

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.10.008

# PMM 纤维铰在排架结构刚度折减系数取值中的运用

刘毅<sup>1a,1b</sup>, 刘暄<sup>1a,1b</sup>, 黎波<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045;

2. 中国建筑第五工程局有限公司, 长沙 410004)

**摘要:**目前钢筋混凝土排架结构的设计多数基于弹性假定。但在实际工程中,排架结构受力常伴随着混凝土开裂,钢筋与混凝土黏结滑移等现象,而排架结构的二阶效应常使结构刚度退化进一步加重。因此,在对排架结构进行分析的过程中,对材料非线性时二阶效应的计算就显得十分必要。在工程设计中较为切实可行的方法是引入考虑刚度折减的弹性二阶分析法,其准确性很大程度上取决于刚度折减系数的取值,笔者试图通过基于材料模型的 PMM 纤维铰找到合理的排架结构刚度折减系数。

**关键词:**PMM 纤维铰;经过刚度折减的弹性二阶分析;有侧移排架;二阶效应;刚度折减系数

**中图分类号:**TU318

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2020)10-070-09

## Application of PMM fiber hinges to the value of stiffness reduction coefficient of bent structure

LIU Yi<sup>1a,1b</sup>, LIU Xuan<sup>1a,1b</sup>, LI Bo<sup>2</sup>

(1a. College of Civil Engineering; 1b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 2. China Construction Fifth Engineering Division Corp., Ltd., Changsha 410004, P. R. China)

**Abstract:** At present, most of the design of reinforced concrete bent structures is based on elastic assumption. However, in practical engineering, the stress of bent structure is often accompanied by the cracking of concrete and the bond slip between reinforcement and concrete, etc. The second-order effect of the bent structure often aggravates the structural stiffness degradation. Therefore, it is necessary to calculate the second-order effect of material nonlinearity in the analysis of bent structure. A practical method in engineering design is to introduce the elastic second-order analysis with stiffness reduction considered, and its accuracy depends largely on the value of the stiffness reduction factor. This paper tries to find a reasonable stiffness reduction factor of the bent structure through the PMM fiber hinge based on the material model.

**Keywords:** PMM fiber hinge; second order elastic analysis based on stiffness reduction; sway bent; second-order effect; stiffness reduction factor

**收稿日期:**2020-04-15

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(59678035)。

Supported by the National Natural Science Foundation of China(59678035).

**作者简介:**刘暄(1992—),男,重庆大学硕士研究生,从事钢筋混凝土结构研究,(E-mail)liuxuantd@163.com。

刘毅(1971—),男,重庆大学副教授,硕士生导师,(E-mail)liuyicg@163.com。

关于考虑钢筋混凝土非弹性性质的二阶效应设计方法,Paulay 等<sup>[1]</sup>从有利于工程应用的角度出发,为考虑钢筋混凝土结构的非弹性性质率先引入了按构件分类的刚度折减系数,给出了相应的取值建议,并于 1994 年修订的新西兰 NZS 3101 规范中有所体现。在此之后,包括加拿大、美国在内的一些国家,在混凝土结构规范中也推荐使用按构件分类的刚度折减系数来考虑涉及二阶效应的分析问题。中国《混凝土结构设计规范 GB 50010—2002》<sup>[2]</sup>在修订时,为考虑钢筋混凝土框架结构的非弹性性质也引入了“按构件分类的刚度折减系数”。目前大多数结构分析软件采用的是考虑二阶效应的弹性结构分析法,本文中将其简称为弹性二阶分析法。若在弹性二阶分析方法中以折减构件刚度的形式,来近似模拟由于钢筋混凝土的非弹性性质引起的刚度降低,则可称作考虑构件折减刚度的弹性二阶分析法。以这样的方法来进行排架结构的研究,关键是排架柱刚度折减系数的取值如何更加合理、准确。重庆大学团队<sup>[3-4]</sup>对大量的排架算例做过系统性的研究,提出了基于截面模型的 PMM 耦合塑性铰的刚度折减系数的建议值,但在通过对基于材料模型的 PMM 纤维铰的对比分析后发现由此得到的刚度折减系数更为合理。

