

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2021.01.012

# 基于改进 IMK 滞回规则的弯矩-曲率退化模型研究

刘 赛, 顾冬生

(江南大学 环境与土木工程学院, 江苏 无锡 214122)

**摘要:**提出一种基于改进 IMK(Modified Ibarra-Medina-Krawinkler, ModIMK)滞回规则的 RC 柱弯矩-曲率模型,并用于定义 OpenSees 中 Beam With Hinges 单元塑性铰区的截面。提出的 RC 柱截面弯矩-曲率骨架曲线为三折线模型,给出了骨架曲线关键点计算方法。对 62 根 RC 柱试验值与计算值进行统计分析发现,其对 RC 柱屈服位移和纵筋屈曲时的位移都能进行准确地预测。采用的 ModIMK 滞回规则能考虑强度和刚度退化,以此模拟在反复荷载下塑性铰区强度和刚度退化。对 RC 柱低周往复试验和振动台试验的数值模拟与分析结果表明,所建立的弯矩-曲率模型结合塑性铰单元可准确地模拟 RC 柱在地震下的响应。

**关键词:**RC 截面;弯矩-曲率;塑性铰;ModIMK 滞回;OpenSees

**中图分类号:**TU375.3

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2020)01-106-13

## Study on deteriorating moment-curvature model based on modified Ibarra-Medina-Krawinkler hysteretic rules

LIU Sai, GU Dongsheng

(School of Environment and Civil Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, P. R. China)

**Abstract:** Based on Modified Ibarra-Medina-Krawinkler (ModIMK) hysteretic rules, a new moment-curvature model is proposed in this paper, which can be used to define the section of plastic hinge zone of Beam With Hinges Element in OpenSees. The envelope curve of the moment-curvature model is idealized as tri-linear curve and equations that are capable of predicting the key points of skeleton curve are given. The accuracy of the model is calibrated by the test results of 62 RC columns, and it is found that both the yield displacement and longitudinal rebar buckling displacement can be well predicted. ModIMK hysteresis model can be used to simulate the degradation of the strength and stiffness in plastic hinge area under cyclic loading. The numerical simulations are conducted to model the columns tested by cyclic load and shaking table test, and the results show that the moment-curvature model in conjunction with plastic hinge element can accurately predict the response of RC columns under seismic loadings.

**Keywords:** RC section; moment-curvature; plastic hinge; ModIMK hysteretic; OpenSees

**收稿日期:**2020-09-04

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(51709129);江苏省自然科学基金资助项目(BK20131105)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (51709129), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20131105).

**作者简介:**刘赛(1993—),男,硕士研究生,主要从事混凝土结构抗震性能研究,(E-mail)6171404009@stu.jiangnan.edu.cn。

**通讯作者:**顾冬生,男,副教授,博士,(E-mail)gussds@jiangnan.edu.cn。

基于性能的抗震设计和评估程序需要精确的非线性有限元模型,要求能够捕捉到与各级性能目标相关的结构响应。地震灾害报告和试验数据表明,强烈的地震动会使结构产生非线性变形,在梁柱端部形成塑性铰。损伤累积会使塑性铰区域强度和刚度退化,影响结构抗力和动力特性,造成局部和整体倒塌<sup>[1]</sup>。实际有限元模型不仅要稳定可靠,计算效率高,而且能体现出构件在往复荷载作用下,塑性铰区域强度和刚度退化的现象。

为了精确地预测结构在地震作用下倒塌,Ibarra<sup>[2]</sup>提出了一种包含强度和刚度退化的 IMK (Ibarra-Medina-Krawinkler)滞回规则,该模型描述力和变形的关系,能对钢构件、胶合板和 RC(钢筋混凝土)构件进行模拟。结果表明,该模型能较好地模拟包含退化在内的构件受力特征。Lignos<sup>[3]</sup>根据大量钢构件试验结果在 OpenSees 中提出了 ModIMK (Modified IMK) 弯矩-转角模型,并成功预测了四层钢框架的倒塌。Haselton<sup>[4]</sup>对 ModIMK 弯矩-转角模型应用于混凝土构件进行了研究,提出了各参数的计算方法,模拟结果和试验结果吻合较好。国内外对 ModIMK 弯矩-转角模型已经进行了大量研究和广泛的应用,但是 ModIMK 弯矩-转角模型明显的不足是该模型描述的是构件宏观的整体变形,对截面层次上的参数,如截面曲率等无法提取,这不利于结构性能评估。

OpenSees 中基于力的单元 (Force-Based Element) 能对构件从截面层次上进行定义,赋予材料本构模型,对构件力-变形关系进行模拟。Scott<sup>[1]</sup>进一步开发了塑性铰 (Beam With Hinges) 单元,可以实现构件塑性区域集中在某一确定的长度范围内,其余部分处于弹性状态,该模型和常用的等效塑性铰模型原理非常接近。目前,在 OpenSees 中已经开发了大量的钢筋和混凝土材料的本构模型,可以在塑性铰单元中应用。根据 Scott 另一项研究<sup>[5]</sup>,可以把弯矩-曲率关系赋予塑性铰区截面,计算效率将更高,但目前能直接应用的钢筋混凝土截面弯矩-曲率滞回规则比较少。近来,Barbosa 等<sup>[6]</sup>对 ModIMK 弯矩-转角模型用于定义截面弯矩-曲率关系进行了研究,因为这一模型本质上是力和变形的本构关系,变形可以是转角也可以是曲率。文献<sup>[6]</sup>通过把转角除以塑性铰长度转化为弯矩-曲率关系,来定义塑性铰单元的截面,但这一做法存在一定的不足,因为通过转换得到的弯矩-曲率关系没有真实的物理意义,例如,屈服转角除以塑性铰长度得到的屈服曲率并不是截面真实的屈服曲率,从本质上看,得到的曲率并不能用来评估构件的状态。

文中通过理论推导和试验数据验证,提出了基于试验结果的 RC 矩形柱弯矩-曲率骨架曲线计算方法,滞回规律选用 ModIMK 滞回规则,在 OpenSees 中应用塑性铰单元,对 RC 柱进行模拟,计算结果和试验结果吻合非常好。所提出的弯矩-曲率塑性铰模型计算效率高,降低了模型复杂度,为 RC 构件在截面层次上进行评估提供了一种简便的方法。

## 1 集中塑性铰模型基本理论

### 1.1 Priestley 等效塑性铰模型

RC 柱顶位移主要由弯曲变形、滑移变形和剪切变形三分量组成,剪跨比大于 2 的 RC 柱剪切变形一般可以忽略不计<sup>[7-8]</sup>。Priestley<sup>[9]</sup>提出的等效塑性铰计算方法,如图 1 所示,柱顶总位移  $\Delta$  由屈服位移  $\Delta_y$  和塑性位移  $\Delta_p$  组成。在等效塑性铰长度  $L_p$  范围内,假定曲率为恒定的常数,则柱顶位移  $\Delta$  可为:

$$\Delta = \Delta_y + \Delta_p = \Delta_y + \varphi_p L_p \left( L - \frac{1}{2} L_p \right), \quad (1)$$

$$L_p = 0.08L + 0.022f_y d_b \geq 0.044f_y d_b, \quad (2)$$

式中: $f_y$ 为纵筋屈服强度, $d_b$ 为纵筋直径。等效塑性铰长度  $L_p$  的第一项考虑 RC 柱弯曲效应,第二项考虑柱底纵筋粘结-滑移效应 (bond-slip),相当于纵筋拔出效应 (pull out) 或纵筋应变渗透效应 (strain penetration)<sup>[8]</sup>。

