

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2021.114

基于摆线滚轮阴模基体的步长伸缩双圆弧插补算法

肖 向, 黄 健, 陈佳豪, 陈兵奎

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要: 阴模基体加工精度是影响摆线金刚石滚轮制造精度的关键因素。为了提高摆线滚轮阴模基体在数控机床上的加工精度, 首先求解出摆线滚轮阴模基体形面曲线方程, 然后基于双圆弧插补法, 建立摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补数学模型, 利用数值分析方法求解插补节点数据, 控制步长伸缩以调整插补误差。通过计算实例验证了算法的可行性, 结果表明: 双圆弧插补误差小于 $0.01 \mu\text{m}$, 比直线插补误差降低 75%; 控制步长伸缩, 在相同允差下拟合圆弧段数减少 55%, 提高了加工效率; 插补数据拟合的加工仿真曲线光滑平整, 刀具路径具备 G1 连续性。

关键词: 摆线金刚石滚轮; 数控加工; 双圆弧插补; 插补误差

中图分类号: TG580

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2022)10-077-09

Variable-step double-arc interpolation algorithm based on cycloid roller female mold matrix

XIAO Xiang, HUANG Jian, CHEN Jiahao, CHEN Bingkui

(State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: The machining accuracy of the female mold matrix is a key factor affecting the manufacturing accuracy of the cycloid diamond roller. In order to improve the machining accuracy of the cycloidal roller female mold on the CNC (computer numerical control) machine tool, firstly, the basic curve equation of the cycloidal roller female mold is solved. Then, based on the double arc interpolation method, a mathematical model of the variable-step double-arc interpolation of the cycloidal roller female mold is established. The interpolation node data are obtained by using numerical analysis method, and the interpolation error can be adjusted by controlling the step length expansion. The feasibility of the algorithm is verified by calculation examples. The results show that the double-arc interpolation error is less than $0.01 \mu\text{m}$, which is 75% lower than the linear interpolation error. By controlling the step length expansion, the number of fitting arc segments is reduced by 55% under the same tolerance, and the processing efficiency is improved. Moreover, the machining simulation curve fitted by the interpolation data is smooth and flat, and the tool path has G1 continuity.

Keywords: cycloid diamond roller; CNC machining; double-arc interpolation; interpolation error

收稿日期: 2021-01-30 网络出版日期: 2021-06-04

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2017YFB1300704); 重庆市自然科学基金资助项目(cstc2018jcyjAX0301)。

Supported by the National Key R&D Program of China (2017YFB1300704), and the Natural Science Foundation of Chongqing (cstc2018jcyjAX0301).

作者简介: 肖向(1996—), 男, 重庆大学硕士研究生, 主要研究方向为精密传动与系统, (E-mail) XiangXiao@cqu.edu.cn。

通信作者: 陈兵奎, 男, 重庆大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为精密传动及系统, (E-mail) bkchen@cqu.edu.cn。

摆线针轮行星传动具有传动比大、传动精度高、结构紧凑、扭转刚度高等突出优点,被广泛应用于工业机器人、化工、冶金等领域^[1-3]。摆线齿廓的精度是影响其传动精度的主要因素,采用金刚石滚轮修整技术的成形磨削法不仅加工效率和精度高,而且可实现摆线齿廓的任意修形,已经成为摆线齿廓精加工的主流方法^[4-5]。

高精度复杂形面金刚石滚轮一般采用内电镀法制造^[6],滚轮阴模基体形面是金刚石颗粒的定位基准面,其形面精度是影响滚轮最终制造精度的关键因素^[7-8]。金属阴模基体在数控精密磨床上加工,对于摆线金刚石滚轮阴模基体的数控磨削加工,由于基体形面曲线复杂,必须用直线或圆弧段逼近原曲线^[9],为了提高其数控加工精度,插补算法的研究至关重要。

张敬东等^[10]提出了一种等误差直线插补算法用于摆线齿廓的数控加工;姚必强等^[11]提出用等弧长圆弧拟合任意非圆曲线;CAD/CAM 方法也广泛应用于复杂非圆曲线的数控加工,该方法的刀具路径由许多细小的直线或圆弧段组成^[12-13]。用上述方法拟合复杂非圆曲线,当需要较高的插补精度时,插补节点数量多,且刀具路径不具备 G1 连续性。采用双圆弧插补法能有效解决上述问题,刘涛等^[14-15]采用最优切向量双圆弧插补算法完成蜗旋型线零件的数控加工,但该方法需要根据曲线能量极小条件计算最优切向量,计算量大,拟合效率较低。