## 1 采用 PMM 纤维铰的非线性分析

### 1.1 SAP2000 两种 PMM 塑性铰简介及对比

这里采用 SAP2000 分析软件对排架结构做静力非线性分析。在 SAP2000 分析软件中对于材料非线性主要通过 PMM 塑性铰来体现并在软件内部提供了 2 种 PMM 铰:PMM 耦合塑性铰和 PMM 纤维铰。其中 PMM 耦合塑性铰是基于截面模型,它的屈服是由  $P-M_2-M_3$  组成的三维空间屈服面,不再是一个点,SAP2000 默认采取 FEMA-356 报告<sup>[5]</sup>中表 6-8 的模型参数和容许准则来自动定义 PMM 耦合塑性铰属性。而 PMM 纤维铰是基于材料模型,其依据是平截面假定以及每个纤维材料截面的轴向力-轴向和弯矩-曲率应变关系<sup>[6-7]</sup>。

### 1.2 对自动 PMM 耦合铰和 PMM 纤维铰的试验验证

通过对重庆大学团队已经完成的两榀门式框架 KJ-1、KJ-2 进行静载试验<sup>[8-9]</sup>的模拟。其中 KJ-1、KJ-2 配筋与模型尺寸完全相同,1 号框架设计进行大偏压破坏,2 号框架设计进行小偏压破坏<sup>[2]</sup>。所进行的试验加载分为两步:第一步逐步施加竖向荷载至规定值,第二步逐步进行水平荷载施加直至出铰破坏。分别采用 2 种不同的塑性铰模型对试验全过程进行模拟。试验模型、截面配筋及 SAP2000 模型如图 1~3 所示。

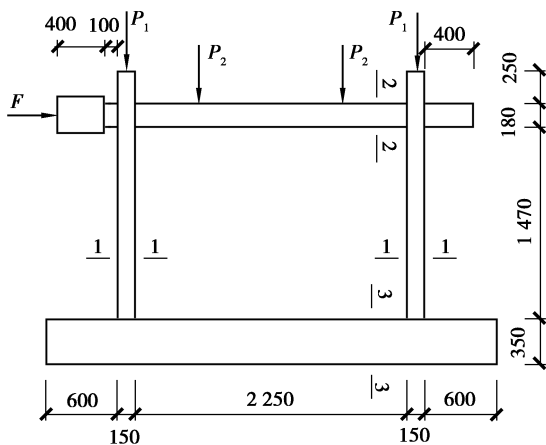


图 1 KJ-1 和 KJ-2 的加载模型

Fig. 1 Loading model of KJ-1 and KJ-2

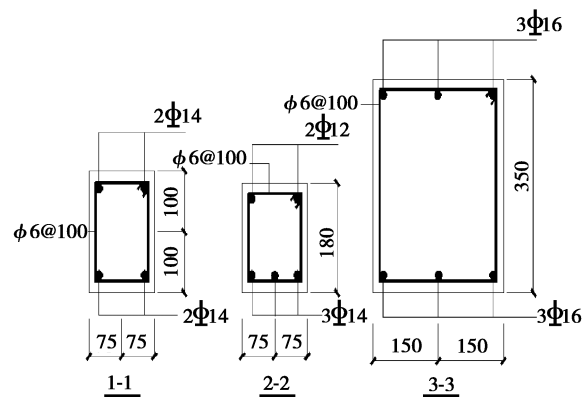


图 2 KJ-1 和 KJ-2 的梁、柱配筋图

Fig. 2 Beam and column reinforcement of KJ-1 and KJ-2

SAP2000 中采用与实验相同的加载模式,采用位移控制,钢筋应力-应变本构模型选用软件自带的 Simple 模型。混凝土的应力-应变本构模型选取 Mander Unconfined 混凝土模型。通过模拟发现结构出铰部位多集中在柱端梁端。将试验结果与使用 PMM 纤维铰和自动耦合铰进行模拟得到的曲线进行对比,详见图 4~5。