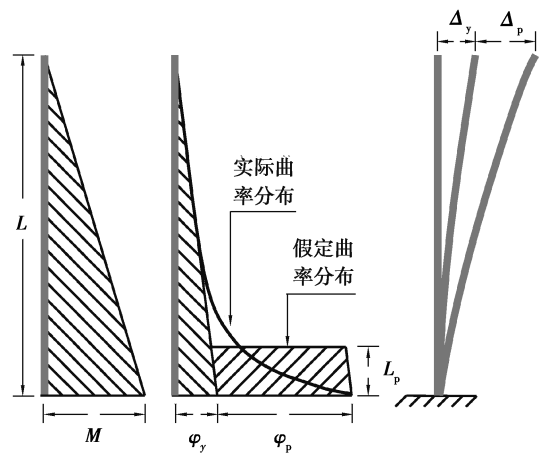


图 1 等效塑性铰分析方法

Fig. 1 Equivalent plastic hinge analysis method

## 1.2 RC 柱屈服状态定义

RC 柱在侧向荷载反复作用下,变形是一个非线性的过程,随着侧向荷载的增加,经历混凝土开裂和钢筋屈服等过程,侧向荷载达到一定的最大值后开始下降,柱子逐渐破坏。这一过程可以简化为三折线模型,如图 2 所示,分为弹性段、强化段和软化段。对于 RC 悬臂柱,柱底截面曲率达到屈服曲率  $\varphi_y$  时,顶部位移为屈服位移  $\Delta_y$ ,屈服曲率  $\varphi_y$  由式(3)定义<sup>[9-10]</sup>。

$$\varphi_y = \frac{M_y}{M_{\text{firstyield}}} \varphi'_y, \quad (3)$$

式中: $M_y$  为屈服弯矩,取最外边缘混凝土压应变达到 0.004 时的截面弯矩; $M_{\text{firstyield}}$  为首次屈服点弯矩,取最外边缘混凝土压应变达到 0.002 时弯矩和最外侧纵筋拉应变达到屈服时弯矩中的较小值<sup>[9]</sup>,此时对应的截面曲率为  $\varphi'_y$ ,对应的柱顶侧向力是图 2(b)中的  $F_{\text{firstyield}}$ 。截面割线刚度  $EI_{\text{sec}}$ ,如图 2(a)所示,由式(4)计算<sup>[11-13]</sup>:

$$EI_{\text{sec}} = \frac{M_y}{\varphi_y}. \quad (4)$$

Priestley 基于大量研究提出了 RC 截面屈服曲率  $\varphi_y$  计算方法<sup>[9]</sup>:

$$\varphi_y = \lambda \frac{\varepsilon_y}{D}, \quad (5)$$

式中:RC 圆柱  $\lambda = 2.45$ ,矩形柱  $\lambda = 2.14$ ; $\varepsilon_y$  为纵筋屈服应变; $D$  为截面高度。

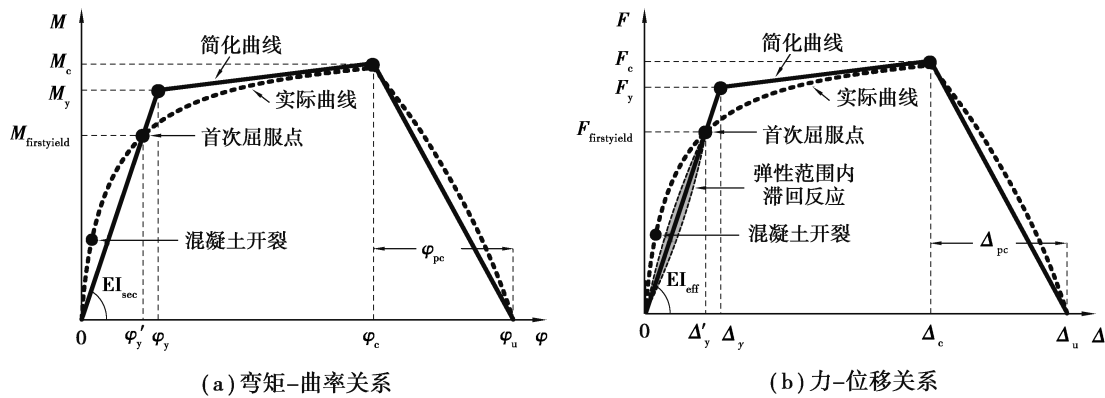


图 2 RC 柱骨架曲线定义

Fig. 2 Definition of RC column skeleton curve

RC 柱在侧向荷载作用下,底部纵筋从基础中滑移会引起端部附加转动,增加柱顶位移,计算屈服位移  $\Delta_y$  应考虑纵筋滑移效应<sup>[8,12-14]</sup>。根据弹性理论,RC 悬臂柱顶屈服位移  $\Delta_y$  表示为

$$\Delta_y = \frac{F_y L^3}{3EI_{\text{eff}}}. \quad (6)$$

则截面有效刚度  $EI_{\text{eff}}$  为

$$EI_{\text{eff}} = \frac{F_y L^3}{3\Delta_y} = \frac{M_y L^2}{3\Delta_y}. \quad (7)$$

由于纵筋滑移效应增加了柱顶位移,所以截面有效刚度  $EI_{\text{eff}}$  小于截面割线刚度  $EI_{\text{sec}}$ 。

## 2 Beam With Hinges 单元弹性段刚度确定

### 2.1 Beam With Hinges 单元基本理论

Scott 在 OpenSees 平台上开发了基于力法的 Beam With Hinges 单元<sup>[1]</sup>,该单元将塑性变形集中在端部一定长度范围内,其余部分处于弹性状态。应用时需要定义单元端部的塑性铰长度  $L_p$  和截面特性以及弹性段截面刚度  $EI_{\text{ela}}$ 。在定义塑性铰区截面时,一般做法是用纤维截面来定义<sup>[15]</sup>,再根据平截面假定,通过积分过程,将纤维应力-应变关系变为截面弯矩-曲率关系。Scott 提出可以将截面弯矩-曲率关系直接赋予塑性

铰区截面上<sup>[5]</sup>,如图 3 所示,这样既能获得截面层次上响应,又避免了由材料性能到截面性能的积分过程,在高应变状态下,数值收敛性也有改善。

对于悬臂柱而言,在地震荷载作用下,塑性铰通常在柱底区段范围内产生,而柱顶不易进入非线性状态<sup>[16]</sup>,在实际应用中,将柱顶的塑性铰长度假定为零,只令柱底端部具有塑性铰,模型如图 3 所示,根据单元基本理论,柱顶位移  $\Delta$  表达式为<sup>[8]</sup>

$$\Delta = \frac{M_{\text{base}}}{EI_{\text{ela}}} \left( \frac{L^2}{3} - LL_p \right) + \varphi_{\text{base}} LL_p, \quad (8)$$

式中:  $M_{\text{base}}$  和  $\varphi_{\text{base}}$  分别为柱底弯矩和曲率。当塑性铰区的截面屈服时,柱顶屈服位移  $\Delta_y$  为

$$\Delta_y = \frac{M_y}{EI_{\text{ela}}} \left( \frac{L^2}{3} - LL_p \right) + \varphi_y LL_p. \quad (9)$$

