

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.030

# 融合改善型可行性检验模型的换道跟踪方法

向云丰<sup>1</sup>, 贺岩松<sup>1</sup>, 孔伟伟<sup>2</sup>, 陈健<sup>2</sup>, 罗禹贡<sup>2</sup>

(1.重庆大学汽车工程学院, 重庆 400044; 2.清华大学汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 现有的最小安全距离换道可行性检验模型通常默认周围车辆处于车道保持状态, 且只考虑本车道和目标车道车辆对本车换道的影响, 未讨论周围车辆处于车道变换状态或者相间车道车辆变道的影响。为建立更加安全、全面的换道可行性检验模型, 实现安全自主换道, 分析了车道变换的逻辑架构, 重点研究了一种全面考虑周围(包括相邻车道和相间车道)车辆处于车道变换和车道保持状态的改善型换道可行性检验模型, 保障车辆换道过程中不与周围车辆发生碰撞。使用基于模型预测控制(MPC)方法实现换道轨迹跟踪控制, 设计仿真对比试验, 通过 PreScan 和 Simulink 联合仿真对所研究的模型和方法进行验证。仿真结果表明提出的改善型换道可行性检验模型对比模型更加安全高效, MPC 控制方法的横向轨迹跟踪误差在 1 cm 以内, 具有很高的跟踪精度。

**关键词:** 无人驾驶汽车; 车道变换; 换道可行性; 最小安全距离; 轨迹跟踪; 模型预测控制

**中图分类号:** TP242

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-582X(2021)12-015-16

## Lane-changing trajectory tracking method by integrated modified feasibility test model

XIANG Yunfeng<sup>1</sup>, HE Yansong<sup>1</sup>, KONG Weiwei<sup>2</sup>, CHEN Jian<sup>2</sup>, LUO Yugong<sup>2</sup>

(1. School of Automotive Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China)

**Abstract:** The existing minimum safe distance lane changing feasibility test models usually consider the surrounding vehicles in the lane-keeping and only discuss the influence of the vehicles in present lane and the target lane. The influences of the surrounding vehicles in the lane-changing or in the interphase lane are not considered. To ensure that the vehicle would not collide with the surrounding vehicles during the lane-changing, a modified lane changing feasibility test model which considered the surrounding vehicles (in the adjacent lanes and in the interphase lanes) in the lane-changing or lane-keeping state was proposed. Firstly, the logic framework of lane-changing was analyzed. The trajectory tracking control was then completed based on the model predictive control (MPC) method. Finally, a simulation comparison test was designed and the proposed model and method were verified by the PreScan and Simulink co-simulation. The

**收稿日期:** 2020-04-21    **网络出版日期:** 2020-11-05

**基金项目:** 国家国际科技合作专项资助(2019YFE0100200); 国家自然科学基金资助项目(51975310)。

Supported by the International Science & Technology Cooperation of China (2019YFE0100200) and the National Natural Science Foundation of China (51975310).

**作者简介:** 向云丰(1994—), 男, 重庆大学博士研究生, 主要从事高速公路无人驾驶研究。

**通讯作者:** 罗禹贡, 男, 清华大学研究员, 博士生导师, (E-mail) lyg@mail.tsinghua.edu.cn.

simulation results show that the proposed improved lane-changing feasibility test model is safer and more efficient than the existing model. The tracking error of the MPC controller is within 1 cm, suggesting that the proposed model has high tracking accuracy.

**Keywords:** unmanned vehicles; lane-changing; lane-changing feasibility; minimum safe distance; trajectory tracking; model predictive control

近年来无人驾驶技术不断发展,自主换道是其中重要的技术组成部分<sup>[1]</sup>。自主换道<sup>[2-3]</sup>由换道决策<sup>[4]</sup>、换道轨迹规划<sup>[5]</sup>和换道轨迹跟踪<sup>[6]</sup>三部分组成。换道决策决定是否执行换道<sup>[4,7]</sup>,包括换道意图、换道目标车道选择和换道可行性检验。换道可行性检验作为是否执行换道的最后关卡,其完备性直接影响换道的安全性,换道轨迹跟踪是无人驾驶汽车运动控制的核心所在。因此对换道可行性检验和换道轨迹跟踪进行研究是极其重要的。

张帅<sup>[3]</sup>提出了一种换道可行性检验模型,模型中考虑了本车距本车道前后车辆和目标车道前后车辆的最小安全距离。王文霞<sup>[8]</sup>推导了换道车辆与周围车辆应满足的起始最小纵向安全距离。张荣辉等<sup>[9]</sup>推导了车辆换道汇入车队前与车队中汇入点前、后车辆的最小安全距离。王政<sup>[10]</sup>使用换道车辆与目标车道前后车辆的间距大于最小安全距离作为换道的可行性条件。以上模型均假设周围车辆处于车道保持状态,未考虑周围车辆换道对本车换道可行性的影响。

在路径跟踪方面,现有很多控制方法可以实现较高精度的路径跟踪<sup>[11]</sup>,比如预瞄跟踪最优控制<sup>[12]</sup>、单点预瞄控制方法<sup>[13]</sup>、纯点追踪算法<sup>[14]</sup>、PID 控制算法<sup>[15-16]</sup>和前馈-反馈控制方法<sup>[17]</sup>,但这些控制器无法求解带约束的问题。而 MPC 控制器<sup>[18-19]</sup>可以根据控制系统的动力学模型预测未来一段时间内系统的输出行为,同时考虑系统中各执行器的动态特性约束以及状态约束,通过求解带约束的最优控制问题使系统在未来一段时间内的跟踪误差最小。

综上所述,现有的换道可行性检验模型往往假设周围车辆处于车道保持状态,且只考虑本车道和目标车道前后车辆的影响。在轨迹跟踪方面,现有的很多跟踪器不能求解带约束的问题。针对上述问题,重点研究全面考虑周围车辆影响的换道可行性检验模型和轨迹跟踪控制方法。

首先分析车道变换的逻辑架构,然后充分考虑处于不同车道和不同状态的周围车辆对本车换道的影响,推导改善型的换道可行性检验模型,其次使用能求解带约束问题的 MPC 控制器进行换道轨迹跟踪,最后设计仿真对比试验,对所研究的模型和方法进行验证。

## 1 车道变换逻辑架构

通过分析驾驶员的换道过程,建立车辆自动换道逻辑架构,如图 1 所示。根据换道逻辑架构,需要建立换道意图产生前的跟车模型、驾驶员是否对当前车道满意的换道意图模型、执行换道前的目标车道选择模型和换道可行性检验模型、换道过程中的换道轨迹规划模型和换道轨迹跟踪模型。

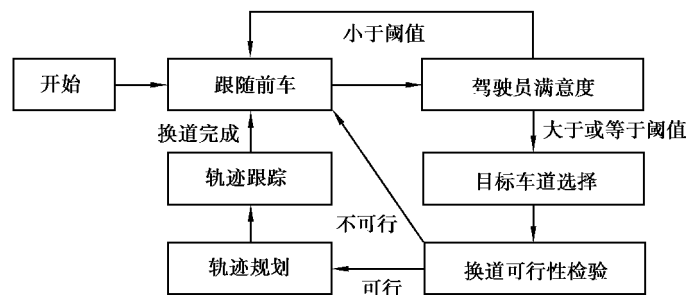


图 1 车道变换逻辑架构

Fig. 1 Logic framework of lane-changing

在跟随前车过程中,采用 Gipps 安全距离模型<sup>[20]</sup>进行纵向速度控制。Gipps 安全距离模型由两部分组成:加速子模型与减速子模型。通常将两者同时计算出来,跟驰速度取较小者。

加速子模型:

$$v_s^{\text{acc}}(t + \tau) = v_s(t) + 2.5a_s\tau \left(1 - \frac{v_s(t)}{v_s^d}\right) \sqrt{0.025 + \frac{v_s(t)}{v_s^d}}, \quad (1)$$

减速子模型:

$$v_s^{\text{dec}}(t + \tau) = -\tau b_s + \sqrt{\tau^2 b_s^2 + b_s \left\{ 2[x_f(t) - x_s(t) - l_s] - \tau v_s(t) + \frac{v_f(t)^2}{b_f} \right\}}. \quad (2)$$

