

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.05.012

# 基于扩展集员估计的气体源定位方法

陆 轶<sup>1</sup>, 石华云<sup>2</sup>

(1.重庆市公安局两江新区分局 科技信息化科,重庆 401122;2.上海航天控制技术研究所,上海 201109)

**摘要:**提出一种基于扩展集员滤波框架的室内气体源分布式定位方法。相对于基于随机模型的统计估计方法(扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波),此方法只需要知道未知噪声的边界,不考虑噪声的随机性。利用静态湍流模型迭代计算定位误差边界,将位置状态真实值有效地包含在估计范围内,从而能达到的定位可信度。同时引入最小二乘法进行初步定位,以克服扩展集员滤波的初始点选取问题。最后通过基于无线电子鼻的室内定位仿真实验,证明算法的可行性和有效性。

**关键词:**扩展集员估计;静态湍流模型;最小二乘法;气体源定位

中图分类号:TP273

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2020)05-104-10

## Gas source location method based on extended set estimator

LU Yi<sup>1</sup>, SHI Huayun<sup>2</sup>

(1.Science and Technology Information Section of Liang Jiang New Area Branch of Chongqing Municipal Public Security Bureau, Chongqing 401122, P. R. China;2.Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109, P. R. China)

**Abstract:** This paper presents a distributed location method for indoor gas source based on extended set-membership filtering. Compared with the statistical estimation method based on stochastic model (extended Kalman filter and unscented Kalman filter), this kind of method only needs to know the boundary of the unknown noise, regardless of the randomness of the noise. The static turbulence model is utilized to calculate iteratively the positioning error boundary, and the actual value of the position state is effectively included in the estimation range, so that the positioning credibility can be achieved. Meanwhile, the least squares method is introduced to carry out the initial positioning to overcome the problem of initial point selection of the extended set membership filtering. Finally, indoor positioning simulation experiment based on the wireless electronic nose is conducted and the feasibility and validity of the proposed method are verified.

**Keywords:** extended set-membership filter; static turbulence model; least squares method; gas source location

随着工业化进程加快,气体使用也变得越加普遍。由于意外气体泄漏通常是不可预测的,且气体排放没有固定通道,从而引起严重的环境污染和安全问题。解决该问题一个有效的方法就是确定气体泄漏源的位置。

收稿日期:2019-12-10

作者简介:陆轶(1983—),男,硕士研究生,主要从事公共安全智能感知、系统架构方向研究,(E-mail)270929159@qq.com。

置,从源头上阻止有毒气体的扩散。如何快速和准确定位气体泄漏源成为了目前的研究热点。

当前室内气体源定位方式主要分为基于机器人的主动嗅觉和传感器网络的非主动嗅觉<sup>[1]</sup>。主动式嗅觉将气体传感器和视觉传感器安装在机器人上,尽可能地移动并接近目标,从而得到较为精确的测量值。然而这种方式对周围环境条件要求较高,对存在障碍物或者大搜索区域等复杂环境,机器人只能远离目标进行测量,导致无法完成气体源搜索和定位任务。此外,机器人因自带电源能量有限,只能在短时间内工作,严重限制了其应用范围<sup>[2]</sup>。而非主动嗅觉技术采用价格低廉的传感器节点,根据环境条件,自组织网络进行气体检测。节点的布置方式比较灵活,适用于各种环境条件(如危险区域、有障碍物区域、人员活动区域等)。另外节点能耗较低,能够长时间工作。所以基于传感器网络的气体源定位方式广泛应用于环境检测,火灾预警和工业设备安全监控等领域。

气体源定位方法主要分为三类:基于搜索行为,基于模型分析和结合视觉。由于传感器网络中节点布置位置固定,采集的图像不能有效地表达环境空间的深度信息,所以主要采用基于模型分析定位方法。此方法主要特点是利用烟羽分布模型或者流体模型,基于气体、风速等传感器测量值,估计气体源位置。Kuang使用非线性最小二乘法来对气体源定位<sup>[3-4]</sup>,给出了估计误差和传感器数量、不同背景噪声之间的关系。Wang利用极大似然法定位气体源<sup>[5-6]</sup>,得出估计误差和噪声服从均匀分布、高斯分布的关系。Zhang用扩展卡尔曼滤波对移动机器人定位<sup>[7]</sup>,得到了很好的定位效果。Sun用无迹卡尔曼滤波对室内移动定位<sup>[8]</sup>,获得比扩展卡尔曼滤波更高的精确度,且简化了计算。Zhang<sup>[9]</sup>提出一种动态分簇传感网络分布式粒子滤波定位算法,在保证参数量估计和定位精度的同时可有效降低节点能耗平衡网络生命周期。Kuang<sup>[10]</sup>基于贝叶斯原理,提出一种粒子滤波算法用于WSN的气体污染源定位,该算法采用权重质心法确定预估定位初始点、退避定时排序法确定参与定位节点信息发送顺序及采用残差重抽样算法减少抽样方差以提高滤波性能。仿真结果表明所提出的算法定位性能优于EKF及非线性最小二乘法。