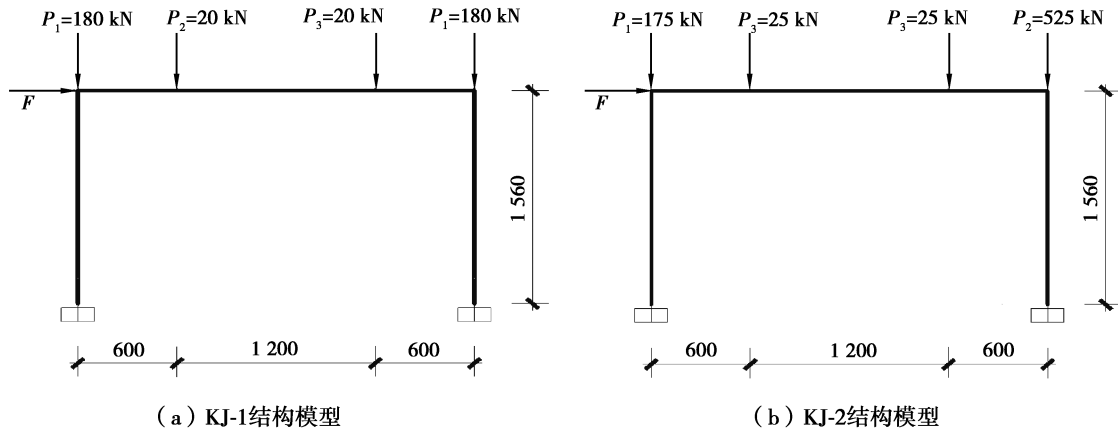


图 3 KJ-1 和 KJ-2 的结构模型

Fig. 3 Structural model for KJ-1 and KJ-2

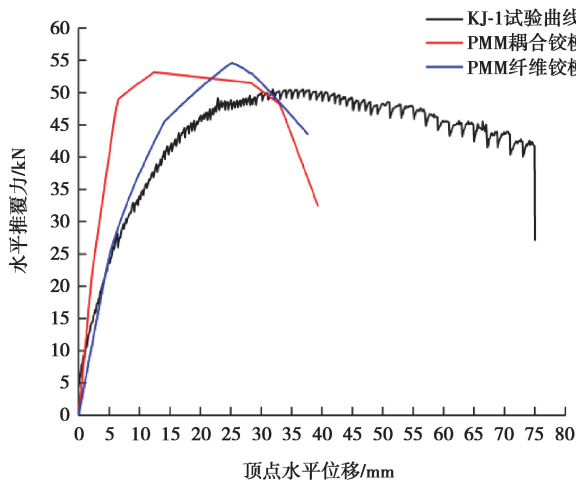


图 4 KJ-1 荷载-位移曲线图

Fig. 4 The load-displacement curve of KJ-1

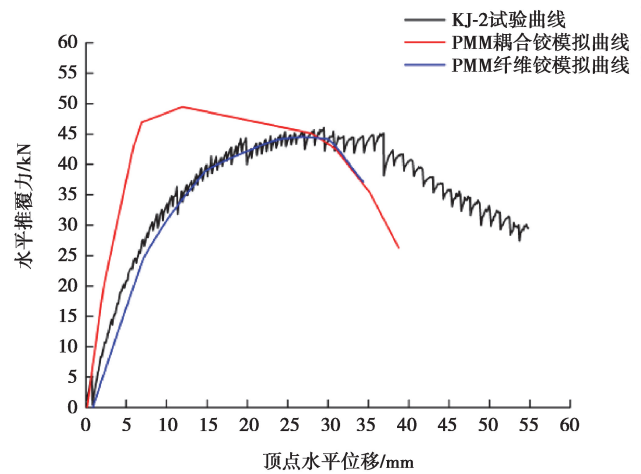


图 5 KJ-2 荷载-位移曲线图

Fig. 5 The load-displacement curve of KJ-2

由图 4 和图 5 中模拟曲线与试验曲线对比可知 PMM 纤维铰比 PMM 耦合塑性铰可以更好地模拟 2 种框架结构的顶点水平位移和极限承载力,特别是在结构的顶点水平位移上 PMM 纤维铰可以更加精确地进行模拟,与试验结果非常接近。并且在对 2 个框架荷载-位移反应曲线上上升段的模拟上, PMM 纤维铰模拟的准确性要远高于 PMM 耦合塑性铰的模拟结果。虽然对于试验曲线的下降段 2 种塑性铰模型都无法很好地模拟,无法很好地考虑混凝土开裂及钢筋与混凝土黏结滑移等因素,但这里是在正常使用极限状态对刚度折减系数进行研究,其对应的曲线处于模拟曲线的上升段,所以对于本次非线性模拟,只要能较为精准的模拟反应曲线的上升段,就满足研究的精度要求,所以下面将选取模拟精度更好的 PMM 纤维铰模型对排架结构进行静力非线性分析。

## 2 排架结构刚度折减系数分析

### 2.1 荷载分析与结构设计

排架结构主要由横向和纵向排架组成,为便于工程设计,建模过程仅取一榀横向平面排架结构进行二阶分析不再考虑空间效应的影响,这样分析得到的结果是偏安全的。屋架按轴向构件处理,水平刚度无穷大且与上柱铰接,保证柱顶水平位移相等。下柱与基础刚接处理均严格按照国家标准图集对排架结构中各构件进行选取。桥式吊车根据大连重工集团的 DQQD 型起重机进行参数设计,选取 10t、20\5t、32\5t 和 50\10t

