

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2022.213

# 具有预设性能的板球系统神经超扭曲滑模控制

夏国锋, 向凤红

(昆明理工大学信息工程与自动化学院, 昆明 650500)

**摘要:**提出了一种新的具有预设性能的非递归小波神经网络(self-recurrent wavelet neural network, SRWNN)超扭曲非奇异快速终端滑模(super-twisting non-singular fast terminal sliding mode, STNFTSM)控制方法(SRWNN\_STNFTSM),在动力学不确定性和未知扰动的情况下提高板球系统的跟踪控制性能。利用预设性能函数(prescribed performance function, PPF),将板球系统受约束的位置误差转换为无约束的误差模型。引入非奇异快速终端滑模(non-singular fast terminal sliding mode, NFTSM)面来消除常规终端滑模控制存在的奇异问题,并加入一个 tanh 函数的补偿项改进 NFTSM 滑模面,以调节轨迹跟踪的收敛速度和跟踪精度,同时结合超扭曲算法(super-twisting algorithm, STA)设计 STNFTSM 控制器,以削弱抖振和集总扰动的影响。针对系统存在的集总扰动,为了保证高跟踪精度,结合 STNFTSM 设计了自适应 SRWNN 补偿器来消除扰动,保证了鲁棒性。与现有常规滑模控制相比,仿真验证表明 SRWNN\_STNFTSM 具有良好的跟踪性能和鲁棒性,能够对集总扰动下的板球系统进行准确跟踪。

**关键词:**板球系统;预设性能控制;自回归小波神经网络;非奇异快速终端滑模;超扭曲算法

中图分类号:TP273

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2024)07-098-12

## Neural super-twisting sliding mode control of the ball and plate system with prescribed performance

XIA Guofeng, XIANG Fenghong

(Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, P. R. China)

**Abstract:** A novel control method, the self-recurrent wavelet neural network super-twisting non-singular fast terminal sliding mode (SRWNN\_STNFTSM) control with prescribed performance, is proposed to improve the tracking control performance of the ball and plate system in the presence of dynamic uncertainties and unknown perturbations. The prescribed performance function (PPF) is used to convert the originally constrained position error of the ball and plate system into an unconstrained error model. The non-singular fast terminal sliding mode control (NFTSMC) sliding mode surface is introduced to resolve the singular issue of conventional terminal sliding mode control. Additionally, a compensation term of the tanh function is incorporated to improve the NFTSM sliding mode surface, adjusting the convergence speed and tracking accuracy. Moreover, the SRWNN\_STNFTSM controller is combined with the super-distortion algorithm (STA) to mitigate the effects of chattering

收稿日期:2022-05-08 网络出版日期:2022-09-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61163051)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (61163051).

作者简介:夏国锋(1998—),男,硕士研究生,主要从事非线性系统控制研究,(E-mail)3105192457@qq.com。

通信作者:向凤红,男,教授,博士,(E-mail)3183992562@qq.com。

and lumped disturbance. To address the lumped disturbance of the system and ensure high tracking accuracy, an adaptive SRWNN compensator is designed in conjunction with the STNFTSM. This compensator is aimed at eliminating disturbances and ensuring robustness. Simulation results compared with existing conventional sliding mode control methods demonstrate that SRWNN\_STNFTSM exhibits excellent performance. It accurately tracks the ball and plate system under the influence of lumped disturbances.

**Keywords:** ball and plate system; prescribed performance control (PPC); self-recurrent wavelet neural network (SRWNN); non-singular fast terminal sliding mode (NFTSM); super-twisting algorithm (STA)

板球系统(ball and plate system)是典型的欠驱动、多变量和强耦合非线性动态系统<sup>[1]</sup>。它不仅用于检验控制算法的有效性<sup>[2-3]</sup>,其研究成果在船舶、航空航天、工业机器人与卫星定位等<sup>[4]</sup>工程非线性领域,也具有重要的理论与实际意义。板球系统的动力学是高度非线性和强耦合的,在实际应用中,系统不可避免地受到参数不确定性和外部干扰的影响。所有这些问题使得板球系统控制系统的设计成为一项具有挑战性的任务。

滑模控制(sliding mode control, SMC)因其对参数不敏感、易于实现被广泛应用<sup>[5-7]</sup>。Xu等<sup>[5]</sup>为解决系统跟踪误差的逼近率问题和削弱抖振,提出了一种新的变指数功率趋近律和互补终端滑模方法;李江峰等<sup>[6]</sup>将新型幂趋近律和新型指数趋近律结合得到了最优组合滑模控制。上述控制器大多依赖于先验已知的不确定性上限,但对于未建模的不确定性和外部干扰的知识往往难以获得。Li等<sup>[7]</sup>针对滑模变结构控制的逼近速度慢和抖动问题,设计径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络逼近板球非线性未知部分来降低模糊增益,设计了双幂次趋近律新型双滑动面控制,有效地提高了逼近速度并大大削弱了抖动。

基于SMC的稳定性和跟踪控制是渐近的,会降低系统的性能,而非奇异终端滑模(nonsingular terminal sliding mode, NTSM)控制可加快系统轨迹的收敛速度。与传统的SMC相比,NTSM克服了SMC的奇点问题,不会导致设计的控制器无界变化<sup>[8]</sup>。在SMC、NTSM和趋近律的理论中,仍存在着一些不足,例如:滑模控制的开关特性应用中会导致高频抖振现象。这种破坏性现象源于SMC结构中现有的切换项。抖振可能会损害执行器和其他系统设备,也可能导致闭环系统的输出误差增加。为了克服这个缺点,文献[5-7]报道了“消抖”问题,其思想都是在趋近律上进行改进。保证高鲁棒性的方法就是采用超扭曲算法(super-twisting algorithm, STA)。STA方案被广泛用于各种研究以减少抖振问题,因为它不需要测量滑动表面的高阶时间导数,通过生成连续输出来显著减少抖振量<sup>[9]</sup>。STA可以明显减少抖振并克服不确定性,不需要滑动变量微分反馈,对噪声和干扰不敏感<sup>[10]</sup>,能改善稳态和瞬态性能<sup>[11]</sup>。

板球系统的瞬态和稳态性能分析是一个具有挑战性的问题,特别是当系统受到执行器故障、多重约束和不确定性的影响时。尽管已有滑模控制文献中的控制器可以确保最终一致有界,但是所有闭环信号的收敛区域由一些未知的有界项确定,导致板球系统的当前结果缺乏有效机制使跟踪误差在瞬态和稳态阶段都满足预定规范。在存在强不确定性和扰动的前提下,这一弱点将不可避免地导致控制保守,甚至导致不良事故。预设性能控制(prescribed performance control, PPC)可以预先设计瞬态和稳态性能,通过利用误差转换和性能函数将原始约束动力学转换为无约束动力学,将跟踪误差限制在规定区域,这在非线性控制系统的应用中引起了广泛的关注<sup>[12-14]</sup>。通过引入具有预先指定的性能函数,李小华等<sup>[15]</sup>综合考虑了各种扰动、随机激励因素与控制器饱和现象,建立了随机数学模型,设计了全状态约束预设性能跟踪控制器,可以保证跟踪误差在指定时间内收敛。上述PPC方法为多重不确定性扰动下板球系统高性能的设计提供了很好的启示。李小华等<sup>[15]</sup>首次将PPC理论引入板球系统的控制,取得了良好的控制效果,为板球系统控制提供了很好的借鉴。