已有的文献将模型误差和测量偏差考虑为随机,从而在随机框架下讨论气体源定位问题。这类方法要求噪声必须有一定的先验知识或者满足一定的分布,而在实际情况下,噪声源是未知的。将噪声的不确定性考虑为未知且有界的集合,不仅能简化先验假设条件,提供更可靠的表达,且实际系统的噪声边界是易于确定,便于应用。鉴于此种观点,研究者提出了扩展集员滤波(ESMF, extended set-membership filter)算法。扩展集员估计算法<sup>[11]</sup>估计结果是一个可行集合而不是一个确定的值,真实值一定在可行集合中。常见的可行集合形状有椭球、区间、超平面、全对称多胞形。由于椭球集具有仿射不变性,计算较小,自适应较强等优点,使其具有较好的应用价值。目前已广泛的应用于系统辨识、状态估计、故障诊断等领域。

将气体扩散的模型偏差和测量噪声考虑为椭球集合,提出了基于集员估计的室内气体源定位算法。设定所有的气体浓度测量值来自于气体传感器,并且是经过数值处理。利用静态湍流模型迭代计算定位误差边界,将位置状态真实值有效地包含在估计范围内,从而能达到100%的定位可信度。同时引入最小二乘法进行初步定位,以克服ESMF的初始点选取问题。并通过基于无线电子鼻的室内定位仿真实验,证明算法的可行性和有效性。

## 1 室内气味源定位原理

### 1.1 气味源定位原理

当气体泄露后,气体分子在空气中扩散运动。随着距离气味源的远近而不同,在空间中形成不同的空间浓度分布,也叫烟羽轨迹。由于无法预测空气中湍流的影响,因而在其传播过程中烟羽的结构变得复杂且分布不连续。目前常用的烟羽模型主要分为静态环境模型和动态环境模型。静态环境模型包括高斯模型(Gaussian plume puff model)、BM模型(britter and mcquaid)、FEM3模型、气体湍流扩散模型,动态环境模型包括动态室内烟羽模型、动态室外烟羽模型。

虽然在真实环境中烟羽的结构十分复杂,但是室内气体分子扩散速度通常要比风速慢,在微风的情况下,主要是空气中的湍流决定烟羽的结构。常用扩散模型包括高斯模型、基于湍流扩散理论的静态模型和动态室内烟羽模型等。这类模型是在考虑一定假设条件下得到的,但基本能表征气体在室内空间中的浓度分布特征。已有相关的定位研究中,在随机框架下,不能确定模型误差的分布,通常将模型的偏差省略。由于

不需考虑干扰和噪声的概率分布,只需考虑其上下界,所以将其考虑为未知的有界系统噪声。其模型结构为

$$C^i(x_m^i, y_m^i) = g(x_m^i, y_m^i, x, y) + \Delta g + v^i, \quad (1)$$

$$C^i(x_m^i, y_m^i, t) = g(x_m^i, y_m^i, x, y, t) + \Delta g + v^i, \quad (2)$$

其中:式(1)表示静态烟羽模型包括基于湍流扩散理论的静态模型和高斯模型等;式(2)表示动态烟羽模型包括动态室内烟羽模型等。 $C^i, x_m^i, y_m^i$  分别表示第  $i$  个传感器气体浓度测量值,横向坐标位置和纵向坐标位置; $\Delta g$  表示模型偏差; $v^i$  表示第  $i$  个传感器的测量噪声,  $i \in (1, \dots, N)$ 。将风速、扩散速率等模型的参数都考虑为定值,故在公式中忽略不计。

## 1.2 定位模型

将公式(1)中  $\Delta g + v^i$  合并为  $\bar{v}^i$ ,省略位置常量  $[x_m^i \ y_m^i]$ 。设定气体源位置为状态变量  $\mathbf{X}_k^i = [x_k^i \ y_k^i]^T \in R^2$ ,第  $i$  个传感器的气体浓度测量值为  $Y_{k+1}^i \in R$ 。同时离散化处理,得到状态空间描述为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1}^i = \mathbf{X}_k^i; \\ Y_{k+1}^i = g(\mathbf{X}_{k+1}^i) + \bar{v}_{k+1}^i, \end{cases} \quad (3)$$

式中,下标  $k$  代表在扩散时刻, $g(\cdot)$  表示气体扩散模型。

## 1.3 定位过程

在传感网络环境下,传统的定位过程分为 2 步:集中式预定位和分布式定位。预定位是在中心节点通讯得到各传感器节点浓度信息的情况下,进行多传感器信息融合,获得初步定位值;分布式定位是各传感器节点利用初步定位值,分布式估计定位。已有的集中式定位方法主要有极大似然法、非线性最小二乘法、粒子滤波等,但是这些方法主要基于概率模型,而且得到位置信息只是一个点,不适用于定位结果,所以需要设计能够得到集合的预定位算法,分布式定位中主要考虑 ESMF 方法。