笔者基于双圆弧插补法,求解出摆线滚轮阴模基体形面曲线方程,建立摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补数学模型,利用 MATLAB 软件求解插补节点数据,并进行误差分析,通过控制步长伸缩来调整插补误差。最后通过计算实例验证了该模型的可行性,在相同允差要求下可以提高加工效率,插补数据拟合的加工仿真曲线光滑平整,刀具路径具备 G1 连续性,插补节点数据导入数控机床即可用于数控程序编制。

1 摆线滚轮阴模基体形面曲线方程

摆线滚轮阴模基体加工坐标系如图 1 所示,阴模基体加工坐标系为 $O_1 - X_1 Y_1$,摆线齿廓坐标系为 $O - XY$, $O_1 X_1$ 轴线与 OX 轴线的距离为 D 。摆线滚轮阴模基体形面曲线除 $P_1 O_2 P_2$ 段外皆为过渡圆弧及直线段, $P_1 O_2 P_2$ 段曲线与摆线齿廓曲线形状相同,且 $P_1 O_2$ 段曲线与 $O_2 P_2$ 段曲线关于 Y_1 轴左右对称,因此只需对阴模基体形面 $O_2 P_2$ 段曲线进行双圆弧插补计算。

$O_2 P_2$ 段形面曲线在摆线齿廓坐标系中的曲线方程式为:

$$\begin{cases} x = (R_z + \Delta R_z) \sin \theta - e \sin(z_b \theta) + (r_z + \Delta r_z) \cos \gamma, \\ y = (R_z + \Delta R_z) \cos \theta - e \cos(z_b \theta) + (r_z + \Delta r_z) \sin \gamma, \\ \sin \gamma = \frac{\cos \theta - K \cos(z_b \theta)}{\sqrt{1 + K^2 - 2K \cos(z_b \theta)}}, \\ \cos \gamma = \frac{K \sin(z_b \theta) - \sin \theta}{\sqrt{1 + K^2 - 2K \cos(z_b \theta)}}. \end{cases} \quad (1)$$

式中: R_z 为针轮中心圆半径; e 为偏心距; z_b 为针轮齿数; z_g 为摆线轮齿数; r_z 为针齿半径; ΔR_z 为移距修形量; Δr_z 为等距修形量; $K = e z_b / (R_z + \Delta R_z)$; $\theta \in [0, \theta_{\max}]$; $\theta_{\max} = \pi / z_g$ 。

对 $O_2 P_2$ 段形面曲线在摆线齿廓坐标系中的曲线方程式进行双圆弧插补计算后,通过简单的平移变换矩阵即可将插补节点数据转换到阴模基体加工坐标系中,再将数据导入数控机床便可完成数控加工程序的编制。

2 摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补数学模型

2.1 双圆弧插补原理

图 2 为双圆弧插补原理图,在加工曲线上任取相邻 2 点 $t_i(x_i, y_i)$ 、 $t_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$, T_i 、 T_{i+1} 分别为曲线上点 t_i 、 t_{i+1} 的切矢,过 t_i 、 t_{i+1} 2 点沿切矢方向作两线段相交于点 T 得到 $\triangle t_i t_{i+1} T$, $\triangle t_i t_{i+1} T$ 的内心是图 2 中的 M 点。

