

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2021.126

# 基于温变双极化模型的锂离子电池荷电状态估计

刘长贺<sup>a</sup>, 胡明辉<sup>a,b</sup>, 李 兰<sup>a</sup>

(重庆大学 a. 汽车协同创新中心; b. 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 电池荷电状态(SOC)的准确估计对延长电池使用寿命、提高电池利用率和保障电池安全性具有重要意义。在不同环境温度下进行了锂离子电池的基本性能试验和动态工况试验,建立了温变双极化等效电路模型。基于该模型,采用H无穷滤波算法代替传统的扩展卡尔曼滤波算法,在无需假设过程噪声和测量噪声均服从高斯分布的前提下,实现了SOC的精确估计。在考虑温变和电池模型存在误差的条件下进行验证,不同温度条件下的SOC估计最大误差保持在 $\pm 0.03$ 范围内,证明了所提出的SOC估计算法具有较高的温度适应性和鲁棒性。

**关键词:** 锂离子电池; 温变双极化等效电路模型; 荷电状态; H无穷滤波

中图分类号: U469.72+2

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2023)04-013-14

## State-of-charge estimation of lithium-ion battery based on a temperature-dependent dual-polarization equivalent circuit model

LIU Changhe<sup>a</sup>, HU Minghui<sup>a,b</sup>, LI Lan<sup>a</sup>

(a. Automotive Collaborative Innovation Center; b. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** Accurate state of charge (SOC) estimation of a lithium-ion battery is of great significance for prolonging battery life, improving battery utilization, and ensuring battery safety. An SOC estimation algorithm based on a temperature-dependent dual-polarization equivalent circuit model was established after the basic performance test and dynamic condition test of the lithium-ion battery were performed at different ambient temperatures. The traditional extended Kalman filtering algorithm was replaced by the H-infinity filtering algorithm, and accurate SOC estimation was realized without assuming that the process noise and measurement noise obeyed Gaussian distribution. The proposed model was verified considering the temperature change and the battery model error. The results show that the maximum error of SOC estimation under different temperature conditions can be kept within  $\pm 0.03$ , which proves that the proposed SOC estimation algorithm has higher temperature adaptability and robustness.

**Keywords:** lithium-ion batteries; temperature-dependent dual-polarization equivalent circuit model; state of charge; H-infinity filter

收稿日期: 2021-06-22 网络出版日期: 2022-01-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52072053); 重庆市重大主题专项(cstc2019jscx-zdztzxX0047)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (52072053), and the Major Theme Program of Chongqing Municipality (cstc2019jscx-zdztzxX0047).

作者简介: 刘长贺(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事锂离子电池管理系统研究, (E-mail) Changhe\_L@163.com。

通信作者: 胡明辉, 男, 教授, 博士生导师, 主要从事车辆动力传动及控制研究, (E-mail) minghui\_h@163.com。

准确的电池荷电状态(state of charge, SOC)估计是电池管理系统(battery management system, BMS)的重要功能。电池模型是SOC估计精度的重要影响因素。等效电路模型是目前应用最为广泛、研究成果最多的一类锂离子电池模型。Hu等<sup>[1]</sup>从模型精度、运算复杂度和鲁棒性3个维度出发,分析比较了12种不同等效电路模型之间的差异性。Liaw等<sup>[2-3]</sup>使用一阶RC等效电路模型,从充放电外特性和电化学阻抗谱两个方面对模型进行了分析与参数辨识。Xiong等<sup>[4]</sup>基于二阶RC等效电路模型进行了SOC估计,获得了较好的估计结果。Hu等<sup>[5]</sup>建立的分数阶模型同样具有较高的精度,在不同工况下得到的SOC估计误差都保持在 $\pm 0.02$ 范围内。

现有研究中的多数等效电路模型是在恒温条件下建立的,仅有少部分考虑到温变的影响。Wang等<sup>[6]</sup>在建模时考虑了温度和电池容量的影响,并采用粒子滤波算法在不同环境温度下进行SOC估计。Xu等<sup>[7]</sup>通过搭建的电热耦合模型,在不同环境温度下对电池的SOC估计展开了研究。Aung等<sup>[8]</sup>同时研究了充放电倍率和温度对电池参数的影响,并基于无迹卡尔曼滤波算法实现了电池参数的实时更新和SOC的精确估计。Sun等<sup>[9]</sup>和Hu等<sup>[10]</sup>建立了精度较高的电池组模型并实现了常温环境下SOC的精确估计。但是,目前还没有全面地针对开路电压、放电容量等电池主要参数的温度特性进行深入分析的研究成果<sup>[11]</sup>。