## 2 ESMF

集员滤波是一种针对未知而有界噪声的状态估计方法。而 ESMF 是针对非线性系统,基于拉格朗日线性化设计的集员滤波方法,可以根据噪声集合和模型线性化偏差集合,迭代分析和计算气体源的位置集合,将真实位置被限定在估计范围内,提供 100% 的定位可信度。主要采用椭球集合表示状态和噪声的不确定性。针对式(3),在  $k$  时刻的噪声  $\bar{v}_i$  的集合表示为  $E(0, R_k^i)$ ,其中  $E(a, \mathbf{P})$  表示椭球集,其定义为  $E(a, \mathbf{P}) = \{x \in R^n \mid (x-a)^T \mathbf{P}^{-1} (x-a) \leq 1\}$ 。式中  $a$  为椭球集的中心,  $\mathbf{P}$  为椭球的包络矩阵,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ 。

### 2.1 Lagrange 余项区间分析

公式(2)中存在非线性函数项  $g(\cdot)$ ,在  $k$  时刻的估计值为  $\hat{\mathbf{X}}_k^i$  处泰勒线性化展开,将高阶项忽略不记,可得

$$Y_{k+1}^i = g(\mathbf{X}_{k+1}^i) \Big|_{\mathbf{x}_{k+1}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^i} + G_{k+1}^i (\mathbf{X}_{k+1}^i - \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^i) + O((\mathbf{X}_{k+1}^i)^2) + \bar{v}_{k+1}^i, \quad (4)$$

$$G_{k+1}^i = [G_{k+1,1}^i \cdots G_{k+1,j}^i \cdots G_{k+1,m}^i] = \frac{\partial g(\mathbf{X}_{k+1}^i)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{x}_{k+1}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^i}, \quad (5)$$

将 ESMF 用于非线性系统分析的关键之一就在于确定 Lagrange 余项进行区间分析,得到其不确定性边界。故令

$$R^i(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^i, \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i) = O((\mathbf{X}_{k+1}^i)^2), \quad (6)$$

式中:  $\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i = \mathbf{X}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i$ ; 噪声  $|\bar{v}_{k+1|k}^i| \leq \bar{V}_{k+1}^i, \bar{V}_{k+1}^i > 0$ 。在(4)式中 Lagrange 余项区间为

$$\begin{aligned} R^i(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^i, \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i) &= [R^{i,1}(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,1}, \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i), \dots, \\ &R^{i,j}(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,j}, \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i), \dots, R^{i,m}(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,m}, \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$R^{i,j}(\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,j}, \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i) = \frac{1}{2} (\Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,j})^T \frac{\partial^2 g^j(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}^i)}{\partial \mathbf{X}} \Delta \tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,j}, \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1}^{i,j} = [\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{i,j} - \sqrt{\mathbf{P}_{k+1|k}^{i,jj}} \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{i,j} + \sqrt{\mathbf{P}_{k+1|k}^{i,jj}}], \quad (9)$$

其中,上标  $j=1, \dots, m$  代表第  $j$  个状态,  $jj$  表示矩阵的  $(j, j)$  元素。

## 2.2 ESMF 算法

ESMF 算法流程图如图 1 所示。

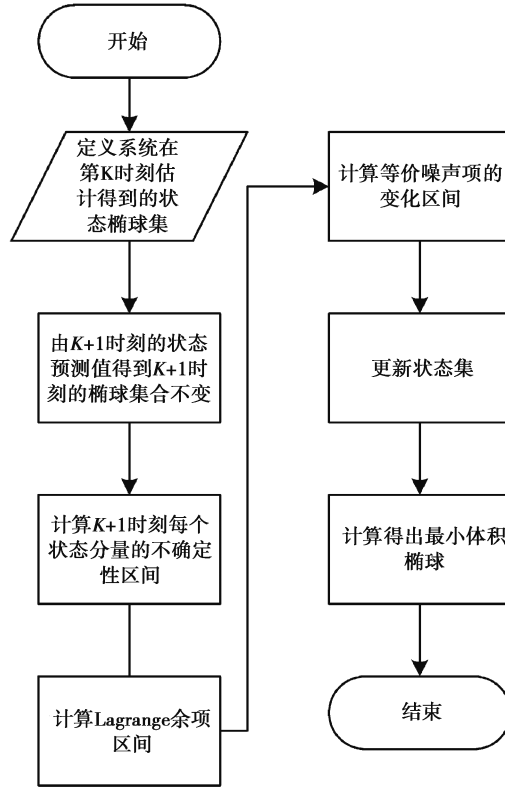


图 1 ESMF 算法流程图

Fig. 1 ESMF Algorithm Flow-chart

定义系统初始状态估计椭球集  $X_0^i \in E(\hat{X}_0^i, P_0^i)$ , 在第  $k(k=0, 1, 2, \dots)$  时刻估计得到的状态椭球集为  $E_k^i = X_k^i \in E(\hat{X}_k^i, P_k^i)$ ,  $k+1$  时刻的 ESMF 算法的迭代过程如下

步骤 1: 状态预测值为  $\hat{X}_{k+1|k}^i = \hat{X}_k^i$ , 由此可得, 状态预测值对应的椭球集合保持不变,  $P_{k+1|k}^i = P_k^i$ ;