式中: $v_s^{\text{acc}}$ 、 $v_s^{\text{dec}}$ 分别为加速子模型与减速子模型的跟驰速度; $v_s^d$ 为驾驶员期望速度; $v_s$ 和 $v_f$ 分别为本车和前车速度; $a_s$ 为本车最大加速度; $b_s$ 和 $b_f$ 分别为本车和前车最大减速度; $\tau$ 为驾驶员反映时间; $l_s$ 为本车长度; $x_s$ 和 $x_f$ 为本车和前车纵向位置。

在换道意图方面,使用文献[3]中的驾驶员不满意度 $p_k$ 表示本车对换道的渴望程度。计算公式如下:

$$p_k = \begin{cases} Y_u & \text{if } k_f \in \{1, 2\}, \\ Y_u & \text{if } \frac{v_s}{v_s^d} \geq 0.95 \ \& \ l_f < l_{\text{safe}} \ \& \ l_f \downarrow \ \& \ k_f = 3, \\ p_{k-1} + \frac{v_s^d - v_s}{v_s^d} & \text{if } \frac{v_s}{v_s^d} < 0.95 \ \& \ a_x < 1 \ \& \ k_f = 3, \\ 0 & \text{其他。} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $Y_u$ 为驾驶员不满意度阈值; $k_f \in \{0, 1, 2, 3\}$ 为本车道前方车辆的种类,0,1,2,3分别代表无车、事故车辆或施工造成的静态障碍区、商用车、乘用车; $l_f$ 为本车距离前车的纵向距离; $l_{\text{safe}}$ 为最小跟车安全距离<sup>[20]</sup>,其大小与实际车速 $v_s$ (单位:m/s)相关; $a_x$ 为纵向加速度。根据文献[3]取 $Y_u = 500$ ,当 $p_k \geq Y_u$ 时,无人驾驶汽车产生换道意图,需进行目标车道选择。

$$l_{\text{safe}} = 0.0029(v_s \times 3.6)^2 + 0.3049(v_s \times 3.6). \quad (4)$$

使用文献[3]中的最大安全速度 $V$ (单位:m/s)进行车道选择。将本车道与左右两车道的最大安全速度对比,最大安全速度值最大的车道即为目标车道,若本车道最大安全车速最大,则继续跟随前车,等待换道时机。

$$V = \begin{cases} \frac{120}{3.6} & \text{if } k_f = 0; \\ 0 & \text{if } k_f = 1; \\ \min\left(\frac{b_s\tau + [b_s^2\tau^2 - b_s(2l_f - v_s(t)\tau - \frac{v_f(t)^2}{b_f})]^{1/2}}{2}, \frac{120}{3.6}\right) & \text{if } k_f = 2; \\ \min\left(b_s\tau + [b_s^2\tau^2 - b_s(2l_f - v_s(t)\tau - \frac{v_f(t)^2}{b_f})]^{1/2}, \frac{120}{3.6}\right) & \text{if } k_f = 3. \end{cases} \quad (5)$$

## 2 换道可行性检验模型

在三车道高速公路场景中,按照换道车辆所处车道的位置可将换道场景分为中间车道车辆换道场景(如图2)和边缘车道车辆换道场景(如图3)。两类换道车辆的差别在于是否可能存在相间车道的车辆向目标车道换道(如图3中最左侧车辆可以向本车的目标车道换道)。

### 2.1 中间车道车辆换道可行性检验

对于中间车道车辆换道场景,非目标车道(如图2中的右车道)的车辆如果处于换道状态,其换道前已经对周围车辆进行了换道可行性检验,即其与本车距离较大;且本车换道的横向运动方向与非目标车道相反,所以非目标车道的车辆换道与否不会影响中间车道车辆的换道。同理,不需要考虑本车道前后车辆往非目标车道换道。因此只需要讨论其他情形下本车道前后车辆和目标车道前后车辆对本车换道的影响。

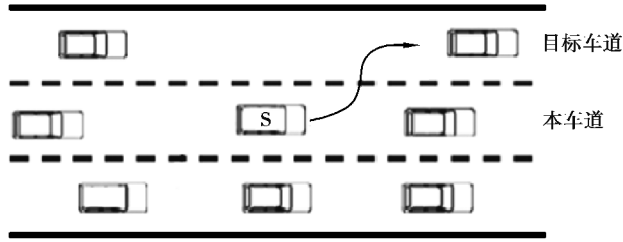


图 2 中间车道车辆换道场景  
Fig. 2 Lane-changing scene of the vehicle in the middle lane

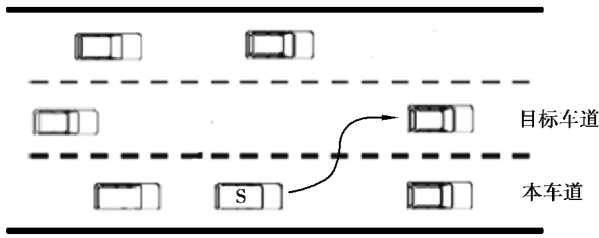


图 3 边缘车道车辆换道场景  
Fig. 3 Lane-changing scene of the vehicle in the edge lane

2.1.1 目标车道前车可行性检验

当目标车道前车处于车道保持状态时,假设目标车道前车沿车道中心线行驶。如图 4 所示,定义本车 S 的左上角第一次触碰目标车道前车边线  $L_{F_t}$  时的点为 C 点,则该点为本车 S 与目标车道前车  $F_t$  的临界碰撞点,定义该时刻为  $t_c$ 。即在本车左上角未到达边线  $L_{F_t}$  之前( $0 \sim t_c$ ),本车不会与目标车道前车发生任何形式的碰撞。在  $t_c \sim T$ (设换道结束时刻为  $T$ ),如果本车最前点(左前点或者右前点)在目标车道前车最后点之后,本车不会与目标车道前车发生任何形式的碰撞。即:

$$x_s(t) + \frac{l_s}{2} \cos(\theta(t)) + \frac{w_s}{2} \times |\sin(\theta(t))| < x_{F_t}(t) - \frac{l_{F_t}}{2} \quad (6)$$

式中:  $x_s(t)$ 、 $x_{F_t}(t)$  分别为  $t$  时刻本车和目标车道前车的纵向位置;  $\theta$  为本车车头方向与水平方向的夹角;  $l_s$  与  $l_{F_t}$  分别为本车和目标车道前车长度;  $w_s$  为本车宽度。下标 S、 $F_t$ 、 $R_t$ 、 $F_p$ 、 $R_p$ 、 $F_i$  和  $R_i$  分别表示本车、目标车道前车、目标车道后车、本车道前车、本车道后车、相间车道前车和相间车道后车。  $\cos(\theta(t)) \leq 1$ ,  $|\sin(\theta(t))| \leq \max |\sin(\theta(t))|$ , 因此,  $\forall t \in (t_c, T)$ , 若满足(7)式, 则(6)式成立。

$$x_s(t) < x_{F_t}(t) - \frac{l_{F_t}}{2} - \frac{l_s}{2} - \frac{w_s}{2} \times \max |\sin(\theta(t))| \quad (7)$$

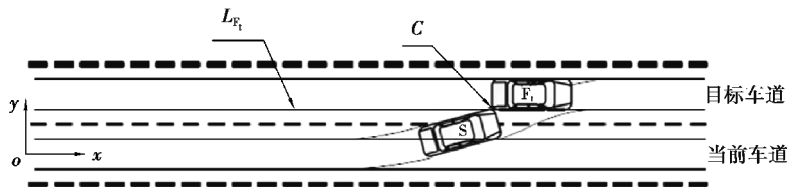


图 4 本车与  $F_t$  的碰撞示意图  
Fig. 4 Collision diagram of  $F_t$  and S

定义  $L_{T1} = \frac{l_{F1}}{2} + \frac{l_S}{2} + \frac{w_S}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|$ , 定义  $D_{F1}$  为本车 S 最前点与目标车道前车尾部的纵向距离,

$$D_{F1}(t) = x_{F1}(t) - x_S(t) - L_{T1} = \iint_0^{\lambda} (a_x^{F1}(\tau) - a_x^S(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^{F1}(\lambda) - v_x^S(\lambda) d\lambda - L_{T1} + x_{F1}(0) - x_S(0) = \iint_0^{\lambda} (a_x^{F1}(\tau) - a_x^S(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^{F1}(\lambda) - v_x^S(\lambda) d\lambda + D_{F1}(0). \quad (8)$$