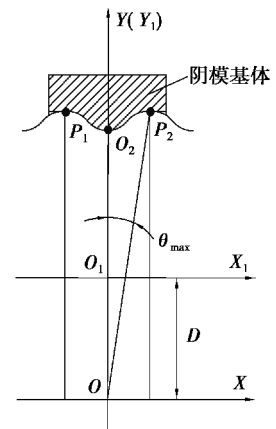


图 1 摆线滚轮阴模基体加工坐标系

Fig. 1 Machining coordinate system of female mold workpiece

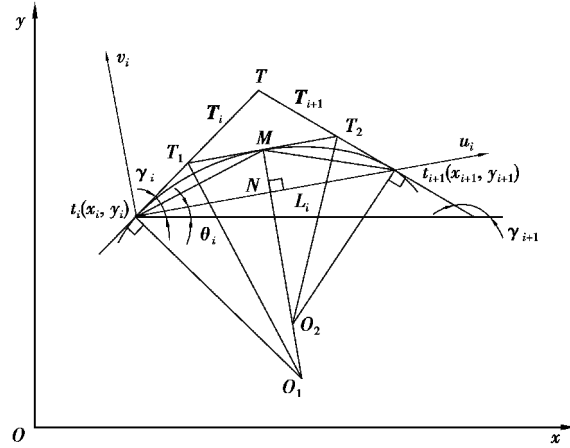


图 2 双圆弧插补原理

Fig. 2 Principle of double arc interpolation

过 t_i, t_{i+1} 点分别作线段 $t_i T, t_{i+1} T$ 的垂线,同时过 M 点作线段 $t_i t_{i+1}$ 的垂线与上述 2 条垂线交于 O_1, O_2 点。以 O_1 点为圆心, $O_1 t_i$ 为半径作圆弧,圆弧起点为 t_i ,终点为 M ;同理以 O_2 为圆心, $O_2 t_{i+1}$ 为半径确定另一段起点为 t_{i+1} 、终点为 M 的圆弧,由此确定了复杂曲线上任意相邻 2 点间的插补双圆弧段^[16]。

两段圆弧均通过 $\triangle t_i t_{i+1} T$ 内心 M 点只需证明 $\overline{O_1 t_i} = \overline{O_1 M}$ 和 $\overline{O_2 t_{i+1}} = \overline{O_2 M}$ 即可。证明如下。

由三角形内心性质可知, $M t_i$ 为 $\angle T t_i t_{i+1}$ 的角平分线,同理 $M t_{i+1}$ 是 $\angle T t_{i+1} t_i$ 的角平分线。过内心 M 点作线段 $t_i t_{i+1}$ 的平行线与线段 $t_i T, t_{i+1} T$ 分别交于 T_1, T_2 点,由于 $T_1 T_2 \parallel t_i t_{i+1}, M t_i$ 平分 $\angle T t_i t_{i+1}$,所以 $\angle T_1 t_i M = \angle T_1 M t_i$,故 $\overline{T_1 t_i} = \overline{T_1 M}$,由三角形全等性质可得到 $\triangle T_1 t_i O_1 \cong \triangle T_1 M O_1$,从而 $\overline{O_1 t_i} = \overline{O_1 M}$;同理可推出 $\triangle T_2 t_{i+1} O_2 \cong \triangle T_2 M O_2$,从而 $\overline{O_2 t_{i+1}} = \overline{O_2 M}$ 。 M 点在 2 个圆心 O_1, O_2 的连心线上,故插补双圆弧段的公切点就是 M 点,由 $O_1 t_i \perp T t_i$,得切矢 T_i 与左边圆弧相切于 t_i 点;同理切矢 T_{i+1} 与右边圆弧相切于 t_{i+1} 点。

当完成 t_i 与 t_{i+1} 2 点间双圆弧插补计算后,继续进行下一相邻 2 节点 t_{i+1}, t_{i+2} 间的计算, T_{i+1}, T_{i+2} 分别为原加工曲线上点 t_{i+1}, t_{i+2} 的切矢,设 t_{i+1} 与 t_{i+2} 2 点间插补圆弧段对应的圆心分别为 O_3, O_4 。由以上双圆弧插补原理分析可知,圆心 O_2 对应的圆弧与切矢 T_{i+1} 相切于 t_{i+1} 点,圆心 O_3 对应的圆弧同样与切矢 T_{i+1} 相切于 t_{i+1} 点,故不仅相邻节点 t_i, t_{i+1} 间插补的双圆弧段具有公共切向量,而且同一节点 t_{i+1} 两侧的圆弧段在节点 t_{i+1} 处也具有公共切向量 T_{i+1} 。因此当采用双圆弧法插补摆线滚轮阴模基体形面曲线时,插补的圆弧段在任意连接点处均有公共切向量,刀具路径具有 G1 连续性。

2.2 双圆弧半径及公切点坐标参数计算

在图 2 中,设整体坐标系为 $o-xy, o-xy$ 是固定坐标系;局部坐标系为 $t_i-u_i v_i, t_i-u_i v_i$ 是动坐标系。在 $o-xy$ 坐标系中,设线段 $t_i T, t_{i+1} T$ 与 x 轴的夹角为 γ_i, γ_{i+1} ,线段 $t_i t_{i+1}$ 与 x 轴的夹角为 θ_i ,线段 $t_i t_{i+1}$ 的弦长为 L_i 。

γ_i 及 γ_{i+1} 的值可以通过切矢 T_i, T_{i+1} 求得,由阴模基体形面曲线方程式(1)可求得 T_i, T_{i+1} ,故有

$$\gamma_i = \arctan \left[\frac{-(R_z + \Delta R_z) \sin \theta_i + e z_b \sin(z_b \theta_i)}{(R_z + \Delta R_z) \cos \theta_i - e z_b \cos(z_b \theta_i)} \right], \tag{2}$$

$$\gamma_{i+1} = \arctan \left[\frac{-(R_z + \Delta R_z) \sin \theta_{i+1} + e z_b \sin(z_b \theta_{i+1})}{(R_z + \Delta R_z) \cos \theta_{i+1} - e z_b \cos(z_b \theta_{i+1})} \right]. \tag{3}$$