常用的 4 种吨位。根据标准图集 04G325 和 04G426 进行吊车轨道联接件和吊车梁的相关参数设计。屋架根据标准图集 04G415-1 进行参数设计。屋面板根据图集 04G410-1 选用 Y-WB-2III 预应力屋面板。由以上可设计出计算模型简图,如图 6 所示。

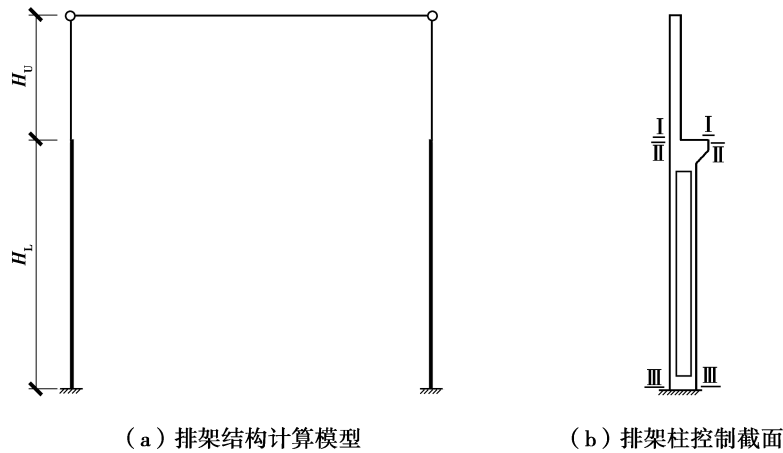


图 6 排架柱控制截面和排架结构计算模型

Fig. 6 The control section of the bent-columns and the model of bent frames

在对排架结构进行设计时,考虑到恒荷载作用形式是对称的可作为无侧移荷载处理,而活荷载处理时等效为上柱顶的竖向力和弯矩,考虑上下柱的偏心及牛腿处的弯矩,也可视为无侧移荷载。即通过荷载来考虑上下柱的偏心问题。此外选用排架结构边柱下柱 III-III 截面的最不利荷载组合是比较有代表性且合理的组合方式<sup>[10]</sup>,此时截面刚度退化最大。因此根据上述原则,分别设计了 34 个单层单跨和 34 个单层双跨排架结构算例进行非线性分析。用于排架结构非线性分析的荷载组合为对应于结构正常使用极限状态下的标准组合,风荷载和吊车荷载组合值系数分别为 0.6 和 0.7。如表 1 所示是其具体荷载组合方式<sup>[1,11-12]</sup>。

表 1 荷载组合

Table 1 Load combination

单层单跨排架结构		单层双跨等高排架结构	
荷载组合	编号	荷载组合	编号
1.0D+1.0WR-0.7T+0.7CVB	①	1.0D+1.0WL+0.7TB+0.7CVC	④
1.0D+1.0WL+0.7T+0.7CVA	②	1.0D+0.6WR-1.0TA+0.7CD	⑤
1.0D+0.6WR-1.0T+0.7CVB	③	1.0D+1.0WR-0.7TA+0.7CD	⑥

注:表中 D 为恒荷载;LIVE 为活荷载;WL 为风荷载,方向从左往右;WR 为风荷载,方向从右往左;T 为单跨结构起重吊车横向水平荷载;TA 和 TB 为吊车分别在第一跨与第二跨的横向水平荷载;CVA 和 CVB 分别为仅有两台吊车作用于同一跨,最大轮压在第一跨左侧,最小轮压在右侧与最大轮压在第一跨右侧,最小轮压在左侧;CVC 为仅有两台吊车作用于同一跨,最大轮压在第二跨左侧,最小轮压在第二跨右侧;CD 为每跨两台共四台吊车,最大轮压分别在第一跨右侧和第二跨左侧,最小轮压分别在第一跨左侧和第二跨右侧。(其中方向从左往右为“+”,从右往左为“-”)。

## 2.2 有限元分析过程

### 2.2.1 模型相关参数设置

在模型分析时不考虑厂房的空间效应,仍采用有侧移模型进行非线性分析,通过数值实验,将排架下柱中柱和边柱划分成 10 个单元,中柱上柱和边柱上柱划分成 5 个单元。横梁整体分成一个单元并将下柱统一