笔者提出了一种用于具有未知非线性板球系统的基于PPC、tanh函数、SRWNN、STA和NFSTM滑模面控制方法的SRWNN\_STNFTSM控制方案。通过将表征收敛速度、最大超调和稳态误差的预设性能函数(prescribed performance function, PPF)纳入控制设计,将跟踪误差转换为等效的规定区域,从而保证瞬态和稳态响应。运用tanh函数修正项改进NFTSM滑模面,结合STA设计STNFTSM控制器在降低非匹配干扰的

同时减小抖振。所提策略的一个显著特点是可以严格保证瞬态和稳态响应,这是通过将规定的PPC合并到自适应控制中实现的。然后使用自回归小波神经网络(self-recurrent wavelet neural network, SRWNN)补偿未知动态。SRWNN是对WNN的一种改进,SRWNN有一个由自反馈神经元组成的母小波层<sup>[16]</sup>,能够捕获网络的过去信息并快速适应控制环境的突然变化;同时,其参数是在线更新的。为适应STA控制器设计,利用Taylor展开给出一种适用于全局的板球非线性系统近似方法。与中值定理等方法相比,文中方法不存在Taylor展开点参数未知问题。这些估计的参数通过使用新开发的STNFTSM基于Lyapunov理论构建自适应律收敛到它们的真实值,其中参数估计误差采用鲁棒控制器补偿。另外,文中设计的STA控制律无需满足文献[9]中给出的STA控制律的Lyapunov性能指标 $LV \leq -aV^a + b$ ,而只要达到 $LV \leq -aV + b$ 即可。最后,仿真实验表明了所提出策略SRWNN\_STNFTSM的有效性。

## 1 问题描述

### 1.1 系统模型

板球系统的动力学模型为<sup>[17]</sup>

$$\begin{cases} \ddot{x} = A(x\dot{\alpha}^2 + y\dot{\alpha}\dot{\beta}) - B\sin\alpha + d_1, \\ \ddot{y} = A(y\dot{\beta}^2 + x\dot{\alpha}\dot{\beta}) - B\sin\beta + d_2. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x$ 、 $y$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ 分别为板球系统在 $X$ 方向的位移、 $Y$ 方向的位移、 $X$ 方向的旋转角度和 $Y$ 方向的旋转角度; $A = \frac{mr^2}{mr^2 + I_b}$ 、 $B = \frac{mgr^2}{mr^2 + I_b}$ ;小球质量 $m = 0.263 \text{ kg}$ ,半径 $r = 0.02 \text{ m}$ ,小球转动惯量 $I_b = 4.2 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ;  $d_1$ 、 $d_2$ 分别为系统在 $X$ 和 $Y$ 方向的未知动力学、外部负载干扰和摩擦力的未知干扰总和。

由式(1)可知,板球系统具有2个输入( $\alpha$ 和 $\beta$ )和2个输出( $x$ 和 $y$ ),其在三维空间中是一个具有多变量、强耦合和欠驱动的非线性系统。

### 1.2 预设性能及模型转换

为了达到规定的性能,定义误差为 $e_x = x - x_d$ ,  $e_y = y - y_d$ ,  $x_d$ 和 $y_d$ 分别表示 $X$ 方向和 $Y$ 方向输出的期望值。引入光滑性能函数 $\rho(t): \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$ 为

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-lt} + \rho_\infty. \quad (2)$$

$\rho(t)$ 满足:

- 1)  $\rho(t)$ 是正的且单调递减,时间 $t \in [0, T_0)$ ;
- 2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = \rho_\infty > 0$ ;
- 3)  $\rho(t) = \rho_\infty, \forall t \geq T_0$ 。

式中: $\rho_0$ 表示初始误差范围, $\rho_\infty$ 表示稳态误差范围, $\rho_0 > \rho_\infty > 0$ ;  $l$ 是控制收敛速度的参数, $l > 0$ ;  $T_0$ 表示设计的时间, $T_0 < \infty$ ; 故而误差可限定在 $-\underline{\delta}\rho(t) < e(t) < \bar{\delta}\rho(t)$ <sup>[18]</sup>,这里的 $\underline{\delta}$ 和 $\bar{\delta}$ 表示规定的尺寸参数, $\underline{\delta} > 0, 0 < \bar{\delta} < 1$ 。

为了获得包含性能约束的系统,误差变换 $\varepsilon$ 定义如下:

$$\begin{cases} \mu = \frac{e(t)}{\rho(t)}, \\ \varepsilon = S^{-1}(\mu) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\bar{\delta} + \mu}{\underline{\delta} - \mu} \right). \end{cases} \quad (3)$$

通过上述定义和误差转换,可以在适当的参数下满足性能约束。对式(3)的 $\varepsilon$ 求导有

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = r_e \left( \dot{e} - \frac{\dot{\rho}}{\rho} e \right), \\ r_e = \frac{\bar{\delta} + \underline{\delta}}{(\bar{\delta} + \mu)(\underline{\delta} - \mu)} \frac{1}{2\rho}. \end{cases} \quad (4)$$

进一步可以得到

$$\begin{cases} \ddot{\varepsilon} = r_e(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + \Xi, \\ \Xi = \dot{r}_e\left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\rho}}{\rho}\varepsilon\right) + r_e\left(-\frac{\dot{\rho}}{\rho}\dot{\varepsilon} - \frac{\ddot{\rho}}{\rho}\varepsilon + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2}\varepsilon\right). \end{cases} \quad (5)$$

以  $X$  轴为参考分析式(1)得  $\dot{\varepsilon} = r_e\dot{x} - \frac{\dot{\rho}e}{\rho} - r_e\dot{x}_d$ , 并求导有

$$\ddot{\varepsilon} = \frac{\dot{r}_e}{r_e}\dot{\varepsilon} - r_e\ddot{x}_d + r_e\left(-\frac{\dot{\rho}}{\rho}\dot{\varepsilon} - \frac{\ddot{\rho}}{\rho}\varepsilon + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2}\varepsilon\right) + r_e\ddot{x}. \quad (6)$$

令  $F_x = \frac{\dot{r}_e}{r_e}\dot{\varepsilon}_x - r_e\ddot{x}_d + r_e\left(-\frac{\dot{\rho}}{\rho}\dot{\varepsilon}_x - \frac{\ddot{\rho}}{\rho}\varepsilon_x + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2}\varepsilon_x\right)$ ,  $\Delta_x = r_eA(x\dot{\alpha}^2 + y\dot{\alpha}\dot{\beta}) + r_e d_1$ , 可得  $\ddot{\varepsilon}_x = F_x + \Delta_x - Br_e\sin\alpha$ 。

由于板球系统关于  $X$  轴和  $Y$  轴对称,  $Y$  轴方向的误差转换模型与式(6)具有相同的形式。因此, 有  $F_y = \frac{\dot{r}_e}{r_e}\dot{\varepsilon}_y - r_e\ddot{y}_d + r_e\left(-\frac{\dot{\rho}}{\rho}\dot{\varepsilon}_y - \frac{\ddot{\rho}}{\rho}\varepsilon_y + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2}\varepsilon_y\right)$ ,  $\Delta_y = r_eA(y\dot{\alpha}^2 + x\dot{\alpha}\dot{\beta}) + r_e d_2$ , 以及  $\ddot{\varepsilon}_y = F_y + \Delta_y - Br_e\sin\beta$ 。