线段 $t_i t_{i+1}$ 与 x 轴的夹角为

$$\theta_i = \arctan \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \right). \tag{4}$$

线段 $t_i t_{i+1}$ 的弦长为

$$L_i = \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2}. \quad (5)$$

设点 M 在坐标系 $o-xy, t_i-u_i v_i$ 中的坐标矢量分别为 $(x_M, y_M, 1)^T, (u_M, v_M, 1)^T$, 局部坐标系到整体坐标系的变换矩阵为 \mathbf{M}_{0i} , 可求得

$$\mathbf{M}_{0i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & x_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & y_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

局部坐标系中的坐标矢量可通过变换矩阵 \mathbf{M}_{0i} 转换到整体坐标系中

$$(x_M, y_M, 1)^T = \mathbf{M}_{0i} (u_M, v_M, 1)^T. \quad (7)$$

如图 3 所示, 局部坐标系 $t_i-u_i v_i$ 中, 由内心几何性质可知, $M t_i$ 平分 $\angle T t_i t_{i+1}$ (图中 β_1), $M t_{i+1}$ 平分 $\angle T t_{i+1} t_i$ (图中 β_2).

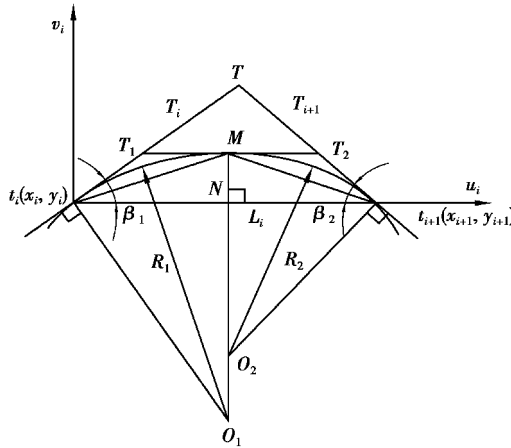


图 3 双圆弧坐标计算

Fig. 3 Double arc coordinate calculation

在 $\triangle t_i t_{i+1} T$ 中, 内角 β_1, β_2 为

$$\beta_1 = \gamma_i - \theta_i, \quad (8)$$

$$\beta_2 = \pi - (\gamma_{i+1} - \theta_i). \quad (9)$$

在 $\triangle t_i t_{i+1} M$ 中, 由正弦定理可以推出

$$l_{tiM} = \frac{\sin(\beta_2/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]}. \quad (10)$$

由于 $\angle MN t_i, \angle T t_i O_1$ 均为 90° , 可以求出

$$l_{tiN} = l_{tiM} \cos(\beta_1/2), \quad (11)$$

$$l_{MN} = l_{tiM} \sin(\beta_1/2), \quad (12)$$

$$l_{NO_1} = \frac{l_{tiN}}{\tan \beta_1}, \quad (13)$$

$$l_{NO_2} = \frac{L_i - l_{tiN}}{\tan \beta_2}. \quad (14)$$

因此在局部坐标系下, 可以求出公切点 M 坐标为

$$\begin{cases} u_M = \frac{\sin(\beta_2/2) \cos(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]}, \\ v_M = \frac{\sin(\beta_2/2) \sin(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]}. \end{cases} \quad (15)$$

圆心 O_1, O_2 坐标分别为

$$\begin{cases} u_{O_1} = \frac{\sin(\beta_2/2)\cos(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]}, \\ v_{O_1} = \frac{\sin(\beta_2/2)\cos(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]} \tan \beta_1; \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} u_{O_2} = \frac{\sin(\beta_2/2)\cos(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]}, \\ v_{O_2} = -\left[L_i - \frac{\sin(\beta_2/2)\cos(\beta_1/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]} \right] / \tan \beta_2. \end{cases} \quad (17)$$

两段圆弧半径 R_1, R_2 为

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\sin(\beta_2/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]} [\sin(\beta_1/2) + \cos(\beta_1/2) / \tan \beta_1]; \\ R_2 = \frac{\sin(\beta_2/2) L_i}{\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]} [\sin(\beta_1/2) - \cos(\beta_1/2) / \tan \beta_2] + L_i / \tan \beta_2. \end{cases} \quad (18)$$