考虑为工字型截面,上柱统一考虑为矩形截面,结构分析模型及纤维铰布置见图 7。为较为精准地模拟非线性的反应曲线可将纤维铰的长度取成 0.1 倍单元的长度。下柱截面分为 59 个纤维,其中每根钢筋独立划成一个纤维,共 8 个钢筋纤维,混凝土整体划成 51 个纤维。排架上柱截面按软件默认进行纤维划分,排架下柱钢筋,纤维的布置与划分参考图 8 和图 9。此外钢筋应力-应变本构模型选用软件自带的 Simple 模型。混凝土的应力-应变本构模型选取 Mander Unconfined 混凝土模型。

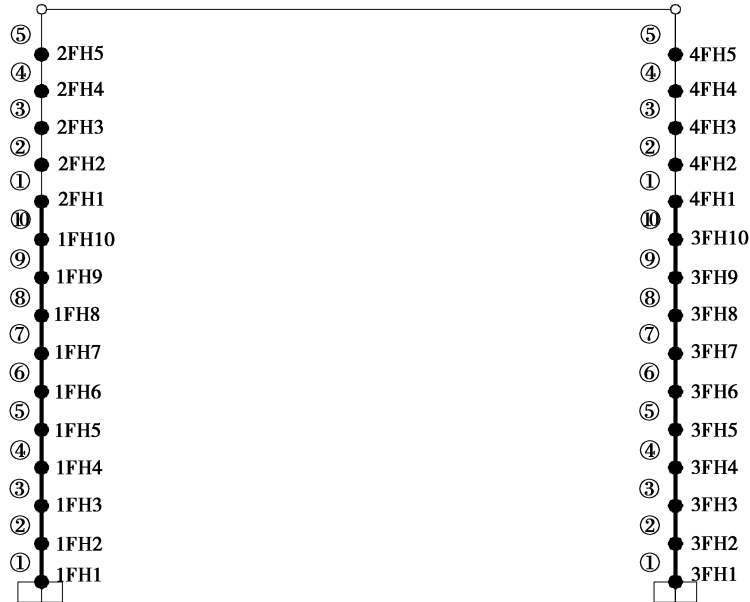


图 7 单层单跨排架模型的纤维铰布置和单元划分

Fig. 7 Fiber hinge arrangement and element partition of single span and single layer bent frame

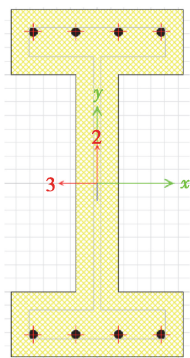


图 8 下柱截面受力钢筋布置

Fig. 8 Arrangement of reinforced bar

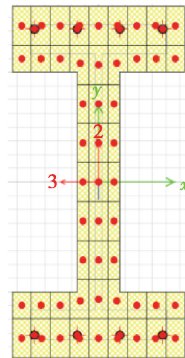


图 9 下柱截面纤维划分

Fig. 9 Section fiber division

### 2.2.2 加载方式和步骤

设置合理的目标位移,通过位移控制的加载方式,输出 Pushover 曲线,得到 2 种极限状态下的顶点水平位移,方便与弹性二阶状态下分析结果进行对比。

### 2.3 刚度折减系数计算方法

目前排架柱的刚度折减系数计算方法是引入一个整体综合刚度折减系数<sup>[13]</sup>(所有柱段),在运用该系数进行弹性二阶分析时,所得到的结构整体和层间水平位移与非线性分析结果近似相同。对于这里研究的 2 种排架结构而言,主要是通过排架上柱顶的水平位移来反映结构整体性能,因此这是要考察的重点参数。具体在 SAP2000 分析软件中为实现刚度折减目标,主要是通过折减混凝土弹性模量,相关公式如(2)式所示。式中, $E_c$ 为混凝土初始弹性模量, $EI$ 为折减后的刚度, $\alpha$ 为刚度折减系数, $E_c I$ 为混凝土毛截面弹性刚度。

$$EI = \alpha E_c I。 \quad (2)$$

这种方法从结构整体性能出发得到刚度折减系数,利于算例的大量展开,可以省去部分繁杂的计算过程,更为简洁高效,也与美国 ACI318 规范<sup>[14]</sup>基于结构性能的思想更为契合。

### 3 排架结构算例分析及刚度折减系数取值建议

分别设计了 34 个典型的单层双跨和单层单跨等高排架算例,以 4 个影响结构二阶效应的因素为主要变量,在算例中均严格按照国家标准图集<sup>[15]</sup>对排架结构中各构件进行选取。屋面活载标准值根据最新荷载规范确定为  $0.5 \text{ kN/m}^2$ ,屋面恒载标准值经计算确定为  $3.35 \text{ kN/m}^2$ ,风荷载主要考虑作用在排架结构上的 3 种基本风压:  $0.8, 0.5, 0.3 \text{ kN/m}^2$ 。主要考虑 3 种跨度的横向排架:  $30, 24, 18 \text{ m}$ ,结构上柱、下柱分别为矩形和工字型截面,选用普通 C30 混凝土以及  $6 \text{ m}$  的纵向排架柱距,排架结构柱的设计参考图集 05G335。