步骤 2: 根据式(9)计算  $k+1$  时刻每个状态分量的不确定性区间;

步骤 3: 按式(7)(8)计算 Lagrange 余项区间  $R^i(\Delta \tilde{X}_{k+1}^i, \hat{X}_{k+1|k}^i)$ ;

步骤 4: 计算等价噪声项  $\tilde{v}_{k+1}^i$  的变化区间  $\tilde{V}_{k+1}^i$ ;

$$\tilde{V}_{k+1|k}^i = \{v_{k+1}^i : |v_{k+1}^{i,j}| \leq r_j, j=1, \dots, m\}, \quad (10)$$

$$r_j = \text{rad}(R^{i,j}(\Delta \tilde{X}_{k+1}^i, \hat{X}_{k+1|k}^i)) + \bar{V}_{k+1}^{i,j}, |v_{k+1}^{i,j}| \leq \bar{V}_{k+1}^{i,j}, \quad (11)$$

步骤 5: 计算基于输出  $Y_{k+1}^i$  的状态集更新为

$$S_{k+1}^i = \bigcap_{j=1}^m \{X_{k+1}^{i,j} : Z_{k+1}^{i,j} - r_j \leq \mathbf{G}_{k+1,j}^T X_{k+1}^i \leq Z_{k+1}^{i,j} + r_j\}, \quad (12)$$

$$Z_{k+1}^{i,j} = Y_{k+1}^{i,j} - g_j(\hat{X}_{k+1|k}^i) + \mathbf{G}_{k+1,j}^T \hat{X}_{k+1|k}^i. \quad (13)$$

步骤 6: 计算包含在交集  $(P_{k+1|k}^i \cap S_{k+1}^i)$  的最小体积椭球  $P_{k+1}^i$ ;

状态值和椭球得包络矩阵初始值分别为  $\hat{X}_{k+1}^{i,0} = \hat{X}_{k+1|k}^i, P_{k+1}^{i,0} = P_{k+1|k}^i$ ;

当  $j=1, \dots, m$  时,  $g_j = \mathbf{H}_{k,i}^T P_k^{i-1} H_{k,i}$ , 令

$$\alpha_i^+ = \frac{z_k^i - \mathbf{H}_{k,i}^T \hat{\mathbf{x}}_k^{i-1} + r_k^i}{\sqrt{g_j}}, \alpha_i^- = \frac{z_k^i - \mathbf{H}_{k,i}^T \hat{\mathbf{x}}_k^{i-1} - r_k^i}{\sqrt{g_j}}. \quad (14)$$

假如  $\alpha_i^+ > 1$ , 则令  $\alpha_i^+ = 1$ ; 假如  $\alpha_i^- < -1$ , 则令  $\alpha_i^- = -1$ ; 假如  $\alpha_i^+ \alpha_i^- \leq -\frac{1}{n}$ , 则  $P_k^i = P_k^{i-1}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_k^i = \hat{\mathbf{x}}_k^{i-1}$ , 否则:  $\hat{\mathbf{x}}_k^i = \hat{\mathbf{x}}_k^{i-1} + q_i \frac{\mathbf{H}_{k,i} e_i}{d_i^2}$ ,  $\mathbf{P}_k^i = (1 + q_i - \frac{q_i e_i^2}{d_i^2 + q_i g_j})$ .

在式子  $\bar{D}_{k|k-1}^i = (1 + q_i - \frac{q_i e_i^2}{d_i^2 + q_i g_j}) D_{k-1}^{i-1}$  中,  $e_i = \sqrt{g_j} \frac{\alpha_i^+ + \alpha_i^-}{2}$ ,  $d_i = \sqrt{g_j} \frac{\alpha_i^+ - \alpha_i^-}{2}$ . 在迭代过程中,  $q_i > 0$  的值可以通过最小化  $P_k^i$  体积得到

$$(n-1)g_j^2 q_i^2 + ((2n-1)d_i^2 - g_i + e_i^2)g_i q_i + (n(d_i^2 - e_i^2) - g_i)d_i^2 = 0. \quad (15)$$

最后得到  $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^m$ ,  $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^m$ .

当传感器出现故障时, 测量值不一定准确。也就是说  $\mathbf{P}_{k|k-1} \cap S_k$  将会是空集。这种情况下  $\alpha_i^+ < -1$  或者  $\alpha_i^- > 1$ , 此算法已经处理。

### 3 最小二乘法预定位和初始椭球计算

基于非线性模型的参数估计问题, 不论是扩展卡尔曼滤波还是无迹卡尔曼滤波法, 一般均需要迭代法。为了防止数值不稳定, 需要确定初始搜索点。而扩展集员估计在迭代运算过程中需要确定初始椭球的大小。在传感网络环境下, 通过集中非线性最小二乘法对气体源进行预定位, 作为各个传感器节点进行分布式扩展集员估计的初始椭球中心点。

$$J = \sum_{i=1}^N (C^i - g(x_m^i, y_m^i, x, y))^2, i \in (1, \dots, N), \quad (16)$$