为便于后面的推导, 将系统式(1)写为

$$\ddot{\varepsilon} = F + \Delta - Br_e\sin\alpha. \quad (7)$$

**假设 1** 集总扰动  $\Delta_x$  和  $\Delta_y$  是连续可微的, 且对于其 Lipschitz 常数, 有  $|\Delta_x| \leq \Delta$  和  $|\Delta_y| \leq \Delta$ , 其中  $\Delta$  为扰动上界。

## 2 控制器设计及稳定性分析

控制任务是在 PPC 框架和保证系统所有控制信号有界的情况下, 开发具有强鲁棒性 SRWNN\_STNFTSM 控制器使得式(1)的输出可以跟踪期望输入。

### 2.1 SRWNN\_STNFTSM 控制器设计

设计 NFTSM 滑模面  $s$  为如下形式:

$$s = \varepsilon + k_1 \text{sig}^\gamma \varepsilon + k_2 \text{sig}^\beta \dot{\varepsilon} + b \tanh \frac{\varepsilon}{v}. \quad (8)$$

式中:  $\text{sig}^\gamma \chi = |\chi|^\gamma \text{sign}(\chi)$ ;  $k_1, k_2, b, v > 0$ ;  $1 < \beta < 2$ ;  $\beta < \gamma$ 。

对  $s$  求导有

$$\dot{s} = \dot{\varepsilon} + \gamma k_1 |\varepsilon|^{\gamma-1} \dot{\varepsilon} + \beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} (F + \Delta - Br_e\sin\alpha) + \frac{b}{v} \left(1 - \tanh^2 \frac{\varepsilon}{v}\right) \dot{\varepsilon}. \quad (9)$$

将  $\beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} Br_e\sin\alpha = u$  看作一个整体, 根据超扭曲算法(STA)可以设计出控制律为

$$u = \dot{\varepsilon} + \gamma k_1 |\varepsilon|^{\gamma-1} \dot{\varepsilon} + \beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} (F + \Delta) + \frac{b}{v} \left(1 - \tanh^2 \frac{\varepsilon}{v}\right) \dot{\varepsilon} + k_3 \zeta_1 - \zeta_2, \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = ks + |s|^\lambda \text{sign}(s), \\ \dot{\zeta}_2 = -k_4 \int_0^t \left(k^2 s + k |s|^\lambda (1 + \lambda) \text{sign}(s) + \lambda |s|^{2\lambda-1} \text{sign}(s)\right) d\tau. \end{cases} \quad (11)$$

式中, 令  $\frac{b}{v} \left(1 - \tanh^2 \frac{\varepsilon}{v}\right) \dot{\varepsilon} = c$ 。根据假设 1 可知未知项  $\beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} \Delta$  是有界的, 在此引入 SRWNN 来补偿它。

SRWNN 的结构如图 1 所示。图中  $i$  和  $j$  为正整数,  $i = 1, 2, \dots, P$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $P$  和  $N$  分别表示输入层和产品层的节点总数。

将小波层的小波基函数选取为  $\phi_{ij} = (1 - \sigma_{ij}^2 v_{ij}^2) \exp(-z_{ij})$ , 则其输出为

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j \psi_j + \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_i \mathbf{x}_i, \quad (12)$$

式中:  $v_{ij}(n) = x_i(n) + \pi_{ij}(n)\phi_{ij}(n-1)$ ;  $\pi_{ij}$  代表回归权重;  $\phi_{ij}(n-1)$  代表母小波层第  $n-1$  次输出;  $z_{ij} = \sigma_{ij}^2 (v_{ij} - m_{ij})^2$ ,  $m_{ij}$  是小波膨胀参数,  $\sigma_{ij}$  是小波平移参数;  $\psi_j = \prod_{i=1}^P (1 - \sigma_{ij}^2 v_{ij}^2) \exp\left[\sigma_{ij}^2 (v_{ij} - m_{ij})^2\right]$ 。因此, 可以得到

$$\beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} \Delta = \mathbf{w}^* \mathbf{\Psi}^* + \mathbf{a}^{*T} \mathbf{x} + \Delta_3, \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{w}^*$  是  $\mathbf{w}$  的最优参数;  $\mathbf{a}^*$  是  $\mathbf{a}$  的最优参数;  $\Delta_3$  为近似误差。实际上无法获得最优的参数, 因此, 将其替换为

$$\beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} \Delta = \hat{w}^T \hat{\psi} + \hat{a}^T x, \quad (14)$$

式中:  $a \in \mathbf{R}^p$ ,  $\sigma \in \mathbf{R}^{p \times N}$ ,  $\pi \in \mathbf{R}^{p \times N}$ ,  $m \in \mathbf{R}^{p \times N}$ ,  $w \in \mathbf{R}^N$ ,  $\psi \in \mathbf{R}^{p \times N}$ ;  $\hat{w}$  为  $w$  的估计,  $\hat{a}$  为  $a$  的估计, 设计  $u_r$  是鲁棒补偿项来消除  $\Delta_3$ 。定义  $\tilde{f}$  为

$$\tilde{f} = w^{*T} \psi^* + a^{*T} x + \Delta_3 - \hat{w}^T \hat{\psi} - \hat{a}^T x - u_r = \tilde{w}^T \hat{\psi} + \tilde{a}^T x + \hat{w}^T (\psi_m \tilde{m} + \psi_\sigma \tilde{\sigma} + \psi_\pi \tilde{\pi}) + \Delta_4 - u_r, \quad (15)$$

式中:  $\tilde{w} = w^* - \hat{w}$ ;  $\tilde{a} = a^* - \hat{a}$ ;  $\tilde{m} = m^* - \hat{m}$ ;  $\tilde{\pi} = \pi^* - \hat{\pi}$ ;  $\tilde{\sigma} = \sigma^* - \hat{\sigma}$ ;  $\Delta_4 = w^{*T} O(\cdot) + \Delta_3 + \hat{w}^T (\psi_m \tilde{m} + \psi_\sigma \tilde{\sigma} + \psi_\pi \tilde{\pi})$ ;  $\psi_m = \partial \psi / \partial m$ ;  $\psi_\sigma = \partial \psi / \partial \sigma$ ;  $\psi_\pi = \partial \psi / \partial \pi$ 。

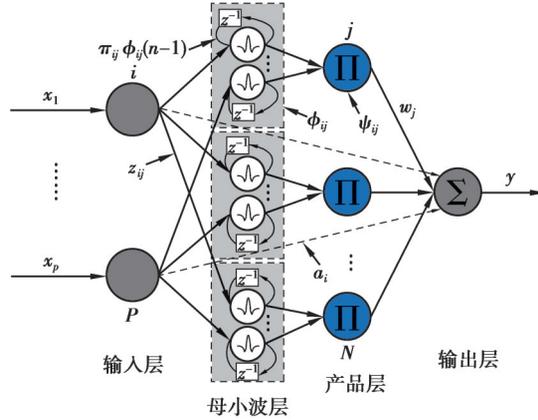


图1 SRWNN 结构

Fig. 1 SRWNN structure

**假设2** 对于包含泰勒高阶项和不确定的  $\Delta_4$  是有界的, 且存在一个正常数  $\delta$ , 有  $|\Delta_4| \leq \delta$ 。

**注2:** 近年来, RBF 已成为函数逼近器的主要工具, 常采用 RBF 来逼近未知扰动的滑动切换增益和上限, 以达到减少颤振的目的。虽然它可以任意精度逼近任何连续函数和平方可积函数, 但前馈网络的动态特性差。SRWNN 结合了前馈网络和反馈网络的优点, 前馈神经网络的输出会反馈到网络的输入, 因此, 具有更好的动态特性和超强的非线性适应能力。式(14)中,  $\hat{w}^T \hat{\psi} - \hat{a}^T x$  是用于模拟理想逼近律的主补偿器, 采用鲁棒项  $u_r$  来抑制 SRWNN 补偿器与理想逼近律之间的残余逼近误差, 保证系统的强鲁棒跟踪性能。