式中:  $a_x^S(\tau)$ 、 $a_x^{F1}(\tau)$  为  $\tau$  时刻本车和目标车道前车的加速度;  $v_x^S(\lambda)$ 、 $v_x^{F1}(\lambda)$  为  $\lambda$  时刻本车和目标车道前车的速度;  $x_S(t)$ 、 $x_{F1}(t)$  为  $t$  时刻本车和目标车道前车的纵向位置;  $D_{F1}(t)$  为  $t$  时刻本车与前车的距离;  $D_{F1}(0)$  为换道前本车与目标车道前车的初始纵向距离,  $D_{F1}(0) = x_{F1}(0) - x_S(0) - L_{T1}$ 。设  $(t_C, T)$  时间段内本车与目标车道前车之间最大相对纵向位移为:

$$l_{F1} = \max \left( \iint_0^{\lambda} (a_x^S(\tau) - a_x^{F1}(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^S(\lambda) - v_x^{F1}(\lambda) d\lambda \right), \quad \forall t \in (t_C, T). \quad (9)$$

若

$$D_{F1}(0) \geq l_{F1}, \quad (10)$$

则本车不会与目标车道前车发生任何形式的碰撞。

由于本车在对比本车道和目标车道的速度优势后, 选择向目标车道换道, 因此目标车道前车只可能向本车道前车前面换道, 不可能往本车前换道。当目标车道前车处于车道变换状态时, 其离本车道前车有一定的安全距离, 离本车的距离更大, 所以目标车道前车的换道状态不会影响本车换道的可行性。因此只需满足式 (10), 则本车不会与目标车道前车发生碰撞。

### 2.1.2 目标车道后车可行性检验

本车横向位置处目标车道的最优车速大于本车道, 目标车道后车处最优车速更大, 所以目标车道后车不会选择往本车后面变道, 只需考虑目标车道后车处于车道保持状态。与目标车道前车一样, 本车左上角未到达目标车道后车边线  $L_{R1}$  前 ( $0 \sim t_C$ ), 本车不会与目标车道前车发生任何形式的碰撞。同理定义:

$$D_{R1}(0) = x_S(0) - x_{R1}(0) - L_{T2}, \quad (11)$$

式中:  $x_S(0)$ 、 $x_{R1}(0)$  为换道前本车与目标车道后车纵向位置;  $D_{R1}(0)$  为换道前本车与目标车道后车的初始纵向距离;  $L_{T2} = \frac{l_{R1}}{2} + \frac{l_S}{2} + \frac{w_S}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|$ 。设  $(t_C, T)$  时间段内目标车道后车与本车之间最大相对纵向位移为:

$$l_{R1} = \max \left( \iint_0^{\lambda} (a_x^{R1}(\tau) - a_x^S(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^{R1}(\lambda) - v_x^S(\lambda) d\lambda \right), \quad \forall t \in (t_C, T), \quad (12)$$

式中:  $v_x^{R1}$  和  $a_x^{R1}$  分别为目标车道后车的纵向速度和加速度。

若

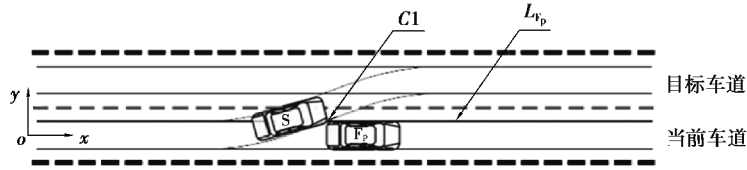
$$D_{R1}(0) \geq l_{R1}, \quad (13)$$

则本车不会与目标车道后车发生任何形式的碰撞。

### 2.1.3 本车道前车可行性检验

当本车道前车往本车的目标车道换道时, 如果本车继续换道, 仍然跟随的是目前的前车, 换道完成后驾驶员不满意度仍然很大, 因此此时本车不进行换道, 等待前车换道完成后再决定是否换道。

当本车道前车处于车道保持状态时, 定义本车 S 的右上角第一次触碰本车道前车右边线  $L_{Fp}$  的点为  $C1$  点 (见图 5), 则该点为本车 S 与本车道前车的临界碰撞点, 定义该时刻为  $t_{C1}$ 。即在本车右上角未到达边线  $L_{Fp}$  之前 ( $0 \sim t_{C1}$ ), 本车可能与本车道前车发生正碰或者角碰。在  $t_{C1} \sim T$  本车不会与本车道前车发生任何形式的碰撞。

图 5 本车与  $F_p$  的碰撞示意图Fig. 5 Collision diagram of  $F_p$  and S

定义

$$D_{F_p}(0) = x_{F_p}(0) - x_s(0) - L_{T_3}. \quad (14)$$

式中:  $x_{F_p}(0)$  为换道前本车道前车纵向位置;  $D_{F_p}(0)$  为换道前本车与本车道前车的初始纵向距离;  $L_{T_3} = \frac{l_{F_p}}{2} + \frac{l_s}{2} + \frac{w_s}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|$ 。设  $(0, t_{C1})$  时间段内本车与本车道前车之间最大相对纵向位移为:

$$l_{F_p} = \max \left( \int_0^t \int_0^\lambda (a_x^S(\tau) - a_x^{F_p}(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t (v_x^S(\lambda) - v_x^{F_p}(\lambda)) d\lambda \right), \forall t \in (0, t_{C1}), \quad (15)$$

式中:  $v_x^{F_p}$ 、 $a_x^{F_p}$  分别为本车道前车速度和加速度。若

$$D_{F_p}(0) \geq l_{F_p}, \quad (16)$$

则本车不会与本车道前车发生任何形式的碰撞。

因此若本车道前车往本车目标车道变道, 则本车放弃变道, 等待前车换道完成之后再确定是否变道; 其他情形下, 只需满足(16)式时, 本车道前车不会影响本车换道。

#### 2.1.4 本车道后车可行性检验

当本车道后车处于车道保持状态时, 如图 6 所示, 定义本车 S 的右下角第一次触碰本车道后车右边线  $L_{R_p}$  时的点为 C2 点, 则该点为本车 S 与本车道后车的临界碰撞点, 定义该时刻为  $t_{C2}$ 。同理定义:

$$D_{R_p}(0) = x_s(0) - x_{R_p}(0) - L_{T_4}. \quad (17)$$

式中:  $x_{R_p}(0)$  换道前本车道后车纵向位置;  $D_{R_p}(0)$  为换道前本车与本车道后车的初始纵向距离;  $L_{T_4} = \frac{l_{R_p}}{2} +$

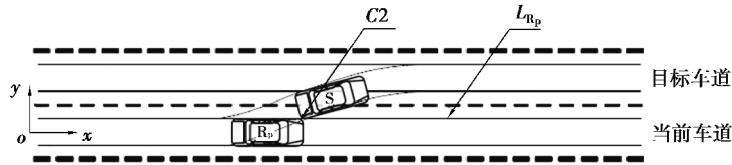
$\frac{l_s}{2} + \frac{w_s}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|$ 。设  $(0, t_{C2})$  时间段内本车与本车道后车之间最大相对纵向位移为:

$$l_{R_p} = \max \left( \int_0^t \int_0^\lambda (a_x^{R_p}(\tau) - a_x^S(\tau)) d\tau d\lambda + \int_0^t (v_x^{R_p}(\tau) - v_x^S(\tau)) d\lambda \right), \forall t \in (0, t_{C2}). \quad (18)$$