结合式(1)或者(2), 利用非线性最小二乘法求解的 Levenberg-Marquardt 算法, 大致估计出迭代估计的初值  $\hat{\mathbf{X}}_0^i = (\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ 。对于传感器  $i$  而言, 其初始椭球为  $\mathbf{X}_0^i \in E(\hat{\mathbf{X}}_0^i, \mathbf{P}_0^i)$ ,  $\hat{\mathbf{X}}_0^i = (\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ 。需要设计椭球的包络矩阵  $\mathbf{P}_0^i$ , 使得气体源的真实位置值  $(x, y)$  一定在这个初始椭球之内。而初始估计值  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$  与真实值  $(x, y)$  之间的偏差大小, 体现在  $\mathbf{E}_j^i = |g_j(x_m^i, y_m^i, \hat{x}_0, \hat{y}_0) - C_j^i|$ ,  $\mathbf{E}^i = [E_1^i, \dots, E_m^i]^T$  上。假设真实值  $(x, y)$  正好在初始椭球的边界上, 而对应的测量值区间为  $\mathbf{Y}_0^{i,j} \in [\bar{Y}_0^{i,j}, \tilde{Y}_0^{i,j}]$ , 其中,  $\tilde{Y}_0^{i,j} = g_j(x_m^i, y_m^i, \hat{x}_0, \hat{y}_0) - E_j^i$ ,  $\bar{Y}_0^{i,j} = g_j(x_m^i, y_m^i, \hat{x}_0, \hat{y}_0) + E_j^i$  输出  $[\tilde{Y}_0^{i,j}, \bar{Y}_0^{i,j}]$  的状态集为

$$S_0^i = \bigcap_{j=1}^m \{ \mathbf{X}_0^{i,j} : \tilde{Z}_0^{i,j} - r_j \leq \mathbf{G}_{0,j}^T \mathbf{X}_0^i \leq \bar{Z}_0^{i,j} + r_j \}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_0^{i,j} &= \tilde{Y}_0^{i,j} - g_j(\hat{\mathbf{X}}_0^i) + \mathbf{G}_{0,j}^T \hat{\mathbf{X}}_0^{i,j}, \\ \bar{Z}_0^{i,j} &= \bar{Y}_0^{i,j} - g_j(\hat{\mathbf{X}}_0^i) + \mathbf{G}_{0,j}^T \hat{\mathbf{X}}_0^{i,j}. \end{aligned} \quad (18)$$

当  $m$  大于状态的维数, 此状态集合为全封闭的多面体, 根据  $\hat{\mathbf{X}}_0^i = (\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ , 可以得到内嵌于多面体的最小初始椭球集合。当  $m$  小于状态维数, 状态集合为半封闭的多面体, 只能根据中心点  $\hat{\mathbf{X}}_0^i = (\hat{x}_0, \hat{y}_0)$  得到支撑于多面体边界的初始椭球集合。在设计包络矩阵  $\mathbf{P}_0^i$  时, 只能确定  $m$  个特征值, 设最大的特征值为  $\lambda_{\max}^i$ 。由于这种情况不能确定最小椭球集合, 为此约定, 包络矩阵  $\mathbf{P}_0^i$  的其他特征值可以设计为小于  $\lambda_{\max}^i$  的任一特征值。

### 4 数值实例

应用 Matlab 仿真的方法, 将基于 UD 分解的 ESMF 算法应用到气味源定位中。采用以下的湍流扩散方程来近似烟羽的分布

$$C_i(x_i, y_i) = \frac{q}{2\pi K} \frac{1}{x_i} \exp\left[-\frac{U}{2K}(d - \Delta x)\right], \quad (19)$$

$$d = \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2}, \quad (20)$$

$$\Delta x = (x_i - x_s) \cos \theta + (y_i - y_s) \sin \theta, \quad (21)$$

式中:  $C_i$  是检测到的气体浓度 (ppm);  $q$  是气体的扩散速率 ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $K$  是湍流扩散系数;  $U$  是风速 ( $\text{m}/\text{s}$ );  $\theta$  是风速和轴  $x$  之间的夹角;  $(x_s, y_s)$  是气体源的位置;  $(x_i, y_i)$  是当前传感器的位置。记传感器节点位置  $(x_i, y_i) = (z_i^1, z_i^2)$ , 气体湍流模型的状态空间描述如下所示

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{k+1}^1 \\ x_{k+1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^1 \\ x_k^2 \end{bmatrix}, \\ y_{k+1} = \sqrt{(z_i^1 - x_{k+1}^1)^2 + (z_i^2 - x_{k+1}^2)^2} - z_i^1 + x_{k+1}^1 + v_{k+1}, \end{cases} \quad (22)$$

在湍流扩散模型中,把气体源的位置信息作为状态变量,过程噪声设为 0,则过程方程即为

$$\begin{cases} x_{k+1}^1 = x_k^1, \\ x_{k+1}^2 = x_k^2, \end{cases} \quad (23)$$

对式(19)的两边同时取对数,移项可得

$$-(\ln C_i(x_i, y_i) - \ln q + \ln(2\pi K) + \ln x_i) \frac{2K}{U} = d - \Delta x, \quad (24)$$