将式(13)~(15)带入式(10), 得到最终控制律为

$$u = \dot{\varepsilon} + \gamma k_1 |\varepsilon|^{\gamma-1} \dot{\varepsilon} + \beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} \dot{F} + c + k_3 \zeta_1 - \zeta_2 + \hat{w}^T \hat{\psi} + \hat{a}^T x + u_r. \quad (16)$$

将式(13)~(16)带入式(9)有

$$\dot{s} = \tilde{f} - k_3 \zeta_1 + \zeta_2. \quad (17)$$

**引理1**<sup>[19]</sup> 若存在一个适当的对称正定矩阵  $P$ , 对于可微正定函数  $V = \zeta^T P \zeta$ , 均有  $\lambda_{\min}(P) \|\zeta\|^2 \leq V \leq \lambda_{\max}(P) \|\zeta\|^2$ , 且存在唯一一个对称矩阵  $Q = A^T P + PA, Q > 0$  满足

$$\dot{V} \leq -k \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} V, \quad (18)$$

式中:  $k > 0$  是一个包含可变参数的变量; 矩阵  $A$  是一个正定矩阵;  $V$  在有限时间内收敛到零。

经分析,  $\dot{\zeta}_1 = (k + \lambda |s|^{\lambda-1}) \zeta_1$ ,  $\dot{\zeta}_2 = -k_4 (k + \lambda |s|^{\lambda-1}) \zeta_1$ 。令  $\zeta = [\zeta_1 \quad \zeta_2]^T$ , 定义 Lyapunov 函数为  $V_1 = 0.5 \zeta^T P \zeta$ , 对其求导有

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = -k_s \begin{bmatrix} k_3 & -1 \\ k_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + k_s \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ 0 \end{bmatrix} \leq -k_s A \zeta + k_s \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \dot{V}_1 = -\frac{1}{2} k_s \zeta^T A^T P \zeta - \frac{1}{2} k_s \zeta^T P A \zeta + k_s \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ 0 \end{bmatrix} P \zeta + \frac{1}{2} k_s \zeta^T P \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ 0 \end{bmatrix} \leq -k_s \zeta^T Q \zeta + k_s [\zeta_1 (\chi + 4v^2) - 2v \zeta_2] \tilde{f}. \end{cases} \quad (19)$$

式中: 令  $\Gamma = k_s [\zeta_1 (\chi + 4v^2) - 2v \zeta_2]$ ;  $k_s = k + \lambda |s|^{\lambda-1}$ ;  $A = \begin{bmatrix} k_3 & -1 \\ k_4 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $P = P^T = \begin{bmatrix} \chi + 4v^2 & -2v \\ -2v & 1 \end{bmatrix}$ ;  $k_3, k_4, \chi, v > 0$ ;

$$0.5 < \lambda < 1.0; k_3 > \frac{2k_4 v}{\chi + 4v^2}; \text{实对称矩阵 } \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2k_3(\chi + 4v^2) - 4k_4 v & k_4 - 2k_3 v - \chi - 4v^2 \\ k_4 - 2k_3 v - \chi - 4v^2 & 4v \end{bmatrix} > 0。$$

设计自适应律和  $u_r$  为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{w}}} = \eta_1(\Gamma \hat{\boldsymbol{\psi}} - \mu_1 \hat{\mathbf{w}}), \\ \dot{\hat{\mathbf{a}}} = \eta_2(\Gamma \mathbf{x} - \mu_2 \hat{\mathbf{a}}), \\ \dot{\hat{\mathbf{m}}} = \eta_3(\Gamma \boldsymbol{\psi}_m^T \hat{\mathbf{w}} - \mu_3 \hat{\mathbf{m}}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \eta_4(\Gamma \boldsymbol{\psi}_\sigma^T \hat{\mathbf{w}} - \mu_4 \hat{\boldsymbol{\sigma}}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\pi}}} = \eta_5(\Gamma \boldsymbol{\psi}_\pi^T \hat{\mathbf{w}} - \mu_5 \hat{\boldsymbol{\pi}}), \\ \dot{\hat{\delta}} = \eta_6 \left( \Gamma \tanh\left(\frac{\Gamma}{\varsigma}\right) - \mu_6 \hat{\delta} \right), \\ u_r = \hat{\delta} \tanh\left(\frac{\Gamma}{\varsigma}\right)。 \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $\hat{\delta}$  为  $\delta$  的估计;  $\varsigma, \eta_i, \mu_i > 0, i=1,2,\dots,6$ 。令  $u_{\text{eq}} = \dot{\varepsilon} + \gamma k_1 |\varepsilon|^{\gamma-1} \dot{\varepsilon} + \beta k_2 |\dot{\varepsilon}|^{\beta-1} F$ 。进一步得最终控制律为

$$\alpha = \arcsin \left[ \frac{1}{\beta B k_2 r_e} |\dot{\varepsilon}|^{1-\beta} (u_{\text{eq}} + k_3 \xi_1 - \xi_2 + c + \hat{\mathbf{w}}^T \hat{\boldsymbol{\psi}} + \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{x} + u_r) \right]。 \quad (21)$$

### 2.2 稳定性分析

**定理 1** 针对满足假设 1~2 的不确定非线性系统式(1)和式(7),若取 NFTSM 滑模面式(8),控制律式(21),SRWNN\_STNFTSM 的设计方法式(11)~(19)和鲁棒补偿器和自适应律式(20),则跟踪误差收敛于零,信号  $\tilde{\mathbf{w}}, \tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{\boldsymbol{\pi}}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$  和  $\tilde{\delta}$  均有界,  $\tilde{\delta} = \delta - \hat{\delta}$ 。

证: 取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi} + \frac{1}{2\eta_1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{w}}) + \frac{1}{2\eta_2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{a}}^T \tilde{\mathbf{a}}) + \frac{1}{2\eta_3} \text{tr}(\tilde{\mathbf{m}}^T \tilde{\mathbf{m}}) + \frac{1}{2\eta_4} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}}) + \frac{1}{2\eta_5} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}^T \tilde{\boldsymbol{\pi}}) + \frac{1}{2\eta_6} \tilde{\delta}^2, \quad (22)$$

