- [14] 刘颜明. 基于变分模态分解的滚动轴承故障诊断系统研究[D]. 大庆: 东北石油大学, 2018.  
LIU Yanming. Research on bearing fault diagnosis system based on variational mode decomposition [D]. Daqing: Northeast Petroleum University, 2018. (in Chinese)
- [15] 黄阳. 基于经验模态分解的轴承故障诊断系统研究[D]. 大庆: 东北石油大学, 2016.  
HUANG Yang. Research on bearing fault diagnosis system based on empirical mode decomposition [D]. Daqing: Northeast Petroleum University, 2016. (in Chinese)
- [16] Wang Y H. The ricker wavelet and the lambert w function[J]. Geophysical Journal International, 2015, 200(1): 111-115.