由于  $q, K, U$  为常数,故等式左边也为常数,令  $y = -(\ln C_i(x_i, y_i) - \ln q + \ln(2\pi K) + \ln x_i) \frac{2K}{U}$ 。

观测方程由测量浓度值和测量噪声组成

$$y_{k+1} = \sqrt{(x_i - x_{k+1}^1)^2 + (y_i - x_{k+1}^2)^2} - x_i + x_{k+1}^1 + v_{k+1}, \quad (25)$$

这里  $v_k$  代表未知但有界的噪声  $|v_k| \leq V_k$ 。

Jacobian 矩阵计算如下

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \Big|_{x = \hat{x}_{k|k-1}}, \quad (26)$$

$$\left[ 1 - \frac{z_i^1 - \hat{x}_{k|k-1}^1}{\sqrt{(z_i^1 - \hat{x}_{k|k-1}^1)^2 + (z_i^2 - \hat{x}_{k|k-1}^2)^2}} - \frac{z_i^2 - \hat{x}_{k|k-1}^2}{\sqrt{(z_i^1 - \hat{x}_{k|k-1}^1)^2 + (z_i^2 - \hat{x}_{k|k-1}^2)^2}} \right],$$

在式(19)中 Lagrange 余项为

$$\mathbf{R}_2^1(\Delta x_k, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \frac{1}{2} [\Delta \tilde{x}_k^1 \Delta \tilde{x}_k^2] \mathbf{M}_k [\Delta \tilde{x}_k^1 \Delta \tilde{x}_k^2]^T, \quad (27)$$

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} \frac{(z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2}{((z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2 + (z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)(z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)}{((z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2 + (z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2)^{\frac{3}{2}}} & \frac{(z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)(z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)}{((z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2 + (z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2)^{\frac{3}{2}}} \\ -\frac{(z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)(z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)}{((z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2 + (z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2)^{\frac{3}{2}}} & \frac{(z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2}{((z_i^1 - \tilde{\mathbf{X}}_k^1)^2 + (z_i^2 - \tilde{\mathbf{X}}_k^2)^2)^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

在仿真实验中,定义  $U=0.07, K=0.3, q=200 \times 10^{-6}, \theta=0$ , 测量噪声  $|v_k| \leq 0.01$ , 气体源位于  $(1, 1)$ ,

包络矩阵  $\mathbf{P}$  初始化为  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix}$ 。

#### 4.1 单点定位与基于 Levenberg-Marquardt 的单点定位

为了验证提出算法在定位中的优越性,仿真中,首先用一个传感器的位置和检测到的浓度信息,通过单纯的 ESMF 算法得出最后的可行椭球集,把最后椭球集的中心作为估计值,此时初始值随机产生,结果如图 2 所示。其次随机生成 3 个传感器位置,用 Levenberg-Marquardt 算法算出大致估计值后代入 ESMF 算法,如图 3 所示。分别运行 6 次,单点定位和基于 Levenberg-Marquardt 算法的单点定位结果如表 1 和表 2 所示。