对式(22)求导有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_s \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\xi} + \Gamma \tilde{f} - \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{w}}^T \dot{\hat{\mathbf{w}}}) - \frac{1}{\eta_2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{a}}^T \dot{\hat{\mathbf{a}}}) - \frac{1}{\eta_3} \text{tr}(\tilde{\mathbf{m}}^T \dot{\hat{\mathbf{m}}}) - \frac{1}{\eta_4} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}) - \frac{1}{\eta_5} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}^T \dot{\hat{\boldsymbol{\pi}}}) - \frac{1}{\eta_6} \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} = -k_s \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\xi} + \\ & \text{tr} \left( \tilde{\mathbf{w}}^T \left( \Gamma \hat{\boldsymbol{\psi}} - \frac{1}{\eta_1} \dot{\hat{\mathbf{w}}} \right) \right) + \text{tr} \left( \tilde{\mathbf{a}}^T \left( \Gamma \mathbf{x} - \frac{1}{\eta_2} \dot{\hat{\mathbf{a}}} \right) \right) + \text{tr} \left( \tilde{\mathbf{m}}^T \left( \Gamma \boldsymbol{\psi}_m^T \hat{\mathbf{w}} - \frac{1}{\eta_3} \dot{\hat{\mathbf{m}}} \right) \right) + \text{tr} \left( \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T \left( \Gamma \boldsymbol{\psi}_\sigma^T \hat{\mathbf{w}} - \frac{1}{\eta_4} \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \right) \right) + \text{tr} \left( \tilde{\boldsymbol{\pi}}^T \left( \Gamma \boldsymbol{\psi}_\pi^T \hat{\mathbf{w}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{\eta_5} \dot{\hat{\boldsymbol{\pi}}} \right) \right) - \frac{1}{\eta_6} \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} + \Gamma \delta - \Gamma u_r = -k_s \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\xi} - \text{tr}(\tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{w}}) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{a}}^T \tilde{\mathbf{a}}) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{m}}^T \tilde{\mathbf{m}}) - \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}}) - \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}^T \tilde{\boldsymbol{\pi}}) + \mu_1 \text{tr}(\hat{\mathbf{w}}^T \hat{\mathbf{w}}) + \\ & \mu_2 \text{tr}(\hat{\mathbf{a}}^T \hat{\mathbf{a}}) + \mu_3 \text{tr}(\hat{\mathbf{m}}^T \hat{\mathbf{m}}) + \mu_4 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + \mu_5 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\pi}}^T \hat{\boldsymbol{\pi}}) + \Gamma \delta - \Gamma \tanh\left(\frac{\Gamma}{\varsigma}\right) + \mu_6 \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}}。 \end{aligned} \quad (23)$$

**引理 2**<sup>[20]</sup> 对于  $\forall \zeta > 0$  和  $x \in \mathbf{R}$ , 均有

$$0 \leq |x| - x \tanh\left(\frac{x}{\zeta}\right) \leq \kappa \zeta, \quad (24)$$

式中,  $\kappa$  满足  $\kappa \exp(\kappa + 1) = 1$ , 且  $\kappa \approx 0.2785$ 。

**引理 3**<sup>[21]</sup> 对于  $\forall \delta \in \mathbf{R}$ , 均有如下不等式成立:

$$\tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} \leq -0.5 \tilde{\delta}^2 + 0.5 \delta^2。 \quad (25)$$

由于  $k \leq k_s = k + \lambda |s|^{\lambda-1}$ ,  $k$  是常数。根据引理 1~3, 从式(22)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} V_1 - \text{tr}(\tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{w}}) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{a}}^T \tilde{\mathbf{a}}) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{m}}^T \tilde{\mathbf{m}}) - \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}}) - \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\pi}}^T \tilde{\boldsymbol{\pi}}) - \frac{1}{2} \mu_6 \tilde{\delta}^2 + \mu_1 \text{tr}(\hat{\mathbf{w}}^T \hat{\mathbf{w}}) + \mu_2 \text{tr}(\hat{\mathbf{a}}^T \hat{\mathbf{a}}) + \\ & \mu_3 \text{tr}(\hat{\mathbf{m}}^T \hat{\mathbf{m}}) + \mu_4 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + \mu_5 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\pi}}^T \hat{\boldsymbol{\pi}}) + \kappa \zeta \delta + \frac{1}{2} \mu_6 \delta^2 = -\sigma_1 V + \sigma_2, \end{aligned} \quad (26)$$

式中:  $\sigma_1 = \min \left\{ k \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}, 1, \frac{1}{2} \mu_6 \right\} > 0$ ;  $\sigma_2 = \mu_1 \text{tr}(\hat{\mathbf{w}}^T \hat{\mathbf{w}}) + \mu_2 \text{tr}(\hat{\mathbf{a}}^T \hat{\mathbf{a}}) + \mu_3 \text{tr}(\hat{\mathbf{m}}^T \hat{\mathbf{m}}) + \mu_4 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + \mu_5 \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\pi}}^T \hat{\boldsymbol{\pi}}) +$

$$\kappa\zeta\delta + \frac{1}{2}\mu_6\delta^2 \geq 0。$$

在 $[0, t]$ 上对式(26)积分有

$$0 \leq V(t) \leq \sigma_1/\sigma_2 + (V(0) - \sigma_1/\sigma_2)\exp(-\sigma_1 t)。 \quad (27)$$

因此,根据Lyapunov定理, $V(t)$ 是一致最终有界的,则 $\xi, s$ 收敛于零,且信号 $\hat{w}, \hat{a}, \hat{m}, \hat{\pi}, \hat{\sigma}$ 和 $\hat{\delta}$ 均为有界的。因此, $\xi$ 是有界的,根据式(17)可知滑模函数 $s$ 有界,进一步可知转换误差有界。

### 3 仿真分析

为了验证所提出的具有规定性能的抗干扰自适应SRWNN\_STNFTSM控制器的有效性和鲁棒性,对所提控制方法与文献[22]报道的新型幂次趋近律滑模控制(记为滑模控制)进行仿真实验对比。

文中方法参数设计为: $k=8; k_1=0.85; k_2=0.05; k_3=30; k_4=5; \gamma=5; \beta=4/3; \lambda=0.5; \chi=2; v=0.1; b=0.8; \nu=0.08; \zeta=0.02; \eta_i=\mu_i=0.01, i=1,2,\dots,6。$

文献[22]滑模控制的控制律及参数设计为

$$\begin{cases} u = \arcsin\left(\frac{1}{B}\left\{\lambda\dot{e} - \ddot{x}_d + k_1|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) + k_2s + k_3|s|^\beta \operatorname{sgn}(s) + k_4\left[ (|s| + \chi)^{|s|} - 1 \right] \operatorname{sgn}(s) + k_5 \tan\left(\frac{\pi s}{2S_m}\right)\right\}\right), \\ s = \lambda e + \dot{e}。 \end{cases} \quad (28)$$

取 $k_1=1, k_2=5, k_3=3, k_4=2, k_5=1.2, S_{m1}=0.0151, S_{m2}=0.031, \alpha=0.5, \beta=2, \lambda=1。$

通过对系统的分析选择摩擦力模型为 $f_x = f_y = 0.2 \sin(t) \exp(-0.001t)$ ;未知动力学、外部负载扰动为 $d_x = d_y = 0.1 \sin(t) + 0.1 \cos(t)$ 。则总的扰动为

$$d_1 = d_2 = f_x + d_x = 0.2 \sin(t) \exp(-0.001t) + 0.1 \sin(t) + 0.1 \cos(t)。 \quad (29)$$

在本研究中,定义了均方根误差 $E_{\text{RMSE}}$ 和轨迹误差的标准差 $^{[23]}E_{\text{SDTE}}$ 作为性能评价指标,用于更好地评价控制器的性能,其表达式为

$$\begin{cases} E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n e_x^2(k)}{n}}, \\ T_e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}, \\ T_m = \sum_{k=1}^n \frac{T_e(k)}{n}, \\ E_{\text{SDTE}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [T_e(k) - T_m]^2}{n}}。 \end{cases} \quad (30)$$

式中: $n$ 为迭代次数; $T_e$ 和 $T_m$ 为中间变量。

选取跟踪轨迹为

$$\begin{cases} x_d = 0.03 \sin^3(t), \\ y_d = 0.015 \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - 0.005 \sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) - 0.002 \sin\left(3t + \frac{\pi}{2}\right) - 0.001 \sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)。 \end{cases} \quad (31)$$