#### 3.1 单、双跨排架结构算例参数

单、双跨排架算例参数及其编号见表 2。

表 2 单层单、双跨排架结构算例参数及其编号

Table 2 The example parameters and their numbers of single-span and double-span bent frames

结构形式	基本风压/ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$ )	跨度/ m	算例编号											
			吊车吨位 10 t			吊车吨位 20 t			吊车吨位 32/5 t			吊车吨位 50/10 t		
			上柱高度 3.6 m			上柱高度 3.9 m			上柱高度 4.2 m			上柱高度 4.8 m		
			下柱高度/m			下柱高度/m			下柱高度/m			下柱高度/m		
			9.5	7.1	5.9	9.8	8	6.8	9.5	8.3	7.7	9.5	8.3	7.7
单层单跨 排架结构	0.3	24	—	13	—	—	15	—	—	17	—	—	—	—
	0.5	18	19	1	20	21	2	22	23	3	24	4	25	26
	0.5	24	—	5	—	—	6	—	—	7	—	8	—	—
	0.5	30	27	9	28	29	10	30	31	11	32	12	33	34
	0.8	24	—	14	—	—	16	—	—	18	—	—	—	—
单层双跨 排架结构	0.3	24	—	1	—	—	2	—	—	3	—	—	—	—
	0.5	18	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	0.5	24	—	16	—	—	17	—	—	18	—	—	—	—
	0.5	30	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	0.8	24	—	32	—	—	33	—	—	34	—	—	—	—

#### 3.2 计算结果

由表 3 结果可知,非线性二阶分析得到的结果相比于弹性分析而言,主要分为 2 种情况:算例 34,33,31,26,25,24,23,18,17,7,4,3 的非线性二阶弯矩相比于弹性二阶弯矩略小一点,其余算例相比于弹性二阶弯矩略大一些。并且非线性二阶弯矩在右柱 III-III 截面均有较为明显的增加。对于柱顶位移来说,非线性二阶分析所得到的结果相比于弹性二阶分析有明显增大。事实上非线性位移主要是由于混凝土的受拉开裂引起,这部分位移增加了排架柱的  $P-\Delta$  效应,以及产生的内力重分配,导致左右柱二阶弯矩不同。

表 3 单层单跨排架位移及刚度折减系数对比

Table 3 The displacement and stiffness reduction factors comparison of single-span bent frames

算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数	算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数
1	①	1 534	-24.17	-18.73	0.783	18	①	3 600	-38.04	-30.36	0.805
2	①	2 474	-37.82	-32.07	0.862	19	②	2 652	49.99	38.57	0.789
3	①	2 610	-29.63	-23.27	0.790	20	②	1 020	16.10	12.66	0.791
4	①	4 360	-55.62	-44.73	0.810	21	①	3 606	-67.28	-53.41	0.807
5	②	1 250	24.02	18.87	0.792	22	①	1 814	-28.89	-22.34	0.788
6	①	2 220	-41.60	-32.68	0.799	23	①	3 258	-40.39	-31.81	0.794
7	①	2 412	-29.48	-23.37	0.798	24	①	2 302	-25.09	-19.74	0.791
8	①	4 140	-56.15	-45.04	0.811	25	①	3 560	-41.72	-33.35	0.805
9	②	1 126	23.56	19.05	0.820	26	③	3 208	-35.33	-28.18	0.803
10	②	2 068	41.50	32.90	0.806	27	②	2 464	49.97	39.60	0.809
11	①	2 236	-27.25	-23.39	0.863	28	②	1 020	16.12	12.58	0.803
12	①	4 028	-56.17	-45.02	0.825	29	②	3 266	67.60	54.81	0.828
13	②	1 020	16.63	13.85	0.846	30	②	1 394	28.43	22.81	0.815
14	②	2 496	33.38	26.40	0.804	31	①	2 872	-40.34	-32.04	0.803
15	①	1 292	-31.65	-24.99	0.802	32	①	1 936	-24.78	-19.81	0.807
16	②	3 734	54.14	44.22	0.829	33	①	3 194	-41.90	-33.63	0.810
17	③	1 722	-23.91	-19.07	0.800	34	③	2 864	-35.48	-28.45	0.810