圆弧半径值 R_1, R_2 和公切点 M 及圆心 O_1, O_2 在局部坐标系中的坐标值均已计算完毕,通过坐标变换矩阵 M_{O_i} 即可得到公切点 M 及圆心 O_1, O_2 在整体坐标系中的坐标值。

2.3 摆线滚轮阴模基体双圆弧插补误差分析

完成两个节点间的插补计算后,需要对产生的插补误差进行分析控制。插补误差的理论值是原廓形曲线上任意点沿其法线方向上与插补圆弧曲线间距离的最大值,在实际应用中可简化计算,取原廓形曲线上任意一点到插补圆弧圆心的距离与两段圆弧半径(R_1 或 R_2)之差的最大值为插补误差。

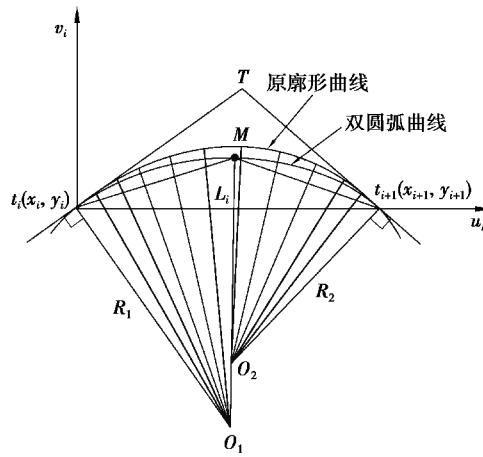


图 4 插补误差计算

Fig. 4 Calculation of interpolation error

上图中 L_i 为两节点 t_i, t_{i+1} 之间的直线距离,将 L_i 等分为 $N+1$ 段,一般 $N+1$ 取 10 到 15,将等分点的横坐标转换到整体坐标系中求出摆线滚轮阴模基体形面曲线上的点 $p_j(x_j, y_j)(j=1, 2, \dots, N)$,比较 x_j 与 x_M (圆弧公切点横坐标值)的大小,当 $x_j \leq x_M$ 时,原形面曲线被拟合为第一段圆弧,此时的插补误差为

$$\epsilon_{1j} = \left| \sqrt{(x_j - x_{O_1})^2 + (y_j - y_{O_1})^2} - R_1 \right|, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (19)$$

式中 m 是第一段圆弧对应的最后一个等分点,且 $m < N$ 。

当 $x_j > x_M$ 时,原形面曲线被拟合为第二段圆弧,此时的插补误差为

$$\epsilon_{2j} = \left| \sqrt{(x_j - x_{O_2})^2 + (y_j - y_{O_2})^2} - R_2 \right|, \quad j = m + 1, m + 2, \dots, N. \quad (20)$$

ϵ_{1j} 与 ϵ_{2j} 中的最大值即为这两个节点间的插补误差 ϵ ,即

$$\epsilon = \max(\epsilon_{1j}, \epsilon_{2j}). \quad (21)$$

判断任意相邻两节点间的插补误差 ϵ 与所允许的插补误差 σ_ϵ 的大小,如果 $\epsilon > \sigma_\epsilon$,缩小步长直至满足 $\epsilon < \sigma_\epsilon$ 的要求;而当 ϵ 远小于 σ_ϵ 时,可适当增大步长使得插补误差小于并接近于插补允差,这就是步长伸缩双圆弧

插补算法的实质。

2.4 摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补算法

进行双圆弧插补时,如果插补段曲线凹凸性不一致,会出现 S 型拟合圆弧。因此曲线上若存在拐点应将曲线分段再进行插值计算。曲率计算公式为

$$k = \frac{\frac{dx}{d\theta} \times \frac{d^2y}{d\theta^2} - \frac{dy}{d\theta} \times \frac{d^2x}{d\theta^2}}{\left[\left(\frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (22)$$

由曲率 $k=0$ 求得 O_2P_2 段曲线拐点处参数角为

$$\theta_1 = \frac{\arccos[(1+z_b K^2)/(K+K z_b)]}{z_g} \quad (23)$$

因此 O_2P_2 段曲线需分为 $[0, \theta_1]$ 、 $[\theta_1, \theta_{\max}]$ 两段进行双圆弧插补计算。

O_2P_2 段曲线的步长伸缩双圆弧插补算法计算步骤如下:

1) 给定初始参数角 θ_0 和初始步长角 Δ , 计算相邻 2 节点的坐标 $t_i(x_i, y_i)$ 和 $t_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ 及相应节点处的切矢 T_i, T_{i+1} , 由双圆弧插补计算原理求出公切点 M 、圆心 O_1, O_2 点坐标值及相应圆心半径 R_1, R_2 的值。