设置系统初始参数为: $A=5/7, B=7.007, x(0)=0.03, y(0)=0.015$ ;SRWNN结构设置为: $N=10, P=2, x=[s \ \dot{s}]^T$ ,初始参数均为 $[0 \ 1)$ 上的随机数;PPF设置为: $\rho_x = (0.04 - 0.0002)\exp(-11t) + 0.0002, \rho_y = (0.02 - 0.0002)\exp(-11t) + 0.0002。$

图2显示了在集总干扰下,所提方法和对比方法对板球系统在 $X$ 位置和 $Y$ 位置的跟踪结果。由于初始状态和参考状态之间的差距,所有控制器的跟踪误差都需要一定的时间收敛,最终它们都能够很好地跟踪期望的轨迹。然而,从图2的局部放大可以看出,所提方法具有响应更快、控制更准确的优势。

从图3的误差图也可以看出,所提方法能将误差限定在规定范围内且误差最接近零并且所提方法的 $E_{\text{RMSE}}$ 最小,并且始终保持在约束范围内。文中方法的整体跟踪误差性能比滑模控制更佳,相比于滑模控制 $X$

方向和Y方向的 $E_{RMSE}$ 分别下降了72.51%、69.43%,所提的控制器可以确保跟踪收敛到期望的轨迹更快。这说明NFTSM滑模面式(8)的使用可以提高控制器对集总扰动的鲁棒性。

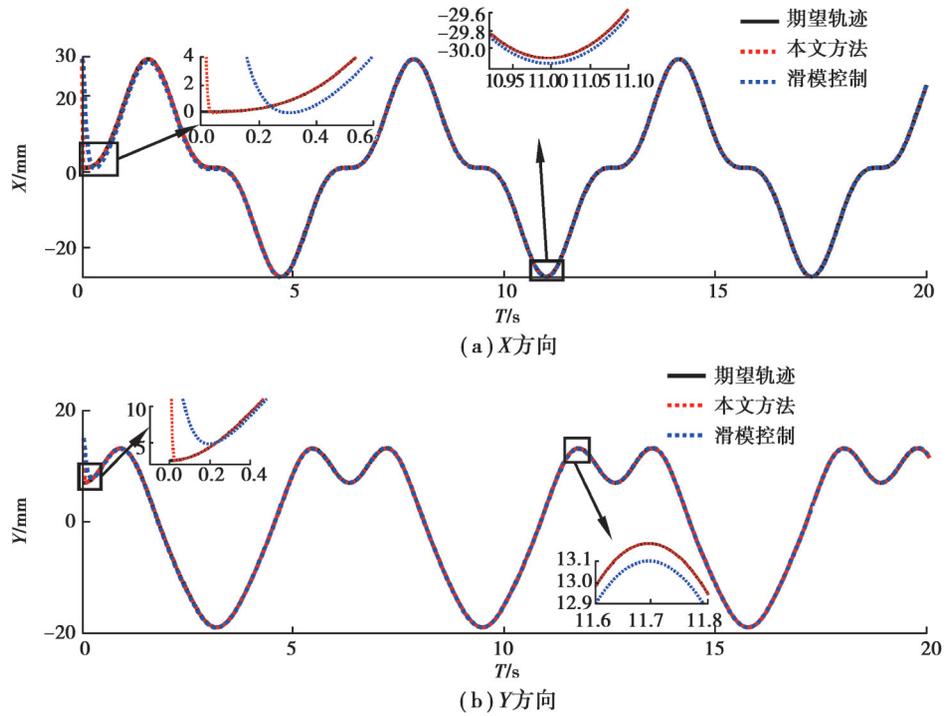


图 2 位置跟踪

Fig. 2 Position tracking

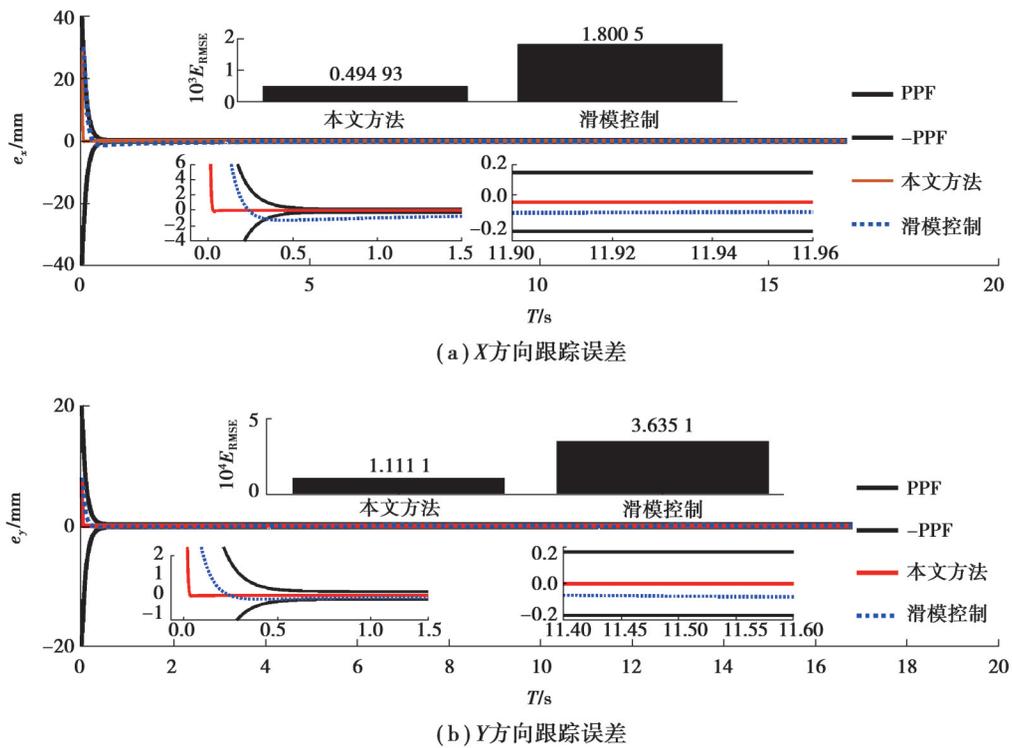


图 3 位置跟踪误差

Fig. 3 Position tracking error

从图4(a)(b)可以看出所提方法的控制输入抖振幅值相对文献[22]报道的结果更小,而文献[22]所提方法在收敛过程中产生了较大的抖振和颠簸,不利于实际系统的实现。对于图4(c)(d)所示的滑模面收敛过程,虽然所提方法生成的控制信号在接近参考轨迹时开始有明显且剧烈的颠簸,但在随后表现出了较好的收敛趋势。另一方面,在对比有无  $\tanh$  函数补偿项的实验中,图5(a)(b)表明包含双曲正切函数补偿项的 NFTSM 能够更快收敛,并且在收敛区间稳定后的跟踪误差更小。