### 2.2 弹性段截面刚度确定

根据 Scott 建议<sup>[5]</sup>,RC 截面弯矩-曲率关系可以用等效线性简化模型来定义,如图 2(a)所示。对于屈服状态,令式(6)和式(9)相等,可求解出弹性段截面刚度  $EI_{\text{ela}}$ <sup>[8]</sup>:

$$EI_{\text{ela}} = EI_{\text{eff}} \frac{\frac{L^2}{3} - LL_p}{\frac{L^2}{3} - \varphi_y \frac{EI_{\text{eff}}}{M_y} LL_p}, \quad (10)$$

结合式(4)和式(10),可改写为

$$EI_{\text{ela}} = EI_{\text{eff}} \frac{\frac{L^2}{3} - LL_p}{\frac{L^2}{3} - \frac{EI_{\text{eff}}}{EI_{\text{sec}}} LL_p} = EI_{\text{eff}} \frac{1 - \frac{L_p}{L}}{1 - \alpha_{\text{sec}} \frac{L_p}{L}}. \quad (11)$$

Berry<sup>[8]</sup>基于试验结果提出截面有效刚度  $EI_{\text{eff}}$  与截面割线刚度  $EI_{\text{sec}}$  的比值关系  $\alpha_{\text{sec}}$  只跟剪跨比有关,且小于 1.0,当剪跨比为 2.0~4.0,  $\alpha_{\text{sec}}$  比值约为 0.6~0.9。由式(11)可知,  $EI_{\text{ela}}$  与  $EI_{\text{eff}}$  的比值与  $L_p/L$  和  $\alpha_{\text{sec}}$  的关系如图 4 所示,可以看出,当  $\alpha_{\text{sec}}$  不变时,  $EI_{\text{ela}}$  与  $EI_{\text{eff}}$  的比值随  $L_p/L$  的增加而减小。在常见塑性铰长度比范围时,  $EI_{\text{ela}}$  与  $EI_{\text{eff}}$  比值大约为 0.7~0.9。  $EI_{\text{ela}}$  比  $EI_{\text{eff}}$  小的原因是塑性铰区弯矩-曲率关系用的是截面真实的弯矩-曲率关系,只能模拟柱子弯曲变形,底部钢筋粘结-滑移造成的顶部附加位移只能通过减小上部弹性段的刚度来模拟。当塑性铰长度越长时,构件中只考虑弯曲变形的部分就越长,弹性段截面刚度就越小,这样计算的顶部位移才能和试验结果吻合。

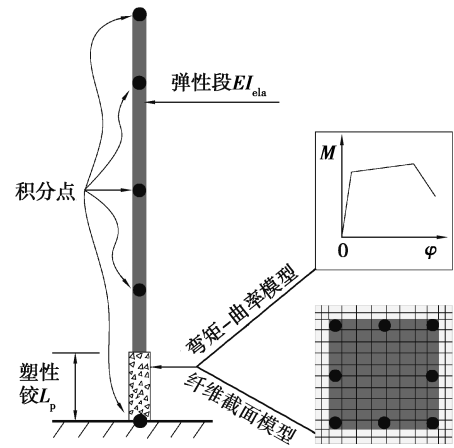


图 3 Beam With Hinges 单元  
Fig. 3 Beam With Hinges Element

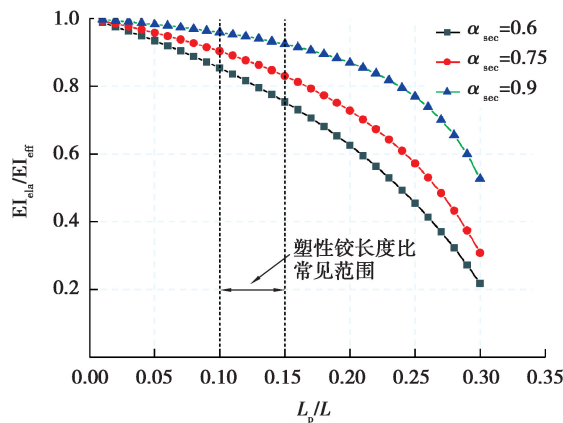


图 4 弹性段截面刚度与设计参数关系

Fig. 4 Elastic segment section stiffness versus design parameters

### 2.3 屈服位移校核

为验证塑性铰单元对屈服位移计算结果的准确性,计算的屈服位移需与试验数据对比。对比数据选用文献[17]中的数据库,该数据库共包括 62 根 RC 矩形柱的试验数据,每一个试验结果都详细报道了钢筋屈曲时的位移,这在下文计算中是一个重要的对比数据。试件主要参数、实测数据和计算值及比值关系列于表 1 中,屈服弯矩  $M_y$  也列于表中。

由式(9)计算屈服位移时,弹性段截面刚度  $EI_{ela}$  由式(10)确定,其中  $EI_{eff}$  采用应用较为广泛的 Elwood 模型<sup>[13]</sup>,如式(12)所示。

$$\frac{EI_{eff}}{EI_g} = \frac{0.45 + 2.5n}{1 + 110\left(\frac{d_b}{D}\right)\left(\frac{D}{L}\right)} \leq 1.0 \text{ and } \geq 0.2, \quad (12)$$

式中: $n$  为轴压比; $EI_g$  为毛截面刚度。

屈服位移  $\Delta_y$  计算结果列于表 1,试验值与式(9)计算值比值的均值为 0.99,变异系数(COV)为 0.28,精度较高,离散性小。图 5 是计算值与试验值关系,表明计算结果与试验实测数据吻合较好。

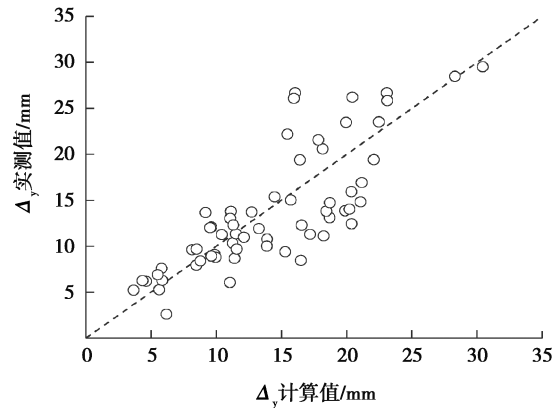


图 5 屈服位移计算值与试验值比较  
Fig. 5 Comparison between calculated and experimental yield displacement

表 1 试件主要参数及结果

Table 1 Main parameters and results of specimens

试件名称	$L/$ mm	$D/$ mm	$f_c/$ MPa	$d_b/$ mm	$f_y/$ MPa	$n$	$\rho_l$	$\rho_{eff}$	$M_y/$ (kN·m)	$\Delta_y/mm$			$\Delta_c/mm$		
										实测	计算	实测/ 计算	实测	计算	实测/ 计算
Ghee.1981, No.3	1600	400	23.6	16	427	0.38	0.015	0.39	329.6	9.6	8.1	1.18	50.0	56.4	0.89
Ghee.1981, No.4	1600	400	25.0	16	427	0.21	0.015	0.25	279.2	12.1	9.6	1.26	58.0	66.4	0.87
Soesianawati. 1986, No.1	1600	400	46.5	16	446	0.10	0.015	0.07	320.0	10.3	11.3	0.92	78.4	62.6	1.25
Soesianawati. 1986, No.2	1600	400	44.0	16	446	0.30	0.015	0.10	468.0	9.1	9.9	0.92	68.4	45.9	1.49
Soesianawati. 1986, No.3	1600	400	44.0	16	446	0.30	0.015	0.07	472.0	8.8	10.0	0.88	44.9	38.4	1.17
Soesianawati. 1986, No.4	1600	400	40.0	16	446	0.30	0.015	0.04	435.2	8.9	9.6	0.93	41.0	32.1	1.28
Zahn.1986, No.7	1600	400	28.3	16	440	0.22	0.015	0.27	332.8	11.3	10.4	1.08	71.0	69.3	1.02
Zahn.1986, No.8	1600	400	40.1	16	440	0.39	0.015	0.24	456.0	7.9	8.5	0.93	50.0	45.6	1.10
Tanaka.1990, No.1	1600	400	25.6	20	474	0.20	0.016	0.33	281.6	13.8	11.1	1.24	120.0	110.2	1.09
Tanaka.1990, No.2	1600	400	25.6	20	474	0.20	0.016	0.33	280.0	13.0	11.1	1.18	87.2	101.7	0.86
Tanaka.1990, No.3	1600	400	25.6	20	474	0.20	0.016	0.33	291.2	11.3	11.5	0.99	59.0	102.2	0.58