2) 将相邻 2 节点间的插补误差与插补允差 σ_ϵ 比较, 同时为了提高加工效率, 对插补允差设定一个下限值 $\sigma_{\epsilon \min}$ 。若 $\epsilon > \sigma_\epsilon$, 步长角减小一半调整曲线上节点 t_{i+1} 的位置重新进行插补计算直至满足误差要求; 若 $\epsilon < \sigma_{\epsilon \min}$, 适当增大步长角使插补误差接近插补允差, 当 $\theta_i \geq \theta_{\max}$ 时, 终止计算。

摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补算法流程如图 5 所示。

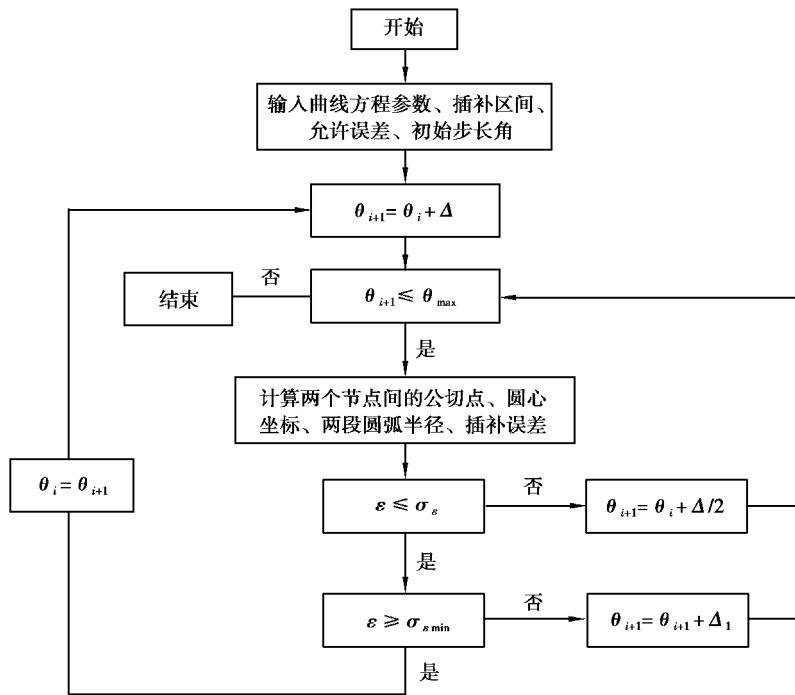


图 5 步长伸缩双圆弧插补算法流程图

Fig. 5 Flow chart of variable-step-double-arc interpolation algorithm

3 计算实例分析及仿真

取 40E 摆线轮工件参数作为计算实例参数, 其中 $e=1.3, z_b=40, z_g=39, r_z=2.5, R_z=63.7, \Delta R_z=-0.1, \Delta r_z=0.075, \theta \in [0, \pi/39]$ 。将上述参数代入摆线滚轮阴模基体形面曲线方程式中, 根据上节中的插补算法流程在 MATLAB 软件中编程进行数值计算。

初始参数角 $\theta_0=0$,初始步长角选取 $0.001\ 2\ \text{rad}$,插补允差 $\sigma_\epsilon=0.01\ \mu\text{m}$ 。以初始步长角等分参数角取相同插补节点数,可以得到 69 个插补节点。分别采用双圆弧插补法与直线插补法对 O_2P_2 段曲线进行插补计算,在 O_2P_2 段曲线上随机连续选取 8 个插补节点,插补误差对比结果如表 1 所示。

表 1 双圆弧与直线插补误差对比结果

Table 1 Comparison of double arc and linear interpolation error

插补点 1 坐标/mm	插补点 2 坐标/mm	直线插补误差/ μm	双圆弧插补误差/nm
(1.932,60.554)	(2.033,60.663)	0.894	2.176
(2.033,60.663)	(2.019,60.752)	0.510	1.793
(2.019,60.752)	(2.167,60.824)	0.289	1.485
(2.167,60.824)	(2.213,60.884)	0.159	1.247
(2.213,60.884)	(2.250,60.934)	0.083	1.080
(2.250,60.934)	(2.281,60.977)	0.037	1.039
(2.281,60.977)	(2.308,61.013)	0.009	1.582

当节点数目相同时,表中结果显示直线插补只有最后 2 个节点之间的插补误差小于插补允差,其他节点间的误差远大于插补允差 σ_ϵ ,而双圆弧插补误差均小于插补允差 σ_ϵ 。直线插补最小误差为 $0.009\ \mu\text{m}$,双圆弧插补最大误差为 $2.176\ \text{nm}$,双圆弧插补最大误差比直线插补最小误差降低了 75%,对比任意节点处得到的数据发现插补误差均降低 75%以上。