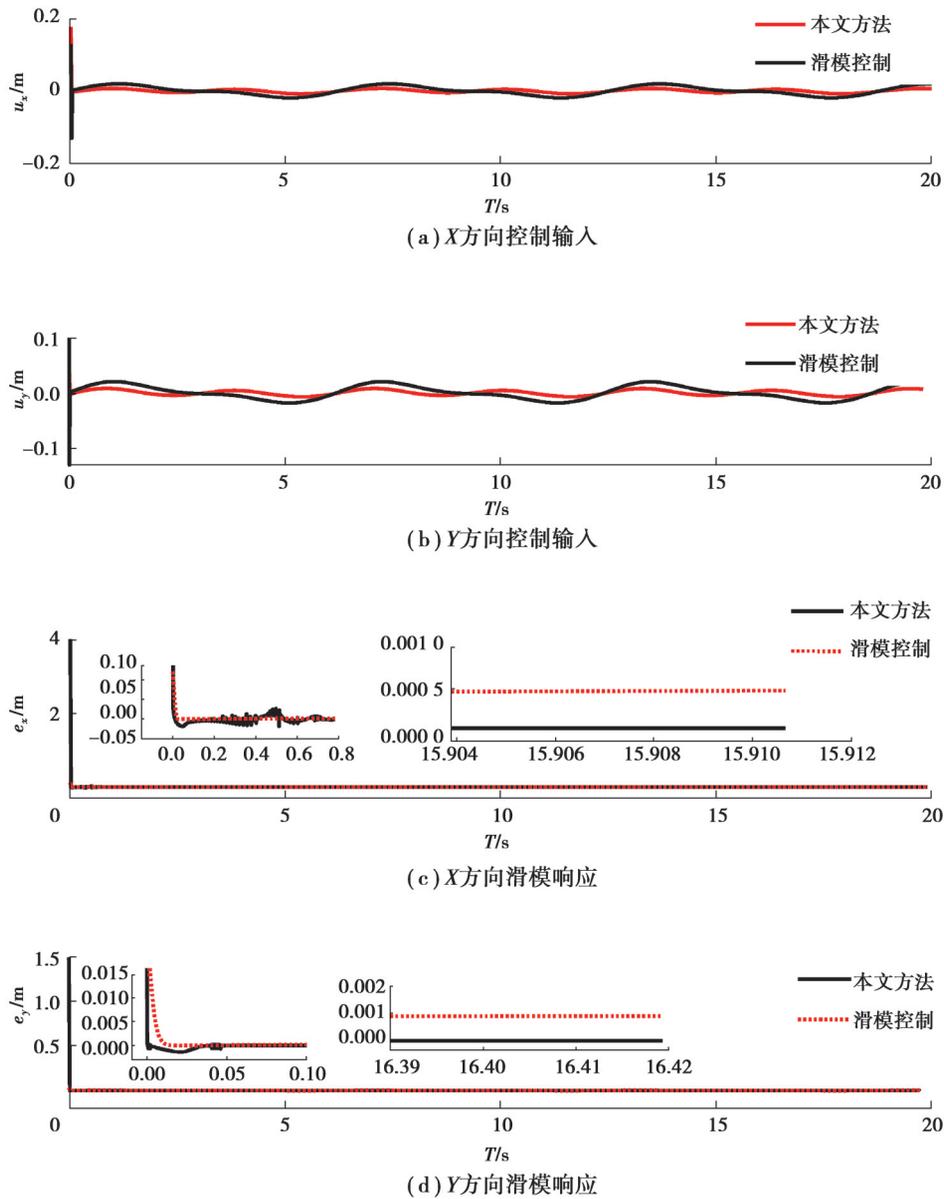
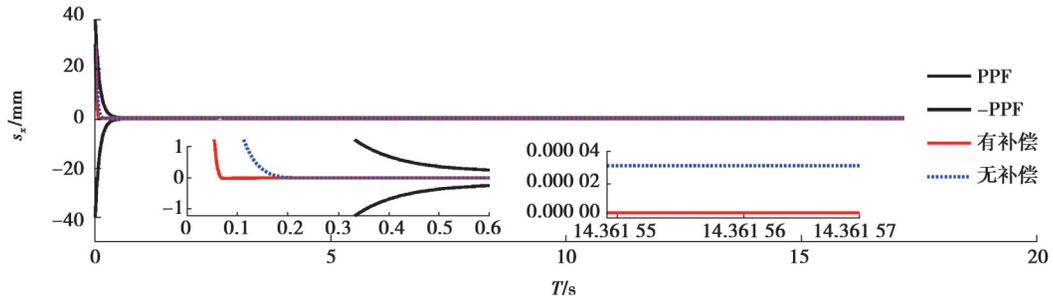


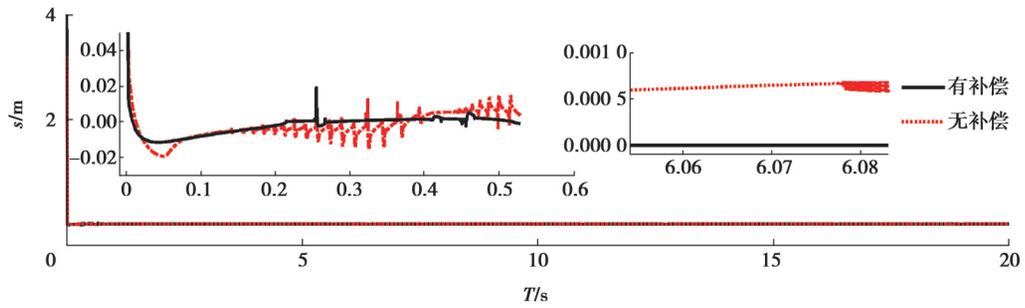
图4 控制输入和滑模响应

Fig. 4 Control input and sliding mode response

如图6所示,所提策略的跟踪误差远小于文献[22]滑模控制的跟踪误差,跟踪效果更稳定准确,相比于其滑模控制  $E_{SDTE}$  下降了 51.03%。如图7所示,SRWNN能很好地估计集总扰动(除了开始时颠簸),可以有效提高抗干扰性。总体而言,所提方法的收敛速度是可以接受的,相应的收敛误差是比较方法中最小的。此外,它不会遭受剧烈的颤振,有利于提高执行器的可持续性。