续表 1

试件名称	$L/\text{mm}$	$D/\text{mm}$	$f_c/\text{MPa}$	$d_b/\text{mm}$	$f_y/\text{MPa}$	$n$	$\rho_l$	$\rho_{\text{eff}}$	$M_y/(\text{kN}\cdot\text{m})$	$\Delta_y/\text{mm}$			$\Delta_c/\text{mm}$		
										实测	计算	实测/计算	实测	计算	实测/计算
Tanaka.1990, No.4	1600	400	25.6	20	474	0.20	0.016	0.33	286.4	12.3	11.3	1.09	80.0	102.0	0.78
Tanaka.1990, No.5	1650	550	32.0	20	511	0.10	0.012	0.17	655.1	13.7	9.2	1.49	73.8	81.3	0.91
Tanaka.1990, No.6	1650	550	32.0	20	511	0.10	0.012	0.17	680.6	12.0	9.5	1.26	67.2	81.7	0.82
Tanaka.1990, No.7	1650	550	32.1	20	511	0.30	0.012	0.21	1039.5	9.7	8.5	1.14	82.4	58.8	1.40
Tanaka.1990, No.8	1650	550	32.1	20	511	0.30	0.012	0.21	1075.8	8.4	8.8	0.95	78.0	59.1	1.32
Park.1990, No.9	1784	600	26.9	24	432	0.10	0.019	0.31	691.3	10.8	13.9	0.77	84.0	102.8	0.82
Atalay.1975, 6S1	1676	305	31.8	22	429	0.18	0.016	0.11	131.6	19.4	16.4	1.18	40.7	71.2	0.57
Wehbe.1998, A1	2335	610	27.2	19	448	0.10	0.022	0.10	751.9	23.5	20.0	1.18	122.0	84.6	1.44
Wehbe.1998, A2	2335	610	27.2	19	448	0.24	0.022	0.10	879.1	22.2	15.5	1.43	102.0	58.0	1.76
Wehbe.1998, B2	2335	610	28.1	19	448	0.23	0.022	0.13	913.0	26.7	16.0	1.66	128.0	66.2	1.93
Xiao.1998, 19T10-0.1P	508	254	76.0	19	510	0.10	0.036	0.23	162.6	6.2	4.6	1.34	47.0	59.8	0.79
Xiao.1998, 19T10-0.2P	508	254	76.0	19	510	0.20	0.036	0.23	198.1	5.3	5.6	0.93	40.0	47.0	0.85
Xiao.1998, 16T10-0.1P	508	254	86.0	16	510	0.10	0.025	0.20	137.2	5.2	3.7	1.42	37.0	47.7	0.78
Xiao.1998, 16T10-0.2P	508	254	86.0	16	510	0.19	0.025	0.20	170.2	6.3	4.3	1.44	35.0	37.5	0.93
Bayrak.1996, ES-1HT	1473	305	72.1	20	454	0.50	0.026	0.18	334.3	8.7	11.4	0.76	48.5	41.1	1.18
Bayrak.1996, AS-2HT	1473	305	71.7	20	454	0.36	0.026	0.20	322.4	10.0	13.9	0.72	95.1	66.8	1.42
Bayrak.1996, AS-3HT	1842	305	71.8	20	454	0.50	0.026	0.20	350.0	8.5	16.5	0.51	62.6	68.0	0.92
Bayrak.1996, AS-4HT	1473	305	71.9	20	454	0.50	0.026	0.29	388.7	11.9	13.3	0.90	78.5	60.9	1.29
Bayrak.1996, AS-6HT	1842	305	101.9	20	454	0.46	0.026	0.27	444.8	13.1	18.7	0.70	73.3	83.2	0.88
Bayrak.1996, AS-7HT	1842	305	102.0	20	454	0.45	0.026	0.13	358.3	9.4	15.3	0.61	31.0	60.8	0.51
Bayrak.1996, AS-8HT	1473	305	102.2	20	454	0.47	0.026	0.17	368.4	6.0	11.0	0.55	26.6	43.0	0.62

续表1

试件名称	$L/mm$	$D/mm$	$f_c/MPa$	$d_b/mm$	$f_y/MPa$	$n$	$\rho_l$	$\rho_{eff}$	$M_y/(kN \cdot m)$	$\Delta_y/mm$			$\Delta_c/mm$		
										实测	计算	实测/计算	实测	计算	实测/计算
Saatcioglu, 1999, BG-2	1645	350	34.0	20	456	0.43	0.020	0.49	308.4	9.7	11.6	0.84	82.3	86.5	0.95
Saatcioglu, 1999, BG-4	1645	350	34.0	20	456	0.46	0.029	0.24	341.3	11.0	12.1	0.90	65.8	57.7	1.14
Saatcioglu, 1999, BG-5	1645	350	34.0	20	456	0.46	0.029	0.49	357.8	13.7	12.7	1.08	115.2	87.5	1.32
Saatcioglu, 1999, BG-8	1645	350	34.0	20	456	0.23	0.029	0.24	327.4	20.6	18.2	1.13	115.2	104.8	1.10
Saatcioglu, 1999, BG-9	1645	350	34.0	16	428	0.46	0.033	0.24	351.2	12.4	20.4	0.61	65.8	99.1	0.66
Thomsen, 1994, A3	597	152	86.3	10	517	0.20	0.024	0.13	37.6	2.6	6.2	0.42	23.9	52.9	0.45
Thomsen, 1994, D1	597	152	75.8	10	476	0.20	0.024	0.21	33.1	7.6	5.8	1.30	47.8	56.0	0.85
Thomsen, 1994, D2	597	152	87.0	10	476	0.20	0.024	0.15	35.8	6.3	5.9	1.07	35.8	50.4	0.71
Thomsen, 1994, D3	597	152	71.2	10	476	0.20	0.024	0.16	30.4	6.9	5.5	1.25	35.8	50.1	0.71
Xiao, 2002, No. FHC1-0.2	1778	510	64.1	36	375	0.20	0.025	0.19	1333.6	14.8	21.1	0.70	142.2	125.1	1.14
Xiao, 2002, No. FHC2-0.34	1778	510	62.1	36	375	0.33	0.025	0.19	1532.6	11.1	18.2	0.61	71.1	94.9	0.75
Xiao, 2002, No. FHC3-0.22	1778	510	62.1	36	375	0.22	0.025	0.18	1319.2	13.9	19.9	0.70	106.7	112.7	0.95
Xiao, 2002, No. FHC4-0.33	1778	510	62.1	36	375	0.32	0.025	0.18	1422.4	11.3	17.2	0.66	71.1	91.2	0.78
Xiao, 2002, No. FHC5-0.2	1778	510	64.1	36	427	0.20	0.025	0.12	1280.2	14.0	20.2	0.69	106.7	100.7	1.06
Xiao, 2002, No. FHC6-0.2	1778	510	64.1	36	427	0.20	0.025	0.15	1289.0	15.9	20.4	0.78	106.7	109.0	0.98
Bayrak, 1998, RS-9HT	1842	350	71.2	20	446	0.34	0.027	0.25	423.6	16.9	21.2	0.80	128.6	97.0	1.33
Bayrak, 1998, RS-10HT	1842	350	71.1	20	446	0.50	0.027	0.25	432.8	12.3	16.5	0.74	85.9	71.7	1.20
Bayrak, 1998, RS-12HT	1842	350	70.9	20	446	0.34	0.027	0.13	368.4	13.8	18.4	0.75	82.9	64.8	1.28
Bayrak, 1998, RS-13HT	1842	350	112.1	20	440	0.35	0.027	0.16	479.0	14.7	18.7	0.79	89.8	75.5	1.19
Bayrak, 1998, RS-14HT	1842	350	112.1	20	440	0.46	0.027	0.16	493.6	26.1	16.0	1.63	62.6	61.8	1.01
Bayrak, 1998, RS-15HT	1842	350	56.2	20	474	0.36	0.027	0.22	377.6	26.2	20.5	1.28	117.9	83.7	1.41