若

$$D_{R_p}(0) \geq l_{R_p}, \quad (19)$$

则本车不会与本车道后车发生任何形式的碰撞。

图 6 本车与  $R_p$  的碰撞示意图Fig. 6 Collision diagram of  $R_p$  and S

当本车道后车往目标车道变道, 为了确保换道安全, 可使本车的最后点在本车道后车最前点之前, 即

$$x_{R_p}(t) + \frac{l_{R_p}}{2} \cos(\theta_1(t)) + \frac{w_{R_p}}{2} \times |\sin(\theta_1(t))| < x_s(t) - \frac{l_s}{2} \cos(\theta(t)) - \frac{w_s}{2} \times |\sin(\theta(t))|, \quad (20)$$



式中: $\theta_1$  为本车道后车换道过程车头方向与水平方向的夹角; $w_{R_p}$  为本车道后车的宽度。

由  $\cos(\theta(t)) \leq 1, |\sin(\theta(t))| \leq \max |\sin(\theta(t))|, \cos(\theta_1(t)) \leq 1, |\sin(\theta_1(t))| \leq \max |\sin(\theta_1(t))|$ , 可使

$$x_{R_p}(t) + \frac{l_{R_p}}{2} + \frac{w_{R_p}}{2} \times \max |\sin(\theta_1(t))| < x_s(t) - \frac{l_s}{2} - \frac{w_s}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|, \forall t \in (0, T)。 (21)$$

定义

$$D_{R1p}(0) = x_s(0) - x_{R_p}(0) - L_{T41}。$$

设  $(0, T)$  时间段内本车道后车与本车之间最大相对纵向位移为:

$$l_{R1p} = \max \left( \int_0^{\lambda} \int_0^{\lambda} a_x^{R_p}(\tau) - a_x^s(\tau) d\tau d\lambda + \int_0^{\lambda} v_x^{R_p}(\tau) - v_x^s(\tau) d\lambda \right), \forall t \in (0, T),$$

式中: $v_x^{R_p}, a_x^{R_p}$  分别为本车道后车速度和加速度,  $D_{R1p}(0)$  为换道前本车与本车道后车的初始纵向距离,

$$L_{T41} = \frac{l_{R_p}}{2} + \frac{w_{R_p}}{2} \times \max |\sin(\theta_1(t))| + \frac{l_s}{2} + \frac{w_s}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|。$$

若

$$D_{R1p}(0) \geq l_{R1p}, (22)$$

则本车不会与本车道后车发生任何形式的碰撞。

本车可以根据周围车辆转向灯信息判断周围车辆是否想换道,且能判断往哪一方向换道。如果本车处于中间车道,可以根据图 7 的逻辑判断流程图检验车辆换道可行性。

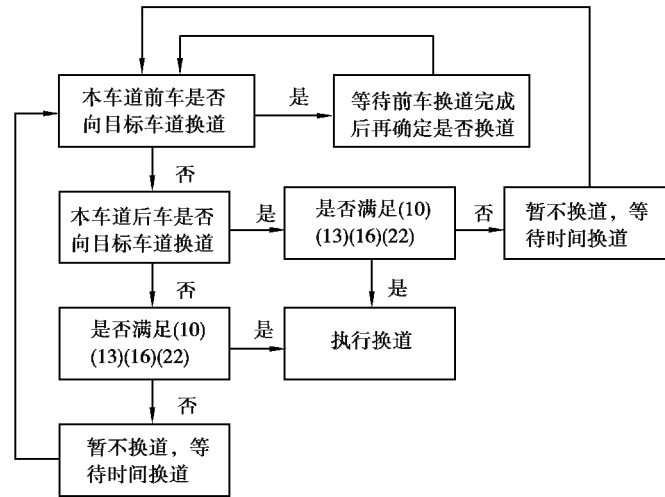


图 7 中间车道换道可行性检验流程图

Fig. 7 Flow chart of lane-changing feasibility test in the middle lane

## 2.2 边缘车道车辆换道可行性检验

对于边缘车道的车辆,除了受本车道车辆和目标车道车辆影响外,还会受到相间车道车辆换道的影响。如图 3 所示,当本车 S 想要往目标车道换道时,如果相间车道车辆也往目标车道换道,则本车 S 与相间车道车辆可能在目标车道发生碰撞,因此必须讨论相间车道的车辆对本车换道的影响,确保换道安全。

### 2.2.1 相间车道前车可行性检验

当相间车道前车向目标车道变道时,本车左上角达到目标车道边界线前(临界点  $C_3$ ),本车不会与相间车道前车发生碰撞。在  $t_{C_3} \sim T$ ,为了确保换道安全,只需使本车的最前点在相间车道前车最后点之后,即

$$D_{F_1}(0) \geq l_{F_1}, (23)$$

式中: $D_{F_1}(0)$  为换道前本车与相间车道前车的初始纵向距离,  $l_{F_1}$  为  $(t_{C_3}, T)$  时间段内本车与相间车道前车之间最大相对纵向位移。

$$D_{F_1}(0) = x_{F_1}(0) - x_s(0) - L_{T5};$$

$$L_{T5} = \frac{l_{F_i}}{2} + \frac{\omega_{F_i}}{2} \times \max |\sin(\theta_2(t))| + \frac{l_S}{2} + \frac{\omega_S}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|,$$

式中:  $x_{F_i}(0)$  为换道前相间车道前车纵向位置,  $\omega_{F_i}$  相间车道前车宽度,  $\theta_2$  为相间车道前车换道过程车头方向与水平方向的夹角。

$$l_{F_i} = \max \left( \int_0^t \int_0^\lambda a_x^S(\tau) - a_x^{F_i}(\tau) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^S(\tau) - v_x^{F_i}(\tau) d\lambda \right), \forall t \in (t_{C3}, T), \quad (24)$$

式中:  $v_x^{F_i}$  和  $a_x^{F_i}$  分别为相间车道前车速度和加速度。

2.2.2 相间车道后车可行性检验

当相间车道后车往本车目标车道变道时,跟相间车道前车一样,为了使本车换道安全,在  $t_{C3} \sim T$ , 只需使本车的最后点在相间车道后车最前点之前,即

$$D_{R_i}(0) \geq l_{R_i}, \quad (25)$$

式中:  $D_{R_i}(0)$  为换道前本车与相间车道后车的初始纵向距离,  $l_{R_i}$  为  $(t_{C3}, T)$  时间段内相间车道前车与本车之间最大相对纵向位移。

$$D_{R_i}(0) = x_S(0) - x_{R_i}(0) - L_{T6};$$

$$L_{T6} = \frac{l_{R_i}}{2} + \frac{\omega_{R_i}}{2} \times \max |\sin(\theta_3(t))| + \frac{l_S}{2} + \frac{\omega_S}{2} \times \max |\sin(\theta(t))|.$$

式中:  $x_{R_i}(0)$  为换道前相间车道后车纵向位置,  $\omega_{R_i}$  为相间车道后车宽度,  $\theta_3$  为相间车道后车换道过程车头方向与水平方向的夹角。

$$l_{R_i} = \max \left( \int_0^t \int_0^\lambda a_x^S(\tau) - a_x^{R_i}(\tau) d\tau d\lambda + \int_0^t v_x^S(\lambda) - v_x^{R_i}(\lambda) d\lambda \right), \forall t \in (t_{C3}, T), \quad (26)$$

式中:  $v_x^{R_i}$  和  $a_x^{R_i}$  分别为相间车道后车速度和加速度。

综上所述,当车辆处于边缘车道时,可以根据图 8 的逻辑判断流程图检验车辆换道可行性。边缘车道的车辆在满足中间车道换道可行性条件的基础上,还需满足相间车道前后车辆可行性检验才能换道。