(a) X方向误差



(b) X方向NFTSM滑模面收敛图

图 5 有无 tanh 函数跟踪效果对比

Fig. 5 Comparison of tracking effect with or without tanh function

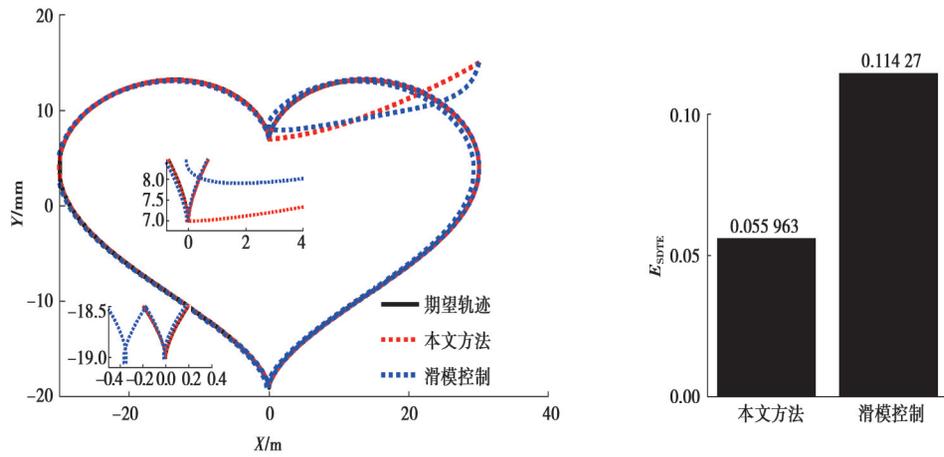


图 6 跟踪响应

Fig. 6 Trace response

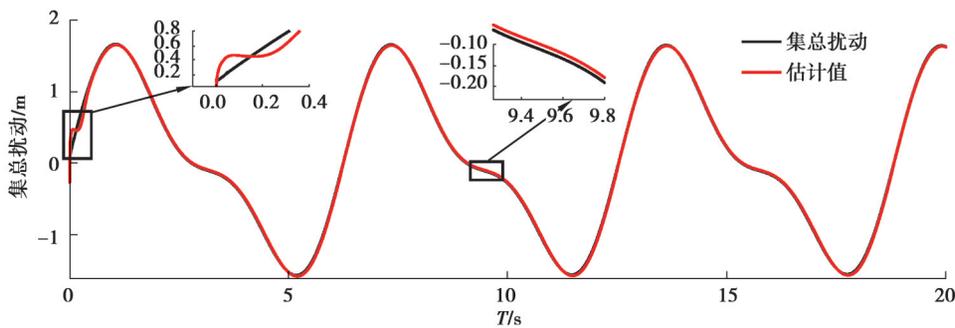


图 7 集总扰动估计

Fig. 7 Lumped disturbance estimation

## 4 结束语

1) 研究了集总扰动下板球系统的跟踪控制。在PPC框架下,开发了一种抗扰动SRWNN\_STNFTSM控制方案,旨在减少抖振、提高跟踪精度和减少控制力。通过PPC将系统转换为无约束的规定误差系统,可以有效地将误差限定在规定区域,保证了系统的暂态和稳态响应。

2) 结合tanh函数、STA和NFTSM有效降低了传统SMC的奇异问题、抖振和集总扰动的影响,提高了控制器跟踪误差的控制精度和收敛速度。

3) 设计的SRWNN逼近非线性函数可以有效地补偿系统的非线性和集总扰动的影响,增强了系统对集总扰动的鲁棒性。与传统滑模控制相比,所提方法对轨迹摄动具有较强的适应性,对输入角度全程连续变化、无突变性,目标跟踪效果较好。

## 参考文献

- [ 1 ] Ali H I, Jassim H M, Hasan A F. Optimal nonlinear model reference controller design for ball and plate system[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2019, 44(8): 6757-6768.
- [ 2 ] Wang Y K, Sun M W, Wang Z H, et al. A novel disturbance-observer based friction compensation scheme for ball and plate system[J]. ISA Transactions, 2014, 53(2): 671-678.
- [ 3 ] 韩京元, 田彦涛, 孔英秀, 等. 板球系统的间接模糊自适应控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(2): 303-310.  
Han K, Tian Y T, Kong Y, et al. Fuzzy indirect adaptive control for ball and plate system[J]. Control and Decision, 2015, 30(2): 303-310. (in Chinese)
- [ 4 ] Okafor E, Udekwe D, Ibrahim Y, et al. Heuristic and deep reinforcement learning-based PID control of trajectory tracking in a ball-and-plate system[J]. Journal of Information and Telecommunication, 2021, 5(2): 179-196.
- [ 5 ] Xu F, An N, Mao J L, et al. A new variable exponential power reaching law of complementary terminal sliding mode control[J]. Complexity, 2020, 2020: 8874813.
- [ 6 ] 李江峰, 向凤红. 板球系统的最优组合趋近律滑模控制[J]. 电子测量与仪器学报, 2021, 35(7): 98-105.  
Li J F, Xiang F H. Sliding mode control of optimal combinatorial reaching law of ball and plate system[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(7): 98-105.(in Chinese)
- [ 7 ] Li J F, Xiang F H. RBF network adaptive sliding mode control of ball and plate system based on reaching law[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2022, 47(8): 9393-9404.
- [ 8 ] Cruz-Ortiz D, Chairez I, Poznyak A. Non-singular terminal sliding-mode control for a manipulator robot using a barrier Lyapunov function[J]. ISA Transactions, 2022, 121: 268-283.
- [ 9 ] Ashtiani Haghghi D, Mobayen S. Design of an adaptive super-twisting decoupled terminal sliding mode control scheme for a class of fourth-order systems[J]. ISA Transactions, 2018, 75: 216-225.
- [ 10 ] Zakeri E, Moezi S A, Eghtesad M. Optimal interval type-2 fuzzy fractional order super twisting algorithm: a second order sliding mode controller for fully-actuated and under-actuated nonlinear systems[J]. ISA Transactions, 2019, 85: 13-32.
- [ 11 ] 张伟键, 都海波, 朱文武, 等. 基于广义超螺旋算法的无速度传感器永磁同步电机有限时间速度控制[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 833-841.  
Zhang W J, Du H B, Zhu W W, et al. Finite-time speed sensorless control of permanent magnet synchronous motor based on generalized super-twisting algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(6): 833-841.(in Chinese)
- [ 12 ] Jia Z H, Hu Z H, Zhang W D. Adaptive output-feedback control with prescribed performance for trajectory tracking of underactuated surface vessels[J]. ISA Transactions, 2019, 95: 18-26.
- [ 13 ] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 387-394.  
Chen Q, Ding K X, Nan Y R. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 387-394.(in Chinese)
- [ 14 ] Sasaki K, Yang Z J. Disturbance observer-based control of UAVs with prescribed performance[J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51(5): 939-957.

- [15] 李小华,王傲翔,刘晓平. 随机激励下板球系统建模与有限时间全状态预设性能跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2333-2346.  
Li X H, Wang A X, Liu X P. Modeling and finite-time full state prescribed performance tracking control for ball and plate system with stochastic noise[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(11): 2333-2346.(in Chinese)
- [16] Hou R M, Wang L, Gao Q, et al. Indirect adaptive fuzzy wavelet neural network with self-recurrent consequent part for AC servo system[J]. ISA Transactions, 2017, 70: 298-307.
- [17] Cai T, Dong Z Y, Liu X N. On disturbance rejection control for nonlinear three-revolute prismatic spherical ball and plate systems[J]. Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems, 2021, 3(2): e62.
- [18] 那靖,张超,王娴,等. 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1040-1048.  
Na J, Zhang C, Wang X, et al. Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems[J]. Control and Decision, 2021, 36(5): 1040-1048.(in Chinese)
- [19] 刘向杰,韩耀振. 多输入多输出非线性不确定系统连续高阶滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(9): 1236-1244.  
Liu X J, Han Y Z. Continuous higher-order sliding mode control for multi-input multi-output nonlinear uncertain system[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(9): 1236-1244.(in Chinese)
- [20] 沈智鹏,毕艳楠,王宇,等. 输入输出受限船舶的轨迹跟踪自适应递归滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(6): 1419-1427.  
Shen Z P, Bi Y N, Wang Y, et al. Adaptive recursive sliding mode control for surface vessel trajectory tracking with input and output constraints[J]. Control Theory & Applications, 2020, 37(6): 1419-1427.(in Chinese)
- [21] 陈子聪,王林,刘建圻,等. 带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3007-3014.  
Chen Z C, Wang L, Liu J Q, et al. Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation[J]. Control and Decision, 2021, 36(12): 3007-3014.(in Chinese)
- [22] 张国山,李现磊. 一种滑模控制新型幂次趋近律的设计与分析[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2020, 53(11): 1112-1119.  
Zhang G S, Li X L. Design and analysis of a new power reaching law for sliding mode control[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2020, 53(11): 1112-1119.(in Chinese)
- [23] El-Sousy F F M. Intelligent mixed  $H_2/H_\infty$  adaptive tracking control system design using self-organizing recurrent fuzzy-wavelet-neural-network for uncertain two-axis motion control system[J]. Applied Soft Computing, 2016, 41: 22-50.

(编辑 吕建斌)