注:表中算例对应的建模参数与编号见表 2;表中给出的配筋面积是边柱下柱的且满足最小配筋率要求,为 1 020 mm<sup>2</sup>;左下柱 III-III 截面对应于表中的最不利荷载组合,位移从左往右方向用“+”表示,从右往左方向用“-”表示;表中的是对整个排架结构统一的刚度折减系数值。

由表 4 分析结果可知,单层双跨排架结构非线性分析柱顶位移相比弹性分析有所增大,关于左柱弯矩非线性分析结果略小,但右柱与中柱的弯矩非线性分析结果相较于弹性二阶分析都有一定的增大,其中中柱增大幅度较大。

表 4 单层双跨排架结构位移及刚度折减系数对比

Table 4 The displacement and stiffness reduction factors comparison of double-span bent frames

算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数	算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数
1	④	1 020	14.85	12.22	0.852	18	⑥	1 902	-25.16	-20.12	0.805
2	④	1 606	29.30	23.26	0.809	19	⑥	3 586	-47.75	-39.91	0.846
3	⑤	1 488	-21.79	-17.51	0.808	20	④	2 336	39.52	31.25	0.812
4	④	2 568	39.20	30.04	0.781	21	④	1 226	19.81	15.89	0.815
5	④	1 508	19.41	15.11	0.786	22	④	1 020	13.09	10.80	0.853

续表 4

算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数	算例编号	荷载组合	配筋面积/mm <sup>2</sup>	非线性二阶位移/mm	弹性二阶位移/mm	刚度折减系数
6	④	1 072	13.17	10.53	0.805	23	④	3 234	60.83	44.96	0.768
7	④	3 376	54.07	42.43	0.800	24	④	2 212	36.17	28.19	0.798
8	④	2 448	34.54	26.16	0.765	25	④	1 602	25.24	20.26	0.818
9	④	1 850	24.21	18.82	0.800	26	⑥	2 198	-32.45	-27.48	0.857
10	⑥	2 636	-34.54	-26.50	0.778	27	⑥	1 708	-24.87	-20.04	0.835
11	⑥	2 164	-25.00	-19.88	0.800	28	⑥	1 474	-21.14	-17.59	0.840
12	⑥	1 932	-21.49	-17.06	0.798	29	⑥	3 386	-50.20	-40.50	0.822
13	⑥	3 732	-48.30	-37.89	0.811	30	⑤	2 790	-38.41	-30.66	0.811
14	⑤	3 100	-37.87	-28.76	0.774	31	⑤	2 504	-33.08	-26.59	0.816
15	⑤	2 832	-31.69	-24.99	0.795	32	④	2 230	25.95	19.96	0.794
16	④	1 324	19.15	15.31	0.826	33	④	3 518	44.35	35.26	0.810
17	④	2 372	35.65	28.06	0.783	34	⑥	2 750	-31.66	-24.56	0.798

注:表中算例对应的建模参数与编号见表 2;表中给出的配筋面积是边柱下柱的且满足最小配筋率要求,为 1 020 mm<sup>2</sup>;左下柱 III-III 截面对应于表中的最不利荷载组合,位移从左往右方向用“+”表示,从右往左方向用“-”表示;表中的是对整个排架结构统一的刚度折减系数值。

### 3.3 刚度折减系数取值建议

本文中刚度折减系数的分析是以柱顶变形近似相等为条件,用等效的弹性刚度杆件来模拟非线性状态下结构的内力和变形形态,按这种模拟方法得到的是一种同时针对排架下柱和上柱的综合刚度折减系数  $\alpha$ 。利用上述结果(表 3 和表 4)的刚度折减系数进行散点图绘制,如图 10 所示。分析单层单、双跨排架结构相关刚度折减系数的分布。

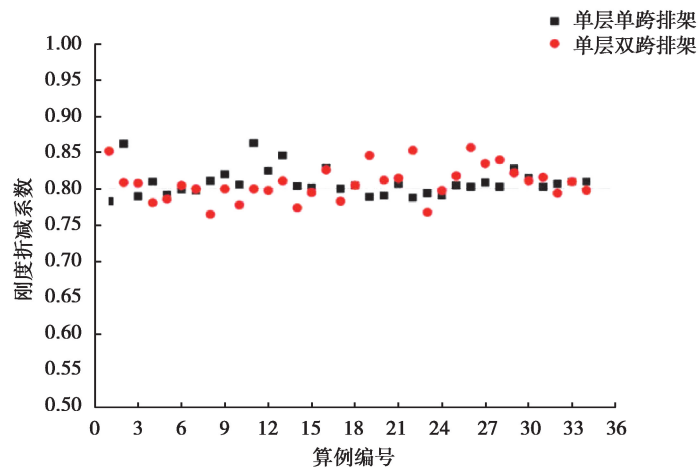


图 10 刚度折减系数散点图

Fig. 10 Scatter diagram of stiffness reduction factors

由图 10 可知,在 0.75~0.85 范围内分布绝大多数的刚度折减系数,且集中于 0.80 上下,只有个别少数算例超出这个范围。在考虑排架结构的安全储备要求情况下,据此规律,可以给出刚度折减系数的取值建议:单层单、双跨排架结构刚度折减系数均可统一取为  $\alpha=0.75$ 。