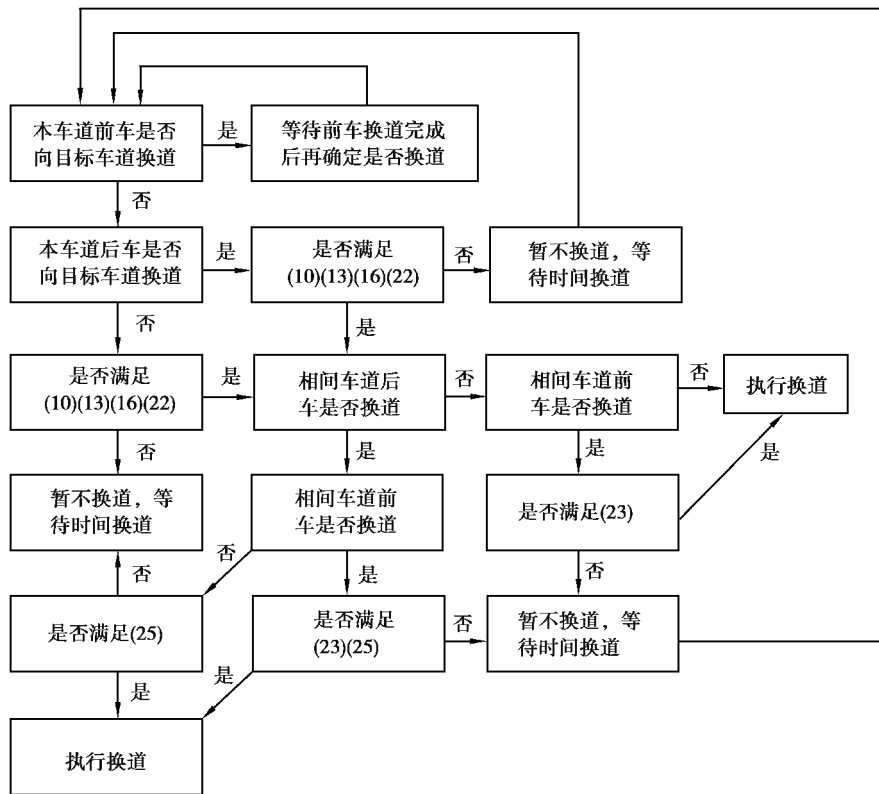


图 8 边缘车道换道可行性检验流程图

Fig. 8 Flow chart of lane-changing feasibility test in the edge lane



### 3 轨迹规划与轨迹跟踪

#### 3.1 轨迹规划

设换道过程中纵向速度不变,横向轨迹为五次多项式,即:

$$y(x|k) = a_0^k + a_1^k(x - x_0^k) + a_2^k(x - x_0^k)^2 + a_3^k(x - x_0^k)^3 + a_4^k(x - x_0^k)^4 + a_5^k(x - x_0^k)^5, \quad x \in [x_0^k, x_e^k]. \quad (27)$$

式中:  $k$  为当前时刻,  $x_0^k$  和  $x_e^k$  分别为当前时刻规划轨迹的初始和终止点纵向位置,  $a_0^k$ 、 $a_1^k$ 、 $a_2^k$ 、 $a_3^k$ 、 $a_4^k$  和  $a_5^k$  为当前时刻五次多项式的 6 个系数。

换道起始点约束条件:  $x = x_0^k, y = y_0^k, \frac{dy}{dx} = v_{y_0}^k, \frac{d^2y}{dx^2} = a_{y_0}^k$ ; 式中  $y_0^k, v_{y_0}^k, a_{y_0}^k$  分别为换道起点的横向位置、横向速度和横向加速度。

换道终止点约束条件:  $x = x_e^k, y = y_e^k, \frac{dy}{dx} = v_{y_e}^k, \frac{d^2y}{dx^2} = a_{y_e}^k$ ; 式中  $y_e^k, v_{y_e}^k, a_{y_e}^k$  分别为换道终止点的横向位置、横向速度和横向加速度。

根据起始点约束条件可求得待定参数  $a_0^k \sim a_5^k$ , 从而获得换道轨迹。

#### 3.2 基于 MPC 的轨迹跟踪控制

将车辆简化为三自由度模型(如图 9)。根据力学平衡关系,建立如下动力学模型。

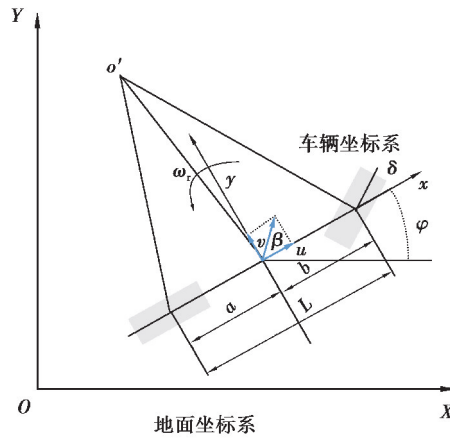


图 9 三自由度动力学模型

Fig. 9 Three degrees of freedom dynamics model

$$(k_1 + k_2)\beta + \frac{1}{u}(ak_1 - bk_2)\omega_r - k_1\delta = m(\dot{v} + u\omega_r); \quad (28)$$

$$(ak_1 - bk_2)\beta + \frac{1}{u}(a^2k_1 + b^2k_2)\omega_r - ak_1\delta = I_z\dot{\omega}_r; \quad (29)$$

式中:  $v$  为车辆横向速度;  $u$  为车辆纵向速度, 此处假设纵向匀速;  $\omega_r$  为横摆角速度;  $\delta$  为前轮转角;  $m$  为整车质量;  $I_z$  为整车转动惯量;  $a$  和  $b$  分别为前后轮心到质心的距离;  $k_1$  和  $k_2$  分别为前后车辆的侧偏刚度;  $\beta$  为质心侧偏角。因为车辆在高速公路上行驶时, 车辆前轮转角为小角度, 因此  $\beta \approx \tan \beta = \frac{v}{u}, \dot{\beta} = \frac{\dot{v}}{u}$ 。

整理可以得到以下微分方程:

$$\dot{\omega}_r = \frac{a^2k_1 + b^2k_2}{I_z u}\omega_r + \frac{ak_1 - bk_2}{I_z}\beta - \frac{ak_1}{I_z}\delta, \quad (30)$$

$$\dot{\beta} = \left( \frac{ak_1 - bk_2}{mu^2} - 1 \right)\omega_r + \frac{(k_1 + k_2)}{mu}\beta - \frac{k_1}{mu}\delta. \quad (31)$$

设车辆坐标与全局坐标的夹角为  $\varphi$ , 则全局坐标下的速度和局部坐标下的速度转换关系如下:

$$\dot{X}(t) = u \cos \varphi(t) - v \sin \varphi(t), \quad (32)$$

$$\dot{Y}(t) = u \sin \varphi(t) + v \cos \varphi(t). \quad (33)$$

得到前轮转角与输出轨迹的关系后, 按照图 10 中的方法进行轨迹跟踪。图 10 中规划轨迹  $y_d$  为规划的换道曲线, 为了使跟踪轨迹尽量与目标轨迹接近和前轮转角变化量尽可能小, 建立优化目标为  $J = Q_1 \|y_d - y\| + Q_2 \|\Delta\delta\|$ ; 这里的  $J$  为成本函数,  $Q_1$  为横向偏差权重,  $Q_2$  为前轮转角的增量权重。同时约束前轮转角增量和前轮转角的最大值 ( $Y_{u1}$  和  $Y_{u2}$  分别为前轮转角的增量阈值和前轮转角阈值), 且使最终跟踪轨迹与目标轨迹重合, 即约束  $y_d(N_p) = y(N_p)$ , 这里  $y_d(N_p)$  为第  $N_p$  步期望的横向位置。通过以上动力学方程 (30)~(33) 可以求得不同前轮转角  $\delta(1 \sim N_p)$  下的横向位移, 然后进行 MPC 滚动优化, 计算不同时刻的前轮转角。