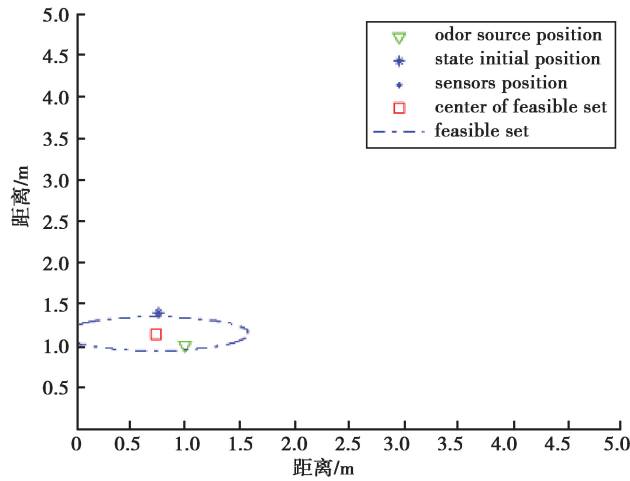


图 2 单点定位

Fig. 2 Single-point location

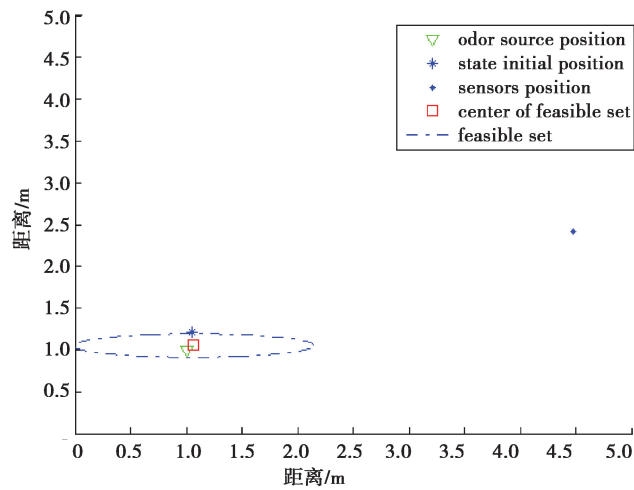


图 3 基于 Levenberg-Marquardt 算法的单点定位

Fig. 3 Levenberg-Marquardt based algorithm single-point location

从可行椭圆集面积来看,单点定位的椭圆集面积从 1.256 6 变换到 0.543 3,而基于 Levenberg-Marquardt 的单点定位的椭圆集面积从 1.256 6 变换到 0.473 8。从表 1 和表 2 的估计误差平均值来看,单点定位 6 次的平均误差为 1.604 5,而基于 Levenberg-Marquardt 算法的单点定位六次的平均误差为 0.509 5,显然第二种算法的精度较高。由此可知,初始值的选取对算法的影响是比较大的,合理选取初值可以减小定位误差。

表 1 运行 6 次单点定位结果

Table 1 The result of running 6 single-point location program

次数	初始值	估计值	误差
1	(0.764 4, 1.389 5)	(0.739 5, 1.141 9)	0.296 7
2	(0.836 3, 1.829 5)	(0.786 6, 1.468 4)	0.514 7
3	(0.750 8, 3.080 6)	(0.968 0, 3.594 1)	2.594 3
4	(2.488 2, 1.451 0)	(2.524 0, 1.154 6)	1.531 8

续表 1

次数	初始值	估计值	误差
5	(4.444 0,3.059 3)	(4.388 9,2.884 9)	3.877 8
6	(1.795 1,1.657 2)	(1.753 9,1.300 0)	0.811 4
Average value			1.604 5

表 2 运行 6 次基于 Levenberg-Marquardt 算法的单点定位结果

Table 2 The result of running 6 Levenberg-Marquardt based algorithm single-point location program

次数	初始值	估计值	误差
1	(1.051 8,1.206 9)	(1.068 8,1.051 9)	0.086 2
2	(1.370 3,1.441 4)	(1.389 8,1.181 0)	0.429 8
3	(1.078 2,1.254 9)	(1.157 9,1.012 7)	0.158 4
4	(1.331 6,1.296 2)	(1.306 2,0.974 4)	0.307 2
5	(0.936 2,0.682 0)	(0.841 5,0.995 1)	0.158 5
6	(1.240 8,1.264 1)	(1.310 6,1.032 5)	0.312 3
Average value			0.509 5

4.2 基于 Levenberg-Marquardt 的单点定位与基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位

选择 6 个传感器进行多点定位,对获得的 6 个椭球集进行数据融合,计算出椭球集中心的平均值作为最后估计结果。基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位如图 4 所示,明显可以看出,基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位的椭球集面积从 1.256 6 变换到 0.099 3,椭球集变得比基于 Levenberg-Marquardt 的单点定位更小了。

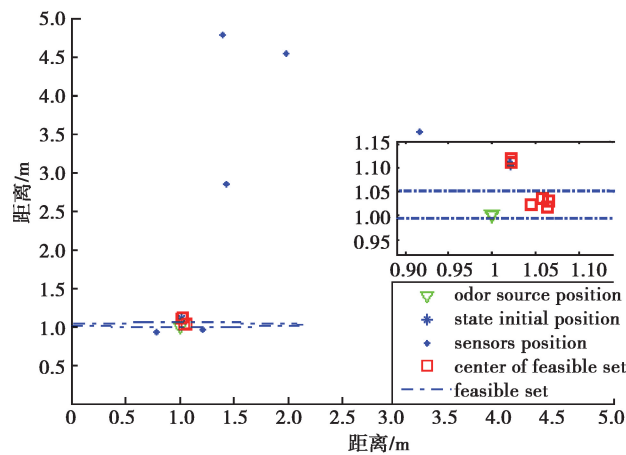


图 4 基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位

Fig. 4 Levenberg-Marquardt based algorithm multi-point location

表 3 反映了基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位算法运行 6 次结果。从估计误差的平均值来看,基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位的误差平均值为 0.088 7,明显低于单点定位的误差平均值 0.509 5。因此,多个传感器协同定位的效果比单个传感器定位要好。



表 3 运行 6 次基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位结果  
 Table 3 The result of running 6 Levenberg-Marquardt based algorithm multi-point location program

次数	初始值	估计值	误差
1	(1.021 3, 1.109 4)	(1.046 8, 1.055 9)	0.072 9
2	(0.964 4, 1.038 8)	(0.980 8, 0.961 4)	0.041 3
3	(0.951 8, 1.105 7)	(0.994 0, 0.984 7)	0.016 4
4	(1.199 0, 1.162 5)	(1.162 1, 1.103 1)	0.192 1
5	(1.140 0, 0.985 6)	(1.100 9, 1.049 1)	0.112 2
6	(0.892 0, 0.868 2)	(0.909 9, 0.962 4)	0.097 6
Average value			0.088 7

#### 4.3 基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位传感器个数与估计误差的关系

为了比较传感器个数和误差大小之间的关系,使传感器数量从 1 增加到 50,设定迭代的初始点为一定值且均为(1.3, 1.3),得出的曲线如图 5 所示。其中初始值与真实值之间的误差为 0.424 3。