## 4 结论及建议

选取了 34 个单层单跨排架结构和 34 个单层双跨排架结构通过精度更高的 PMM 纤维铰模型对排架结构进行非线性分析,并与弹性二阶分析结果进行对比。以二阶效应等效为条件,得出了一系列结构刚度折减系数。并据此绘制出了刚度折减系数散点图,根据其分布规律并结合结构安全储备和工程实用性要求,提出了单层单、双跨排架结构刚度折减系数统一取为 0.75 的取值建议。

### 参考文献:

- [1] Paulay T, Priestley M J M. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1992.
- [2] 混凝土结构设计规范: GB 50010—2002[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.  
Code for design of concrete structures: GB 5001020-2002 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002. (in Chinese)
- [3] 黎波. 考虑排架结构二阶效应的设计方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2017.  
LI Bo. Design method of second-order effect of reinforced concrete bent frames[D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese)
- [4] 刘毅, 刘年朋, 卓子, 等. 考虑刚度折减的弹性二阶分析法在双跨排架结构中的运用[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(9): 1-7.  
LIU Yi, LIU Nianpeng, ZHUO Zi, et al. The application of elastic second-order method with considering stiffness reduction to two-span bent structure[J]. Journal of Chongqing University, 2017, 40(9): 1-7. (in Chinese)
- [5] ASCE, Federal Emergency Management Agency. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings: FEMA 356[S]. Washington, D C: Federal Emergency Management Agency, 2000.
- [6] 陆新征, 叶立平, 缪志伟, 等. 建筑抗震弹塑性分析: 原理、模型与在 ABAQUS, MSC.MARC 和 SAP2000 上的实践[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.  
LU Xinzheng, YE Liping, MIAO Zhiwei, et al. Elasto-plastic analysis of buildings against earthquake: theory, model and implementation on ABAQUS, MSC.MARC and SAP2000[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009. (in Chinese)
- [7] Macgregor J G, Hage S E. Stability analysis and design of concrete frames[J]. Journal of the Structural Division, 1977, 103(10): 1953-1970.
- [8] 魏巍. 考虑非弹性及二阶效应特征的钢筋混凝土框架柱的强度与稳定问题[D]. 重庆: 重庆大学, 2004.  
WEI Wei. Strength and stability of reinforced concrete frame columns considering characters of nonlinear and second-order effect[D]. Chongqing: Chongqing University, 2004. (in Chinese)
- [9] 刘毅. 钢筋混凝土框架柱二阶效应与稳定中若干问题的讨论[D]. 重庆: 重庆建筑大学, 2000.  
LIU Yi. Discussion on second-order effect and stability problems of reinforced concrete frame columns[D]. Chongqing: Chongqing Jianzhu University, 2000. (in Chinese)
- [10] Paulay T. Seismic displacement capacity of ductile reinforced concrete building systems[J]. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, 2003, 36(1): 47-65.
- [11] Li B, Xiang W Z. Effective stiffness of squat structural walls[J]. Journal of Structural Engineering, 2011, 137(12): 1470-1479.
- [12] 建筑结构荷载规范: GB50009—2012[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.  
Load code for the design of building structures: GB50009—2012 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010. (in Chinese)
- [13] Feng X L, Shen M, Kong X Y, et al. Study on flexural stiffness reduction factor of reinforced concrete column with equiaxial T shaped section[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 351/352: 319-324.
- [14] ACI Committee 318. 318-14: building code requirements for structural concrete and commentary[S]. Detroit: American Concrete Institute, 2014.
- [15] 中国建筑标准设计研究院. 国家建筑标准设计图集 05G335: 单层工业厂房钢筋混凝土柱[S]. 北京: 中国计划出版社, 2005.  
China Institute of Building Standard Design & Research. National building standard design drawings 05G335: reinforced concrete column of single storey industrial building[S]. Beijing: China Planning Press, 2005. (in Chinese)