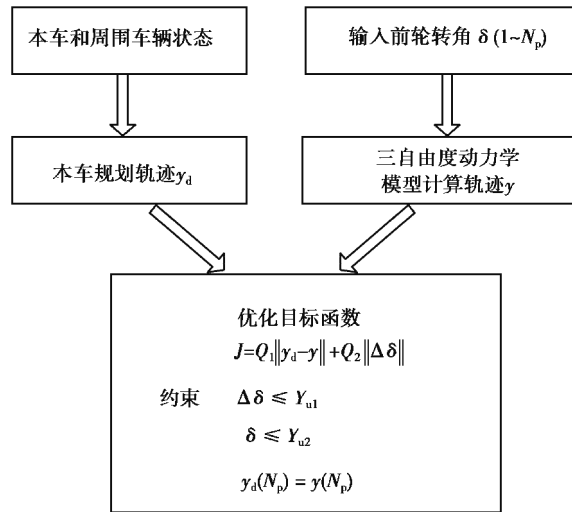


图 10 MPC 控制方法

Fig. 10 Control method of MPC

## 4 仿真实验和结果分析

现有研究通常仅考虑本车道前后车、目标车道前后车处于车道保持状态, 即满足 (10)(13)(16)(19) 时, 本车进行换道, 否则不换道。设计对比仿真工况对现有模型与改善型换道可行性检验模型进行对比试验和分析。对于本车和周围车辆换道, 均使用式 (27) 规划换道轨迹, 准备换道时刻为换道起始点, 设换道过程的时间为定值, 即换道终止点  $x_c^k = x_0^k + v_{y_0}^k T$ , 取  $T = 4$  s。设换道起始点和换道终止点的横向速度及横向加速度为 0, 以保证换道起始点、换道终止点的速度、加速度平滑过渡。根据换道起始点和终止点约束条件, 则可获得本车和周围车辆的换道轨迹。再根据本车和周围车辆的换道轨迹, 可以获得临界碰撞点  $C$ 、 $C1 \sim C3$  和最小安全距离  $l_{F_i}(t)$ 、 $l_{R_i}(t)$ 、 $l_{F_p}(t)$ 、 $l_{R_p}(t)$ 、 $l_{R_{1p}}(t)$ 、 $l_{F_i}(t)$  和  $l_{R_i}(t)$ 。对于 MPC 控制器, 取  $N_p = 60$ ,  $Q_1 = 10$ ,  $Q_2 = 2$ ,  $Y_{u1} = 0.6$ ,  $Y_{u2} = 10$ , 进行换道轨迹跟踪。然后按照图 1 的车道变换逻辑架构建立 Simulink 和 PreScan 联合仿真模型进行仿真。

### 4.1 仿真工况

仿真工况 1 (如图 2), 本车处于中间车道, 除本车外其他车辆处于车道保持状态, 所有车辆纵向初速度和初始位置如表 1 所示, 且假设所有车辆纵向匀速, 本车按五次多项式规划的轨迹向目标车道换道。

表 1 仿真工况 1  
Table 1 Simulation condition 1

初始状态		速度/(km·h <sup>-1</sup> )	与本车距离/m
本车道	前车	80	100
	本车	100	0
	后车	90	50
目标车道	前车	110	40
	后车	110	80
其他车道	前车	70	80
	后车	70	80

仿真工况 2(如图 11),本车处于中间车道,1.50 s 时刻本车道前车打左转向灯,即往左侧车道变道,其他车辆处于车道保持状态。所有车辆的纵向速度和初始位置如表 2 所示。

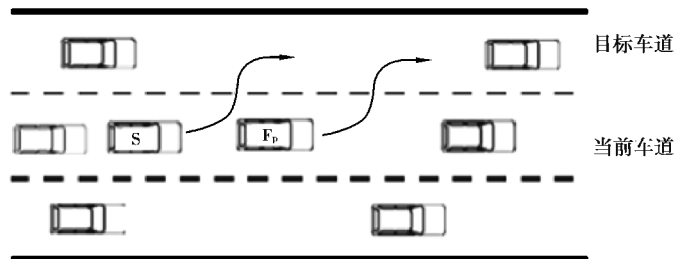


图 11 仿真工况 2  
Fig. 11 Simulation condition 2

表 2 仿真工况 2  
Table 2 Simulation condition 2

初始状态		速度/(km·h <sup>-1</sup> )	与本车距离/m
本车道	前前车	70	100
	前车	80	70
	本车	100	0
	后车	90	70
目标车道	前车	100	100
	后车	100	80
其他车道	前车	70	80
	后车	70	80

仿真工况 3(如图 12),本车处于最右侧车道,2.00 s 时刻相间车道后车打右转向灯,即往中间车道变道,其他车辆处于车道保持状态。所有车辆的纵向速度和初始位置如表 3 所示。

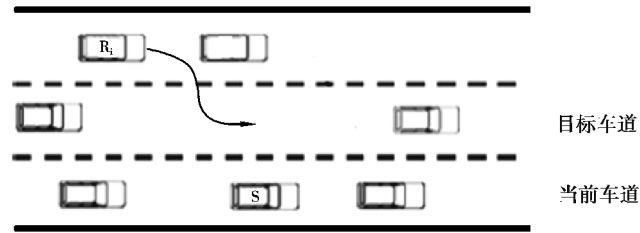


图 12 仿真工况 3

Fig. 12 Simulation condition 3

表 3 仿真工况 3

Table 3 Simulation condition 3

初始状态		速度/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )	与本车距离/m
本车道	前车	70	65
	本车	90	0
	后车	70	80
目标车道	前车	90	100
	后车	90	80
其他车道	前车	90	60
	后车	100	20

仿真工况 4, 本车处于中间车道, 1.40 s 时本车道后车打左转向灯, 即往左侧车道变道。1.50 s 时本车道前车打右转向灯, 即往右侧车道变道, 其他车辆处于车道保持状态。所有车辆的纵向速度和初始位置如表 4 所示。

表 4 仿真工况 4

Table 4 Simulation condition 4

初始状态		速度/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )	与本车距离/m
本车道	前车	60	40
	本车	70	0
	后车	110	50
目标车道	前车	110	50
	后车	90	100
其他车道	前车	70	100
	后车	60	60

#### 4.2 换道可行性检验仿真结果

对于仿真工况 1, 周围车辆均处于车道保持状态, 使用改善型换道可行性检验模型和对比模型均能在安全的情况下正常换道。

对于仿真工况 2, 1.50 s 时本车道前车向本车目标车道换道, 在 1.91 s 时, 本车驾驶员不满意度达到不满意度阈值。在 1.91 s 时, 本车距本车道前后车、目标车道前后车的距离满足对比模型的换道可行性检验条件, 因此在 1.91 s 时向目标车道换道, 其换道过程的横向位置和纵向位置如图 13 和图 14 所示。在 5.91 s 时本车换道完成, 但本车距离前车的距离比换道前更小(如图 13), 驾驶员不满意度仍高于驾驶员不满意度阈值, 本车仍然想请求换道, 很可能再往原车道换道, 因此之前的换道为无效的换道, 没有降低驾驶员不满意度。对于改善型换道可行性检验模型, 在 1.91 s 时本车发现前车正在往本车目标车道换道, 因此本车继续处于车道保持状态, 等待前车换道完成后再决定是否换道, 杜绝了向目标车道换道完成后马上又向本车道换道

的无效换道过程。因此相对于对比模型,使用改善型换道可行性检验模型更加高效。

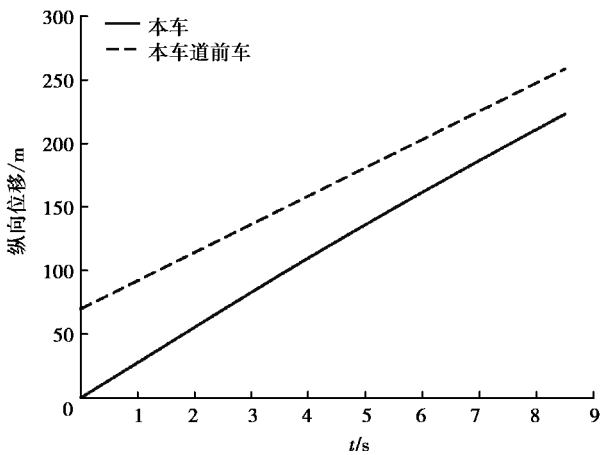


图 13 对比模型仿真工况 2 纵向位移

Fig. 13 Longitudinal displacement of the reference model in simulation condition 2