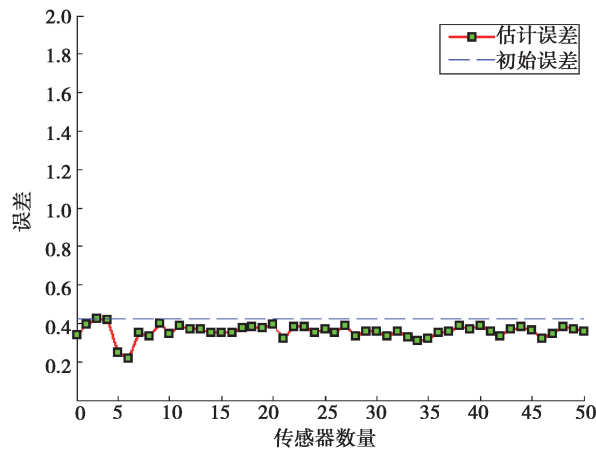


图 5 传感器个数与误差大小之间的关系

Fig. 5 The relationship between the sensor quantity and the error value

从图 5 可以看出,当初始值定位时,估计误差都小于初始误差;当传感器数量增加时,估计误差的变化并不是很明显,另外在传感器个数为 6 左右时,误差相对于相邻个数的传感器定位而言要小,由此可知,并不是传感器个数越多,定位效果越好,传感器个数在 6 左右最优。

## 5 结 语

ESMF 算法被用于气味源的定位,测量噪声设为未知但有界从而能脱离随机框架的限制。利用 Taylor 公式展开非线性观测方程,使用区间分析计算 Lagrange 余项。气味源位置被限制椭球集中,椭球集越来越小。分别比较单点定位、基于 Levenberg-Marquardt 的单点定位和基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位所得的定位结果,得出基于 Levenberg-Marquardt 的多点定位估计结果在椭球集大小和估计误差上均为最优。得出传感器个数和估计误差之间的关系,传感器个数在 6 左右误差相对较小。

## 参考文献:

- [1] Jatmiko W, Sekiyama K, Fukuda T. A pso-based mobile robot for odor source localization in dynamic advection-diffusion with obstacles environment: theory, simulation and measurement[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2007, 2(2):37-51.
- [2] Tianlu F. Indoor odour source localisation using robot: Initial location and surge distance matter? [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(6):637-647.
- [3] Kuang X H, Shao H H. Study of plume source localization based on WSN[J]. Journal of System Simulation, 2019, 19(7): 1464-1467.
- [4] 吴玉秀, 孟庆浩, 曾明. 基于移动传感器网络的气体源定位[J]. 天津大学学报, 2015, 48(2):139-146.  
WU Yuxiu, MENG Qinghao, ZENG Ming. Gas source localization based on mobile sensor network[J]. Journal of Tianjin University, 2015, 48(2):139-146. (in Chinese)
- [5] Wang S, Yi C, Yang Z. Gas source localization based on maximum likelihood with arbitrary deployment WSN[C/OL]. Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference. New York, USA: IEEE, 2014(2014-09-15) [2020-01-25]. <https://doi.org/10.1109/ChiCC.2014.6896647>
- [6] 匡兴红, 邵惠鹤. 无线传感器网络在气体源预估定位中的应用[J]. 华东理工大学学报:自然科学版, 2006, 32(7): 780-783.  
KUANG Xinghong, SHAO Huihe. Application of sensor networks in plume source position estimation[J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2006, 32(7):780-783. (in Chinese)
- [7] Sun C J, Kuo H Y, Lin C E. A sensor based indoor mobile localization and navigation using Unscented Kalman Filter[C/OL]. IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. New York, USA: IEEE, 2010(2010-07-08) [2020-01-25]. <https://doi.org/10.1109/PLANS.2010.5507249>
- [8] Zhang F, Huang L, Yuan S, et al. A novel strategy of localization based on EKF for mobile robot[C/OL]. Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference. New York, USA: IEEE, 2014(2014-09-15) [2020-01-25]. <https://doi.org/10.1109/ChiCC.2014.6896644>
- [9] 张勇, 张立毅, 孟广超, 等. 分簇传感网络分布式粒子滤波气体释放源定位算法[J]. 传感技术学报, 2016, 29(8): 1239-1246.  
ZHANG Yong, ZHANG Liyi, MENG Guangchao, et al. Diffusive source localization algorithm based on decentralized particle filter in cluster sensor networks[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2016, 29(8): 1239-1246. (in Chinese)
- [10] 匡兴红, 邵惠鹤. 无线传感器网络中基于贝叶斯技术的气体源定位研究[J]. 兵工学报, 2008, 29(12):1474-1478.  
KUANG Xinghong, SHAO Huihe. Plume source localization based on Bayes using wireless sensor network[J]. Acta Armamentarii, 2008, 29(12):1474-1478. (in Chinese)
- [11] Scholte E, Campbell M E. A nonlinear set-membership filter for on-line applications[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2003, 13(15):1337-1358.

(编辑 侯 湘)