续表 1

试件名称	$L/$ mm	$D/$ mm	$f_c/$ MPa	$d_b/$ mm	$f_y/$ MPa	$n$	$\rho_l$	$\rho_{\text{eff}}$	$M_y/$ (kN·m)	$\Delta_y/\text{mm}$			$\Delta_c/\text{mm}$		
										实测	计算	实测/ 计算	实测	计算	实测/ 计算
Bayrak,1998, RS-16HT	1842	350	56.2	20	474	0.37	0.027	0.15	335.2	21.6	17.8	1.21	79.8	63.1	1.27
Bayrak,1998, RS-17HT	1842	350	74.1	20	474	0.34	0.027	0.33	471.6	26.7	23.1	1.15	106.7	103.6	1.03
Bayrak,1998, RS-18HT	1842	350	74.1	20	474	0.50	0.027	0.33	386.8	15.4	14.5	1.06	64.5	74.7	0.86
Bayrak,1998, RS-19HT	1842	350	74.2	20	474	0.53	0.027	0.64	438.4	15.0	15.7	0.96	121.7	95.4	1.28
Bayrak,1998, RS-20HT	1842	350	74.2	20	474	0.34	0.027	0.34	451.2	19.4	22.1	0.88	66.0	91.8	0.72
Bayrak,1998, WRS-21HT	1842	250	91.3	20	474	0.47	0.027	0.19	334.4	25.8	23.1	1.12	67.2	105.8	0.64
Bayrak,1998, WRS-22HT	1842	250	91.3	20	474	0.31	0.027	0.19	331.6	29.5	30.4	0.97	126.9	144.0	0.88
Bayrak,1998, WRS-23HT	1842	250	72.2	20	474	0.33	0.027	0.25	285.6	28.5	28.3	1.01	122.5	147.5	0.83
Bayrak,1998, WRS-24HT	1842	250	72.1	20	511	0.50	0.027	0.25	302.0	23.5	22.5	1.05	87.0	108.8	0.80
均值												0.99			1.01
离散系数												0.28			0.29

注:  $f_c$ 、 $n$ 、 $\rho_l$ 、 $\rho_{\text{eff}}$ 、 $\Delta_y$  和  $\Delta_c$  分别为圆柱体混凝土抗压强度、轴压比、纵筋率、配箍特征值、屈服位移和纵筋屈服位移。

### 3 弯矩-曲率滞回模型确定

#### 3.1 骨架曲线定义

图 2(a) 给出了弯矩-曲率曲线及其线性骨架曲线, 对于屈服点弯矩和曲率已有介绍。屈服后, 截面受弯承载力会有一定提高, 达到一定峰值后逐渐下降, 进入破坏状态。RC 柱的破坏通常与核心混凝土压碎、箍筋断裂、纵筋屈曲等状态密切相关, 当纵筋发生屈曲后, 约束箍筋很快会断裂, 约束混凝土被压碎, 柱子也逐渐失去侧向承载力<sup>[4,17-18]</sup>。Fardis 基于试验数据提出了 RC 矩形柱截面承载力出现显著下降时核心混凝土极限压应变  $\epsilon_{\text{cu,c}}$  表达式<sup>[14]</sup>:

$$\epsilon_{\text{cu,c}} = \epsilon_{\text{cu}} + 0.04 \sqrt{a\rho_{\text{eff}}}, \quad (13)$$

$$0.0035 \leq \epsilon_{\text{cu}} = (18.5/D)^2 \leq 0.01, \quad (14)$$

$$a = \left(1 - \frac{s_h}{2b_o}\right) \left(1 - \frac{s_h}{2h_o}\right) \left[1 - \frac{\sum b_i^2}{6b_o h_o}\right], \quad (15)$$

式中:  $\epsilon_{\text{cu}}$  为未约束混凝土极限应变;  $a$  为约束系数;  $\rho_{\text{eff}}$  为配箍特征值;  $s_h$  为箍筋间距;  $b_o$  和  $h_o$  分别为箍筋中心线为边界所约束的截面核心宽度和高度,  $b_i$  为受箍筋约束的纵向钢筋间距。

截面受压区高度  $c$  采用 Priestley 的计算式<sup>[9]</sup>:

$$c = (0.25 + 0.85n)D \leq D. \quad (16)$$

根据平截面假定, 则截面曲率  $\varphi_c$  的表达式为

$$\varphi_c = \frac{\epsilon_{\text{cu,c}}}{c - c_o}. \quad (17)$$



因为受弯承载力出现下降时混凝土保护层已经剥离,计算截面曲率  $\varphi_c$  时,受压区高度需扣除混凝土保护层厚度  $c_0$ 。

骨架曲线上的峰值点弯矩  $M_c$  由式(18)计算<sup>[4]</sup>:

$$M_c/M_y = (1.25) (0.89)^n (0.91)^{0.01f_c} \quad (18)$$

根据统计,这一比值平均值大约在 1.13 左右,随着轴压比的增加有所提高。

对于图 2(a)中峰值荷载后的软化段,Haselton<sup>[4,19-20]</sup>指出峰值弯矩后的变形由于缺乏可靠的试验数据,对于约束良好的 RC 柱,建议当侧向承载力从峰值点下降到零时对应的位移增量  $\Delta_{pc} = 0.1L$  (见图 2(b)),根据式(8)可得:

$$\Delta_{pc} = \varphi_{pc} LL_p - \frac{M_c}{EI_{cla}} \left( \frac{L^2}{3} - LL_p \right) \quad (19)$$

根据试验结果统计,式(19)右侧第二项均值在  $0.006L$  左右,相对  $\Delta_{pc}$  来说比较小,可以忽略,得  $\varphi_{pc} = 0.1/L_p$ 。