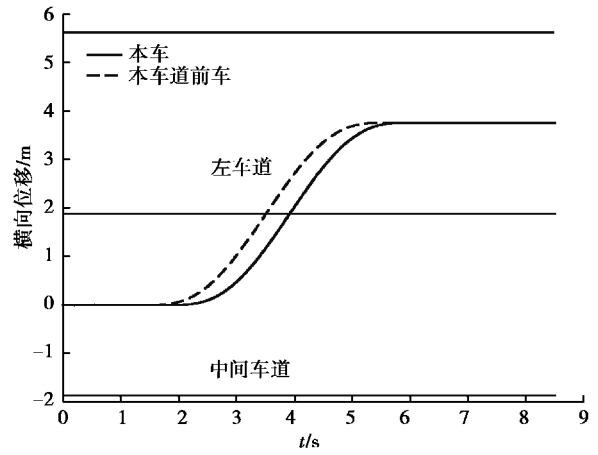


图 14 对比模型仿真工况 2 横向位移

Fig. 14 Lateral displacement of the reference model in simulation condition 2

对于仿真工况 3,2.00 s 时相间车道后车向本车目标车道换道,在 2.55 s 时,本车驾驶员不满意度达到不满意度阈值。在 2.55 s 时,本车距本车道前后车、目标车道前后车的距离满足对比模型的换道可行性检验条件,因此在 2.55 s 时向目标车道换道。对比模型的仿真结果如图 15 和 16,在 5.62 s 时,本车和相间车道后车纵向位置相同、横向位置很近,所以在 5.62 s 时两车已经发生碰撞。对于改善型换道可行性检验模型,增加了相间车道车辆的检验,在 2.55 s 时刻,相间车道后车距本车距离小于最小安全距离,因此不进行换道,从而避免了本车与相间车道后车的碰撞。

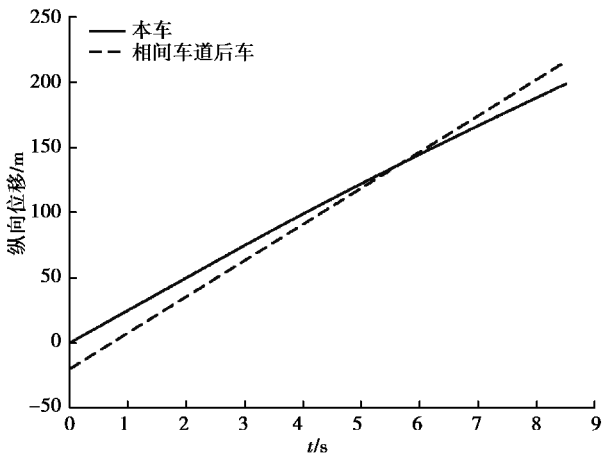


图 15 对比模型仿真工况 3 纵向位移

Fig. 15 Longitudinal displacement of the reference model in simulation condition 3

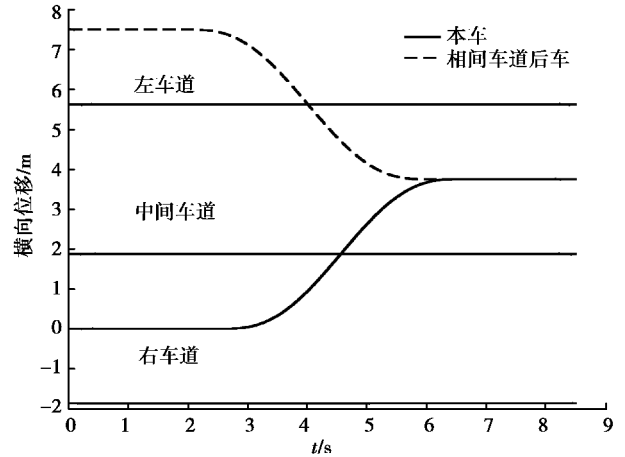


图 16 对比模型仿真工况 3 横向位移

Fig. 16 Lateral displacement of the reference model in simulation condition 3

对于仿真工况 4,在 1.62 s 时本车驾驶员不满意度达到不满意度阈值,此时本车与周围车辆的距离和可行性检验阈值如表 5 所示。由表可知,对比模型的可行性检验结果为通过,而本车距本车道后车的距离不能通过改善型换道可行性检验模型的检验。对比模型的仿真结果如图 17~18 所示,在 4.32 s 时,本车和本车道后车纵向位置相同、横向位置相近,所以在 4.32 s 时两车已经发生碰撞。而对于改善型换道可行性检验模型,在 1.62 s 时其通不过可行性检验,本车不进行换道,从而避免了本车与本车道后车发生碰撞。因此相对于对比模型,使用改善型换道可行性检验模型更加安全。

表 5 本车与周围车辆的距离和可行性检验阈值

Table 5 The feasibility test thresholds and the distances between the surrounding vehicles and S

$D_{F_t}(0)$	$l_{F_t}(t)$	$D_{R_t}(0)$	$l_{R_t}(t)$	$D_{F_p}(0)$	$l_{F_p}(t)$	$D_{R_p}(0)$	$l_{R_p}(t)$	$D_{R_{1p}}(0)$	$l_{R_{1p}}(t)$
63.0	0	86.0	22.2	31.4	2.8	27.9	24.3	27.9	44.4

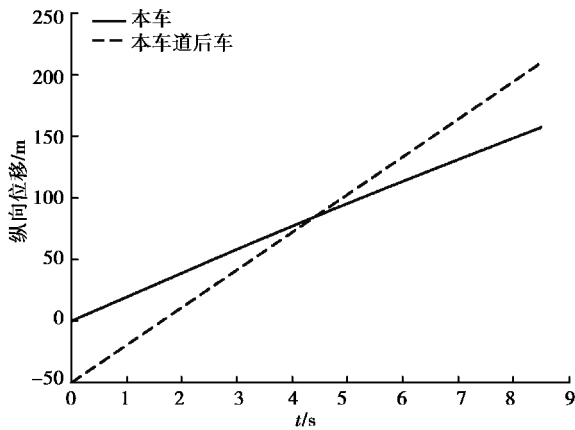


图 17 对比模型仿真工况 4 纵向位移

Fig. 17 Longitudinal displacement of the reference model in simulation condition 4

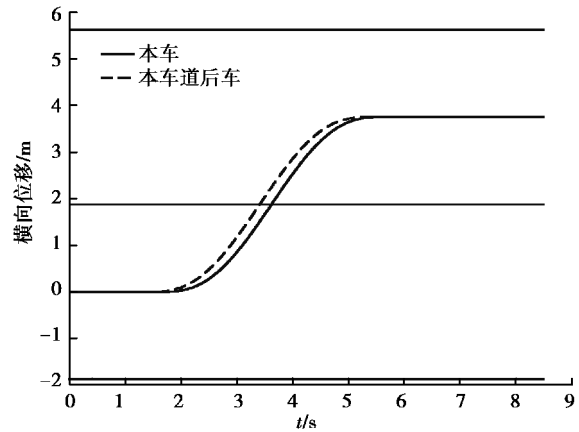


图 18 对比模型仿真工况 4 横向位移

Fig. 18 Lateral displacement of the reference model in simulation condition 4

仿真工况 2~4 中改善型换道可行性检验模型对不同状态的周围车辆和相间车道的换道车辆进行了可行性检验,结果表明该模型比对比模型更加安全高效。

### 4.3 轨迹跟踪仿真结果

对仿真工况 1 中的换道轨迹,换道车速为 100 km/h,规划横向轨迹如图 19 所示。MPC 控制器的轨迹跟踪结果如图 20~21 所示。图 20 中可以看出前轮转角无毛刺,即驾驶过程中方向盘平滑过渡,转向系统能按照输入的方向盘转角响应,最大前轮转角不超过  $8^\circ$ ,具有很好的驾乘舒适性。由图 21 可知,最大横向跟踪误差不超过 1 cm,具有非常高的跟踪精度。