等步长角得到的双圆弧插补误差曲线如图 6(a)所示,通过分析插补节点的坐标可知,在超过一定参数角后,继续以满足插补误差的步长角插补时,会导致插补节点过于集中,从而插补误差的最值出现数量级的差距,加工程序更加冗长,且加工零件表面质量不均匀。

采用图 5 所示的步长伸缩双圆弧插补算法,对加工允许误差设定一个下限值 $\sigma_{\epsilon\text{min}}=0.001\ \mu\text{m}$,当插补节点间的误差小于下限值时,适当增加步长角调整节点 t_{i+1} 在曲线上的位置,使得插补误差小于并接近插补允差。

图 6(b)是控制步长角伸缩后的插补误差曲线图,插补误差均小于插补允差 σ_ϵ 。在满足同一插补允差时,等步长角的插补节点数为 69 个,控制步长角伸缩后插补节点数为 30 个,节点数目减少了 55%,插补的圆弧段也减少了 55%。因此在相同插补允差要求下控制步长角伸缩可以提高摆线滚轮阴模基体工件的加工效率,同时可以保证加工表面质量均匀。

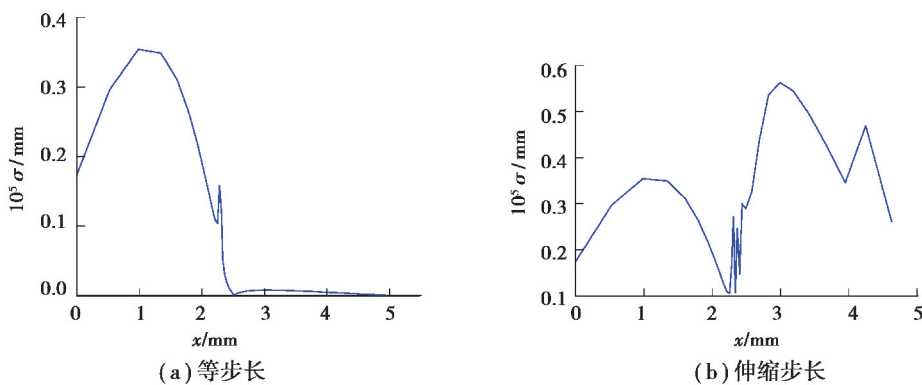


图 6 等步长角与伸缩步长角误差曲线对比图

Fig. 6 Comparison of interpolation error curves of equal step angle and telescopic step angle

图 7 曲线是由步长伸缩双圆弧插补节点数据拟合的 O_2P_2 段加工仿真曲线, 由于拟合的圆弧段在每个离散点处都有公共切向量, 因此拟合曲线一阶导数连续, 拟合曲线表面光滑平整, 刀具路径具有 G1 连续性, 保证了工件的加工质量。

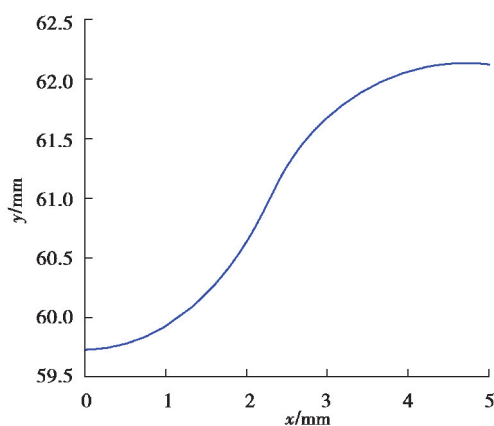


图 7 O_2P_2 段曲线加工仿真图

Fig. 7 Processing simulation diagram of O_2P_2 curve

4 结 论

以摆线金刚石滚轮阴模基体为加工对象, 基于双圆弧插补法, 建立了摆线滚轮阴模基体步长伸缩双圆弧插补数学模型, 该模型插补点求解方便, 控制步长伸缩可以调整插补误差。对该数学模型进行实例计算及仿真, 得出结论如下:

1) 双圆弧插补误差小于 $0.01 \mu\text{m}$, 在节点数相同时其插补误差比直线插补误差降低 75%, 满足摆线滚轮阴模基体高精度加工要求。

2) 控制步长伸缩, 在同精度允差下拟合圆弧段数减少 55%, 可以提高摆线滚轮阴模基体工件的加工效率。

3) 由插补算法原理及插补数据拟合的加工仿真曲线可知, 插补的任意相邻圆弧段彼此相切, 拟合曲线表面光滑连续, 刀具路径具备 G1 连续性。

参考文献:

- [1] Pham A D, Ahn H J. High precision reducers for industrial robots driving 4th industrial revolution: state of arts, analysis, design, performance evaluation and perspective [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology, 2018, 5(4): 519-533.
- [2] Wang H, Shi Z Y, Yu B, et al. Transmission performance analysis of RV reducers influenced by profile modification and load[J]. Applied Sciences, 2019, 9(19): 4099.
- [3] 张也, 李朝阳, 黄健. 多因素综合作用的摆线针轮传动误差分析[J]. 重庆大学学报, 2020, 43(12): 1-12.
Zhang Y, Li C Y, Huang J. Transmission error analysis of cycloidal pinwheel based on multi-factor comprehensive effect[J]. Journal of Chongqing University, 2020, 43(12): 1-12. (in Chinese)
- [4] 张跃明, 杨申春, 纪姝婷, 等. RV 减速器摆线轮磨削工艺研究[J]. 机床与液压, 2018, 46(15): 28-31,36.
Zhang Y M, Yang S C, Ji S T, et al. Grinding technology research of RV reducer cycloid gear[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2018, 46(15): 28-31,36. (in Chinese)
- [5] 张德泉, 李真, 曹克伟, 等. 摆线轮齿廓曲线 CNC 成形磨削机理[J]. 天津大学学报, 1998, 31(4): 71-75.
Zhang D Q, Li Z, Cao K W, et al. Study on the CNC profiling gear grinding method of epicycloidal gear[J]. Journal of

- Tianjin University, 1998, 31(4): 71-75. (in Chinese)
- [6] Cui Z M, Liu Z R, Zhang H Y. Manufacturing technique of high precision intricate diamond dressing roller[J]. Materials Science Forum, 2006, 532-533: 492-495.
- [7] 杨摩西, 崔仲鸣, 赫青山, 等. 轴承滚道磨削中金刚石滚轮修整技术的应用[J]. 轴承, 2019(3): 15-19.
Yang M X, Cui Z M, He Q S, et al. Application of diamond roller dressing technology in grinding of bearing raceway[J]. Bearing, 2019(3): 15-19. (in Chinese)
- [8] Wu M L, Ren C Z, Zhang K F. ELID groove grinding of ball-bearing raceway and the accuracy durability of the grinding wheel[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 79(9/10/11/12): 1721-1731.
- [9] Yang J X, Ai W, Liu Y X, et al. Kinematics model and trajectory interpolation algorithm for CNC turning of non-circular profiles[J]. Precision Engineering, 2018, 54: 212-221.
- [10] 张敬东. 摆线齿轮的数控加工[J]. 现代制造工程, 2005(3): 49-50.
Zhang J D. Numerical control machining of hypocycloidal gears[J]. Machinery Manufacturing Engineer, 2005(3): 49-50. (in Chinese)
- [11] 姚必强, 姚进. 数控加工曲线的等弧长圆弧拟合方法[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2008, 40(1): 171-174.
Yao B Q, Yao J. The method of curve fitting with equal length arc used for NC processing[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2008, 40(1): 171-174. (in Chinese)
- [12] Ji S J, Lei L G, Zhao J, et al. An adaptive real-time NURBS curve interpolation for 4-axis polishing machine tool[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 67: 102025.
- [13] Knez M, Žagar E. Interpolation of circular arcs by parametric polynomials of maximal geometric smoothness[J]. Computer Aided Geometric Design, 2018, 63: 66-77.
- [14] Wu Z X, Liu T. A double circular arc fitting algorithm for CNC machining of non-uniform scroll components[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 104(9/10/11/12): 4485-4495.
- [15] 刘涛, 李亚军. 三段基圆渐开线涡旋型线的双圆弧插值算法拟合与加工[J]. 现代制造工程, 2018(8): 109-114.
Liu T, Li Y J. Fitting and processing of double circular arc interpolation algorithm for three section base circle involute profile[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2018(8): 109-114. (in Chinese)
- [16] 孙永吉, 刘涛, 唐林虎, 等. 立铣变截面涡旋齿组合型线的插补研究[J]. 化工机械, 2019, 46(1): 35-40.
Sun Y J, Liu T, Tang L H, et al. Study of profiles of variable cross-section scroll interpolation for end milling[J]. Chemical Engineering & Machinery, 2019, 46(1): 35-40. (in Chinese)

(编辑 罗 敏)