### 3.2 滞回规则

RC 柱在往复荷载作用下,塑性铰区域出现强度和刚度退化,采用能考虑退化的 ModIMK 滞回规则<sup>[4]</sup>定义弯矩-曲率滞回曲线,如图 6 所示,由弹性段、硬化段和软化段构成。在反复加载强度和刚度退化方面,一般需要定义 4 个退化系数,分别为基本强度退化系数、峰值点后强度退化系数、卸载刚度退化系数和再加载刚度退化系数,当变形超过屈服点时,即可激活 4 种循环退化模式。根据文献[4]的研究,对于混凝土结构这 4 个系数可以取相同值。

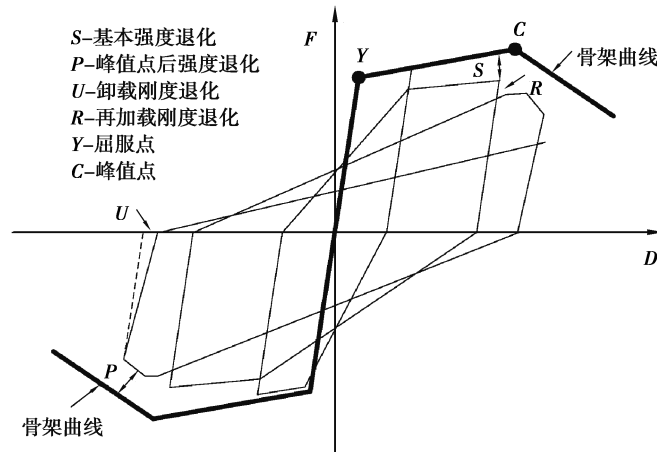


图 6 ModIMK 滞回规则

Fig. 6 ModIMK hysteretic rules

退化是基于能量耗散规则控制,构件能量耗散能力  $E_t$ ,是  $\theta_{cap,pl}$  (峰值弯矩对应的转角与屈服转角差值)与屈服弯矩  $M_y$  的倍数,即  $E_t = \gamma \theta_{cap,pl} M_y$ 。由于文中把 ModIMK 模型应用于弯矩-曲率关系,故能量耗散能力  $E_t$  变为  $E_t = \gamma (\varphi_c - \varphi_y) M_y$ 。对于 RC 矩形柱的能量耗散系数  $\gamma$  可由经验式(20)计算<sup>[4]</sup>:

$$\gamma = (30) 0.3^n \quad (20)$$

## 4 数值模拟结果

### 4.1 变形计算结果比较

文中方法计算了表 1 中 62 个试件的弯矩-曲率滞回曲线,赋予 OpenSees 中塑性铰单元,对这些试件进行模拟加载分析。根据 Berry 的研究<sup>[17]</sup>,截面承载力出现显著下降和纵筋屈曲密切相关,所以计算中曲率达到  $\varphi_c$  时的位移与纵筋屈曲位移具有比较价值。实测纵筋屈曲位移  $\Delta_c$  和计算曲率达到  $\varphi_c$  时位移  $\Delta_c$  分别列于

表 1 中,其关系如图 7 所示。由表 1 可知,其比值均值为 1.01,离散系数(COV)为 0.29,两者比值均值接近 1,离散性较小,表明纵筋屈曲是承载力下降的重要原因,此后柱子破坏会进一步加快,直至失去承载力。

选取表 1 中 Saatcioglu<sup>[21]</sup>的拟静力试验结果和计算结果进行比较,文献中提供了详细的试件参数和完整的力-位移曲线试验结果。此外,还提供了测量的底部 350 mm 长度范围内的弯曲变形角和弯矩的滞回曲线,把转角测量结果除以 350 mm 就可以得到底部的平均曲率数据。限于篇幅,这里仅给出试件 BG8 的模拟结果,如图 8 所示。从图 8(a)的截面弯矩-曲率曲线对比可以看出,试件在往复荷载作用下,承载力和刚度及其退化都得到了很好的模拟,图 8(b)所示为顶点的力-位移曲线,试验中在侧向位移 110 mm 左右时纵筋出现屈曲,侧向力出现比较明显的下降,在计算中侧向位移达到 110 mm 时,承载力也出现显著下降,进一步加载,侧向力出现明显的下降。计算结果表明,文中提出的弯矩-曲率骨架曲线,配合 ModIMK 滞回规则,可以比较准确地对承载力和刚度进行预测,对反复荷载作用下强度和刚度的退化也能计算,无论是弯矩-曲率曲线还是力-位移曲线均能有较好的模拟。

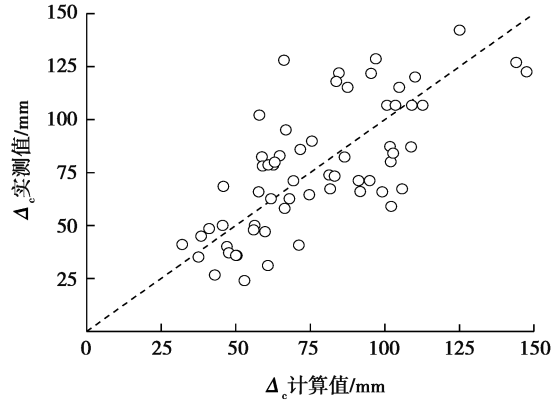


图 7  $\Delta_c$  位移计算值与试验值比较  
Fig. 7 Comparison between calculated and experimental displacement

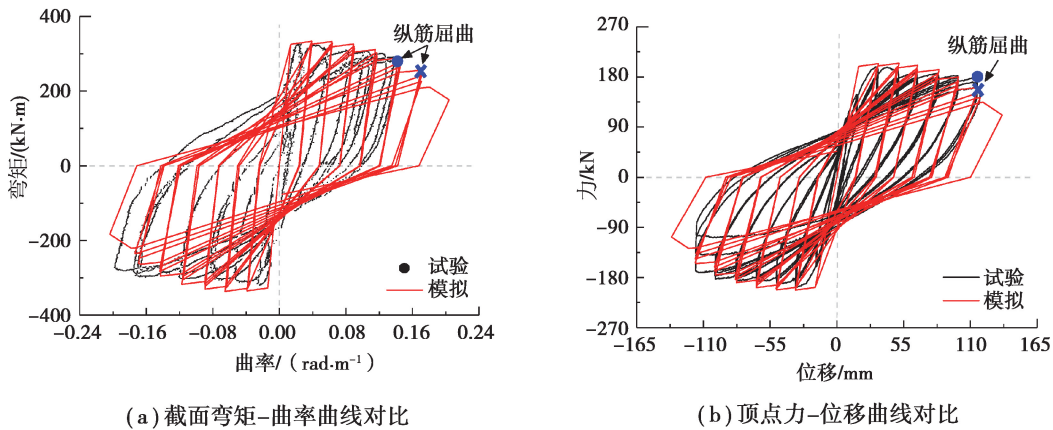


图 8 BG8 试验与模拟曲线对比  
Fig. 8 Comparison of BG8 test and simulation curve

#### 4.2 不同建模方法结果比较

OpenSees 中有丰富的单元和建模方法可以对 RC 柱抗震性能进行模拟,这里主要用塑性铰单元和 ModIMK 弯矩-转角弹簧模型<sup>[2]</sup>进行对比研究,前者塑性铰区截面分别用纤维截面和文中提出的弯矩-曲率模型进行定义。用这 3 种方法对表 1 中 Saatcioglu<sup>[21]</sup>试验中的试件 BG5 进行模拟。在用纤维模型定义截面时,用 Concrete02 模拟混凝土,约束混凝土本构选择 Mander 模型计算,用 Steel02 模拟钢筋,塑性铰长度取相同值。模型模拟结果如图 9 所示,可以看出,3 种模型计算的承载力与试验结果均吻合较好。但是,随着位移加大,试验结果显示构件的强度和刚度开始逐渐退化,考虑了这一效果的 ModIMK 弯矩-转角弹簧模型和弯矩-曲率塑性铰模型对此可以进行比较准确地模拟,纤维截面塑性铰模型在这方面模拟相对较差。弯矩-转角弹簧模型和弯矩-曲率塑性铰模型,由于都采用 ModIMK 滞回规律,由图 9(c)可以看出,两者的滞回曲线基本吻合,只是在试件破坏的最后一级加载有所不同。