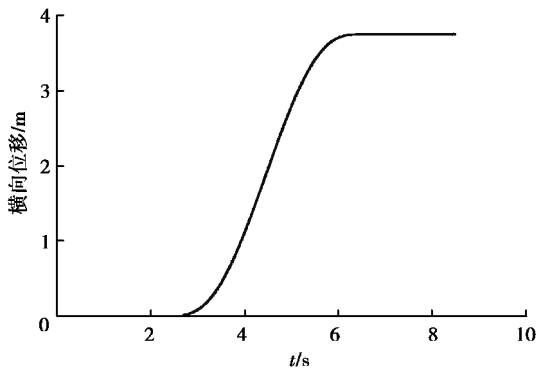


图 19 横向轨迹规划

Fig. 19 The lateral trajectory planning

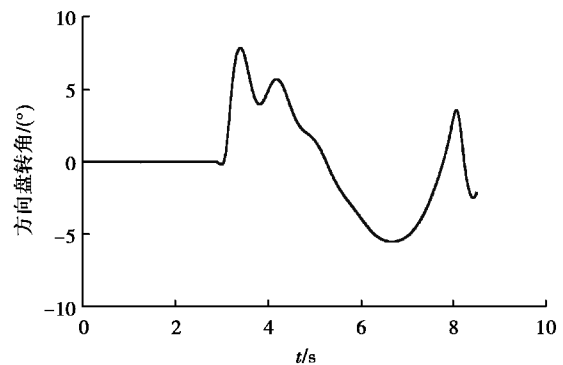


图 20 MPC 跟踪方向盘转角

Fig. 20 The steering angle of the MPC control method



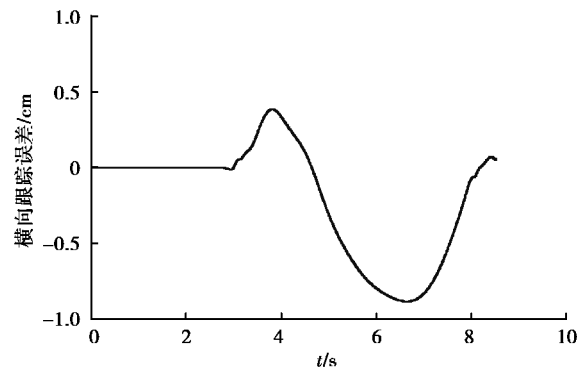


图 21 MPC 跟踪横向误差

Fig. 21 The lateral tracking error of the MPC control method

## 5 结 论

为实现安全自主换道,建立了车道变换逻辑框架,提出了改善型换道可行性检验模型和基于 MPC 的轨迹跟踪方法,最后设计了仿真对比试验对所研究的模型和方法进行验证。该研究得到以下结论:

1) 提出了中间车道车辆换道可行性检验模型。分析了本车道和相邻车道处于不同状态(车道保持和车道变换)的前后车辆对本车换道的影响,提出了其不影响本车换道的检验要求,确保车辆在不同的驾驶环境下均能安全换道。

2) 提出了边缘车道车辆换道可行性检验模型。分析了相间车道处于车道变换的前后车辆对本车换道的影响,提出了其不影响本车换道的检验要求,确保换道过程中本车不与相间车道换道车辆发生碰撞。

3) 建立了车道变换逻辑框架,在该框架下融合改善型换道可行性检验模型,使用 MPC 方法对换道轨迹进行跟踪,然后根据该框架使用 Simulink 和 PreScan 建立自主换道模型。仿真结果表明,提出的自主换道模型在安全高效换道的前提下能够对换道轨迹进行精准跟踪。

目前只使用仿真方法对所研究的模型和方法进行了验证,未来需要设计实车实验对所提出的模型进行验证,最终将其用于实际工程中。

### 参考文献:

- [1] Luo Y, Xiang Y, Cao K, et al. A dynamic automated lane change maneuver based on vehicle-to-vehicle communication[J]. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*, 2016, 62: 87-102.
- [2] 刘元栋. 高速公路智能自主车换道控制研究[D].武汉:武汉理工大学,2018.  
Liu Y D. Research on the lane changing control of highway intelligent autonomous vehicle[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018. (in Chinese)
- [3] 张帅. 高速公路下智能车自主换道算法研究[D].长春:吉林大学,2019.  
Zhang S. Studies on lane changing algorithm of intelligent vehicle on highways[D]. Changchun: Jilin University, 2019. (in Chinese)
- [4] Nie J, Zhang J, Wan X, et al. Modeling of decision-making behavior for discretionary lane-changing execution[C]//2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). IEEE, 2016: 707-712.
- [5] Suh J, Chae H, Yi K. Stochastic model predictive control for lane change decision of automated driving vehicles[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(6): 4771-4782.
- [6] Noor H, Hairi Z, Khisbullah H. Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles: a review of state of the art and challenges[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2017, 86(2): 225-254.
- [7] Zhang Y, Lin Q, Wang J, et al. Lane-change intention estimation for car-following control in autonomous driving[J]. *IEEE*

- Transactions on Intelligent Vehicles, 2018, 3(3): 276-286.
- [8] 王文霞. 高速公路基本路段车辆换道安全距离模型的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2007.  
Wang W X. Study on lane changing safety spacing model of the basic freeway section[D]. Changchun: Jilin University, 2007. (in Chinese)
- [9] 张荣辉, 游峰, 初鑫男, 等. 车-车协同下无人驾驶车辆的换道汇入控制方法[J]. 中国公路学报, 2018, 31(4): 180-191.  
Zhang R H, You F, Chu X N, et al. Lane change merging control method for unmanned vehicle under V2V cooperative environment[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(4): 180-191.
- [10] 王政. 智能车辆自主换道方法的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2016.  
Wang Z. Research on autonomous lane changing method of intelligent vehicle[D]. Changchun: Jilin University, 2016. (in Chinese)
- [11] 郭应时, 蒋拯民, 白艳, 等. 无人驾驶汽车路径跟踪控制方法拟人程度研究[J]. 中国公路学报, 2018, 31: 189-196.  
Guo Y S, Jiang Z M, Bai Y, et al. Investigation of humanoid level of based on autonomous path tracking methods vehicles[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31: 189-196. (in Chinese)
- [12] 邱少林, 钱立军, 陆建辉. 基于最优预瞄的智能车变道控制[J]. 中国机械工程, 2019, 30(23): 2778-2783.  
Qiu S L, Qian L H, LU Jianhui. Lane-change control for intelligent vehicles based on optimal preview[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(23): 2778-2783. (in Chinese)
- [13] 阮久宏, 李贻斌, 杨福广, 等. 无人驾驶高速 4WID-4WIS 车辆路径跟踪单点预瞄控制[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(10): 21-26.  
Ruan J H, Li Y B, Yang F G, et al. Single-point preview control for unmanned high-speed 4WID-4WIS vehicle path tracking[J]. Journal of Chongqing University, 2011, 34(10): 21-26. (in Chinese)
- [14] 郭璧玺, 杜兴乐, 陶小松. 基于纯追踪模型的算法改进[J]. 汽车实用技术, 2019(15): 32-34.  
Guo B X, Du X L, Tiao X S. Algorithm improvement based on pure tracking model[J]. Automotive Applied Technology, 2019(15): 32-34. (in Chinese)
- [15] 蔡英凤, 李健, 孙晓强, 等. 智能汽车路径跟踪混合控制策略研究[J]. 中国机械工程, 2020, 31(3): 289-298.  
Cai Y F, Li J, Sun X Q, et al. Research on hybrid control strategy for intelligent vehicle path tracking[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(3): 289-298. (in Chinese)
- [16] 杨为, 赵胡屹, 舒红. 自动紧急制动系统行人避撞策略及仿真验证[J]. 重庆大学学报, 2019, 42(2): 1-10.  
Yang W, Zhao H, Shu H. Simulation and verification of the control strategies for AEB pedestrian collision avoidance system[J]. Journal of Chongqing University, 2019, 42(2): 1-10. (in Chinese)
- [17] Xu D L, Gong J W, Jiang Y, et al. An improved path tracking algorithm for intelligent vehicle in automatic parking conditions[J]. Applied Mechanics & Materials, 2014, 571-572: 326-330.
- [18] 王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能网联汽车路径跟踪控制器设计[J]. 机械工程学报, 2019, 55(8): 136-144, 153.  
Wang Y, Cai Y F, Chen L, et al. Design of intelligent and connected vehicle path tracking controller based on model predictive control[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 55(8): 136-144, 153. (in Chinese)
- [19] Zhang Q, Liu Z Y. Hierarchical control strategy of trajectory tracking for intelligent vehicle[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2017, 22(2): 224-232.
- [20] Gipps P G. A behavioural car-following model for computer simulation [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1981, 15(2): 105-111.