ModIMK 弯矩-转角弹簧模型是由端部零长度弹簧单元和上部弹性单元串联形成,共计 3 个节点和 2 个单元,模型的节点、自由度和单元比塑性铰单元多;此外,不能获得截面层次上曲率响应。弯矩-曲率塑性铰

模型避免了由材料性能到截面性能的积分过程,计算成本降低,在高应变状态下,数值收敛性有所改善,优于纤维截面塑性铰模型。通过对比分析表明,文中弯矩-曲率模型用于塑性铰单元可较准确地模拟 RC 柱在低周往复荷载作用下的响应,在计算上占有优势。

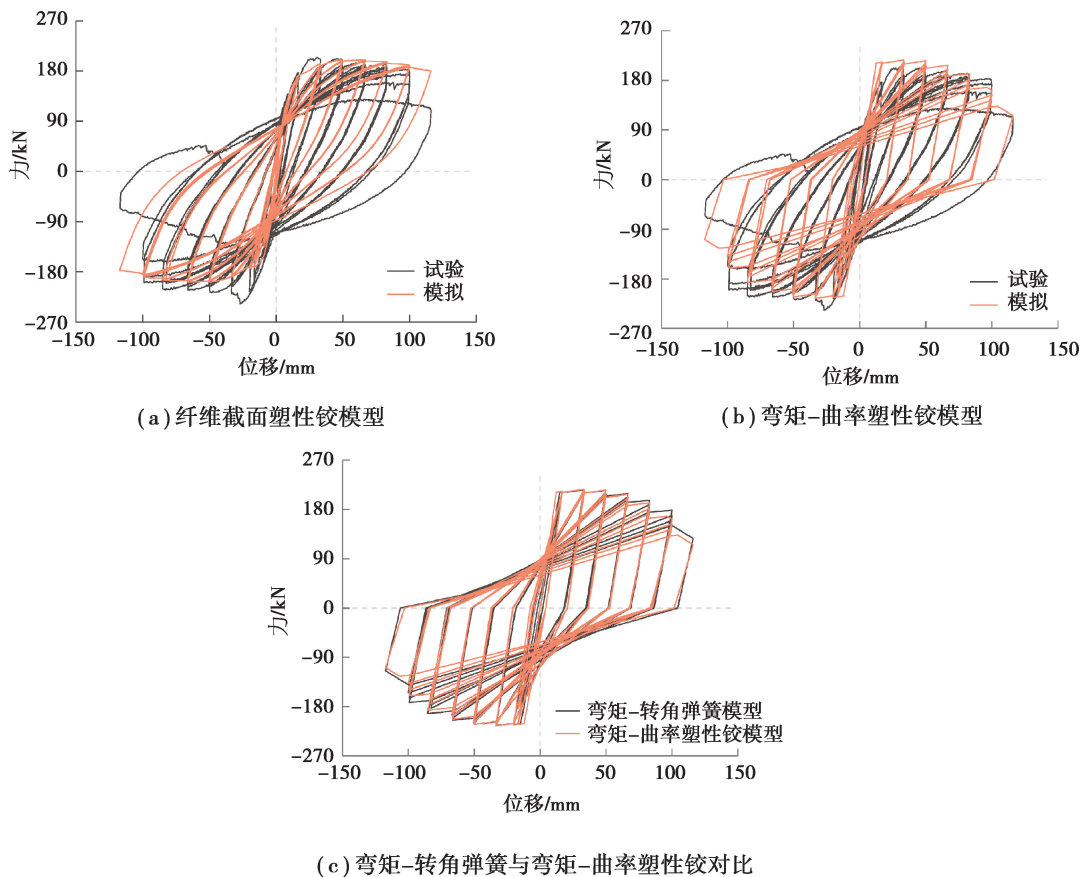


图 9 BG5 试验与不同建模方法结果比较

Fig. 9 Comparison of BG5 test and different simulation results

#### 4.3 时程分析数值模拟

为了进一步验证弯矩-曲率塑性铰模型在时程分析上精度和稳定性,选取 Hideaki 的 RC 方柱双向振动台试验进行模拟<sup>[22]</sup>。该试件柱高 2 000 mm;截面高度、宽度均为 600 mm;保护层厚度为 40 mm;圆柱体混凝土抗压强度为 34.1 MPa;配有 48 根直径为 10 mm 的纵筋,其屈服强度为 384 MPa;箍筋间距 75 mm,直径为 6 mm,屈服强度为 350 MPa;轴向荷载 360 kN;集中质量为 36 t,质心在柱顶 1 000 mm 处。地震波为 Takatori 台站记录的 1995 年 Kobe 波东西向和南北向地震动,最大峰值分别是 0.67 g 和 0.62 g,试验时对原告记录时间压缩 0.5 倍,进行了 2 次序列试验,地震波峰值按 0.2 倍和 1.0 倍进行缩放。

根据 Hideaki 建议<sup>[22]</sup>,柱顶位置到集中质量质心处用刚臂连接,rayleigh 阻尼比取 2%,考虑  $P-\Delta$  效应,分析时间步为 0.000 5 s,模型如图 10 所示。文中模拟曲线与试验曲线以及 Hideaki<sup>[22]</sup>模拟曲线对比如图 11 所示,可以看出,文中方法与 Hideaki 的模拟结果均能较准确地预测出最大位移,但在强烈的非线性阶段后,Hideaki 的模拟曲线偏离了试验曲线,在残余位移上出现了明显的偏差<sup>[23]</sup>。文中模拟曲线与试验曲线较为吻合,残余位移相对 Hideaki 的模拟结果有较好的改善。文中弯矩-曲率塑性铰模型可较准确地模拟 RC 柱在强震作用下的动力响应。

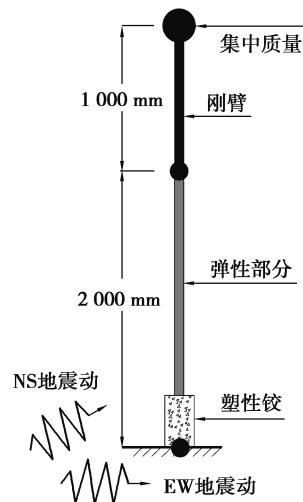


图 10 时程分析模型

Fig. 10 Time history analysis model

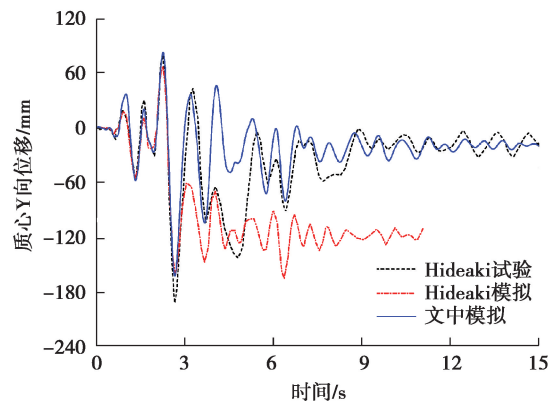


图 11 质心 Y 方向时程响应曲线

Fig. 11 Centroid Y-direction time-history response curve

## 5 结 论

在理论分析和数据验证基础上,提出 RC 柱弯矩-曲率骨架曲线,用考虑强度和刚度退化的 ModIMK 滞回规则定义其滞回规律,将该弯矩-曲率模型用于 OpenSees 塑性铰单元,以此模拟 RC 柱抗震性能,得出以下结论:

- 1) 确定了塑性铰单元弹性段截面刚度计算方法,发现其在截面有效刚度基础上需要进行修正。
- 2) 提出了 RC 矩形截面弯矩-曲率骨架曲线计算方法,采用 ModIMK 滞回规律定义其强度和刚度的退化,计算的截面弯矩-曲率曲线和试验曲线吻合较好,也能很好地模拟柱顶的力和位移关系。
- 3) 弯矩-曲率塑性铰模型相比 ModIMK 弯矩-转角弹簧模型,节点、自由度和单元减少,模型复杂度降低,并且可以获得截面层次上的曲率响应。
- 4) 数值模拟结果表明,弯矩-曲率塑性铰模型在静力分析和动力分析方面均能对试验结果进行较好地预测,验证了模型的有效性和稳定性。

### 参考文献:

- [1] Scott M, Fenves G. Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements[J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(2): 244-252.
- [2] Ibarra L F, Medina R A, Krawinkler H. Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration[J]. Earthquake Engineering Structural Dynamics, 2005, 34(12): 1489-1511.
- [3] Lignos D, Krawinkler H. Deterioration modeling of steel components in support of collapse prediction of steel moment frames under earthquake loading[J]. Journal of Structural Engineering, 2011, 137(11): 1291-1302.
- [4] Haselton C, Liel A, Lange S C, et al. Beam-column element model calibrated for predicting flexural response leading to global collapse of RC frame buildings[J]. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2008.
- [5] Scott M, Ryan K L. Moment-rotation behavior of force-based plastic hinge elements[J]. Earthquake Spectra, 2013, 29(2): 597-607.
- [6] Ribeiro F L A, Barbosa A R, Scott M, et al. Deterioration modeling of steel moment resisting frames using finite-length plastic hinge force-based beam-column elements[J]. Journal of Structural Engineering, 2015, 141(2): 04014112.
- [7] Lehman, D E, Moehle, J P. Seismic performance of well-confined concrete bridge columns[R]. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2000.
- [8] Berry M, Lehman D E, Lowes L. Lumped-plasticity model for performance simulation of bridge columns[J]. Aci Structural Journal, 2008, 105(3): 270-279.
- [9] Priestley M, Seible F, Calvi G M. Seismic design and retrofit of bridges[M]. New York: Wiley, 1999.

- [10] 顾冬生, 吴刚. 地震荷载作用下 FRP 加固钢筋混凝土圆柱变形能力计算方法研究[J]. 工程力学, 2013, 30(1): 261-270.  
Gu D H, Wu G. Deformation capacity of frp retrofitted circular concrete columns under simulated seismic loading [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(1): 261-270.(in Chinese)
- [11] 郭磊, 李建中, 范立础. 桥梁结构抗震设计中截面刚度的取值分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2004, 32(11): 1423-1427.  
Guo L, Li J Z, Fan L C. Analysis of section stiffness adopted in seismic design for bridge structures [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2004, 32(11):1423-1427.(in Chinese)
- [12] 郑罡, 李贵乾. 钢筋混凝土桥墩有效刚度[J]. 土木工程学报, 2013, 46(6): 44-52.  
Zheng G, Li G Q. Effective stiffness of reinforced concrete bridge piers[J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(6): 44-52.(in Chinese)
- [13] Elwood K J, Eberhard M O. Effective stiffness of reinforced concrete columns[J]. ACI Structural Journal, 2009, 106(4): 476-484.
- [14] Grammatikou S, Biskinis D, Fardis M. Ultimate strain criteria for RC members in monotonic or cyclic flexure[J]. Journal of Structural Engineering, 2016, 142(9): 04016046.
- [15] 张永兵, 周明军, 郑磊. 基于改进 IMK 恢复力模型的填充墙 RC 框架结构地震易损性分析[J]. 重庆大学学报, 2018, 41(3): 67-75.  
Zhang Y B, Zhou M J, Zheng L. Seismic fragility analysis of infilled reinforced concrete frame building based on modified ibarra-medina-krawinkler model[J]. Journal of Chongqing University, 2018, 41(3): 67-75.(in Chinese)
- [16] 李忠献, 李杨, 李宁. RC 桥墩抗震性能分析模型与验证[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(1): 71-80.  
Li Z X, Li Y, Li N. Seismic analysis model of RC bridge piers: simulation and verification [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2014, 34(1): 71-80.(in Chinese)
- [17] Berry M P, Eberhard M O. Practical performance model for bar buckling[J]. Journal of Structural Engineering, 2005, 131(7): 1060-1070.
- [18] Goodnight J C, Kowalsky M J, Nau J M. Strain limit states for circular RC bridge columns[J]. Earthquake Spectra, 2016, 32(3): 1627-1652.
- [19] Haselton C B, Liel A B, Taylor-Lange S C, et al. Calibration of model to simulate response of reinforced concrete beam-columns to collapse[J]. ACI Structural Journal, 2016, 113(6): 1141-1152.
- [20] Haselton C B, Liel A B, Deierlein G G, et al. Seismic collapse safety of reinforced concrete buildings: I. Assessment of ductile moment frames[J]. Journal of Structural Engineering, 2011, 137(4): 481-491.
- [21] Saatcioglu M, Grira M. Confinement of reinforced concrete columns with welded reinforced grids[J]. ACI Structural Journal, 1999, 96(1): 29-39.
- [22] Nishida H, Unjoh S. Dynamic response characteristic of reinforced concrete column subjected to bilateral earthquake ground motions[C]//Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canada: 2004.
- [23] 丁阳, 伍敏, 徐龙河, 等. 钢筋混凝土柱基于易损性曲线的地震损伤评估[J]. 工程力学, 2012, 29(1): 81-86.  
Ding Y, Wu M, Xu L H, et al. Vulnerability curves-based seismic damage assessment of RC columns[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(1): 81-86.(in Chinese)

(编辑 陈移峰)

~~~~~  
(上接第 45 页)

- [14] 王玉鹏. 基于 VISSIM 的感应信号控制交通仿真研究[J]. 交通与运输, 2009(1):43-46.  
Wang Y P. Research on traffic simulation of inductive signal control based on VISSIM[J]. Journal of Transportation and Transportation, 2009(1):43-46. (in Chinese)
- [15] 刘宜恩, 刘易家, 尹世德, 等. 基于 Vissim 的交叉口信号优化配时仿真评价[J]. 自动化与仪表, 2018, 33(4): 1-4.  
Liu Y E, Liu Y J, Yin S D, et al. Estimation of timing simulation of intersection signals based on vissim[J]. Journal of Automation & Instrumentation, 2018, 33(4): 1-4. (in Chinese)
- [16] Sun D Z. Using micro-simulation vissim to study the effectiveness of left-turn waiting area implementation[C]// Applied Mechanics and Materials. [s.L.]: Trooms Teah Publications Ltd, 2018: 187-191.

(编辑 侯湘)