在锂离子电池SOC估计方面,基于模型的卡尔曼滤波系列算法是目前应用最广泛的算法。文献[12-13]基于分数阶模型,使用卡尔曼滤波系列算法实现了SOC的精确估计。Wang等<sup>[14]</sup>结合双扩展卡尔曼滤波算法和电池充电电压曲线,对恒流和动态放电条件下的SOC进行估计。Xu等<sup>[15]</sup>利用机器学习方法进行建模,并采用Sigma点卡尔曼滤波估计SOC。Zhang等<sup>[16]</sup>使用改进的自适应卡尔曼滤波算法,增强了SOC估计的鲁棒性。但是,卡尔曼滤波系列算法要求过程噪声和测量噪声必须满足高斯分布,而受复杂环境因素的影响,车载电池管理系统难以得到噪声的先验知识,故所作假设不符合实际情况。Lin等<sup>[17]</sup>利用H无穷滤波算法,在无需假设噪声的统计特性的前提下实现了对电池能量状态的准确估计。

为了进一步提高SOC估计精度,笔者建立了考虑温变的双极化等效电路模型,与恒温条件下建立的双极化模型相比较,考虑了开路电压、电池内阻等参数的温度依赖性,增强了模型的鲁棒性,并且采用H无穷滤波算法代替传统的扩展卡尔曼滤波算法,在无需假设过程噪声和测量噪声服从高斯分布的前提下,实现了SOC的精确估计。

## 1 温变双极化等效电路模型的建立和参数辨识

### 1.1 模型建立

温度对电池的性能和寿命都有较大的影响。在低温环境下,电池内部的化学反应缓慢,容易导致内阻增大和容量降低;在高温环境下,化学反应激烈,容易造成快速的自放电。因此,有必要量化温度对电池的影响。而恒温双极化模型中的各参数保持不变,使得电池模型的温度鲁棒性很差,SOC估计结果也很不理想。温变双极化模型将电池模型各参数的温度依赖性定量地表示出来,从而提高模型的鲁棒性和SOC估计精度。

温变双极化等效电路模型结构如图1所示。其中, $U_d$ 表示电池的端电压,V; $I$ 为电流(充电为正,放电为负),A; $U_{ocv}$ 为开路电压,V; $R_0$ 为欧姆内阻, $\Omega$ ; $R_1$ 、 $R_2$ 为极化内阻, $\Omega$ ; $C_1$ 、 $C_2$ 为极化电容,F; $T$ 为温度, $^{\circ}\text{C}$ ; $t$ 为时间,s。 $U_{ocv}$ 、 $R_0$ 、 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $C_1$ 和 $C_2$ 均与温度有关。极化内阻和极化电容用来表示电池的极化现象,对应的电压分别为 $U_1$ 与 $U_2$ ,单位为V。

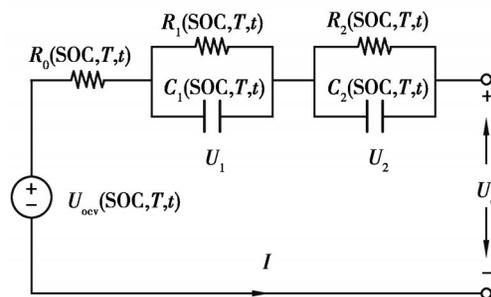


图1 温变双极化等效电路模型结构

Fig. 1 Structure of the temperature-dependent dual-polarization equivalent circuit model

根据基尔霍夫电流和电压定律,模型的动态方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\frac{U_1}{R_1 C_1} + \frac{I}{C_1}, \\ \dot{U}_2 = -\frac{U_2}{R_2 C_2} + \frac{I}{C_2}, \\ U_d = U_{ocv} + IR_0 + U_1 + U_2. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$ 分别表示电压 $U_1$ 和 $U_2$ 的变化率。

电池的 SOC 表示为:

$$SOC(t) = SOC(t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\eta I(t)}{3600Q} dt. \quad (2)$$

式中: $SOC(t)$ 和 $SOC(t_0)$ 分别表示 SOC 在时间为 $t, t_0$ 时的值; $\eta$ 为充放电效率,通常放电时该值取 1,充电时取 0.98; $Q$ 表示电池的最大可用容量, A·h。

设采样间隔为 $\Delta t$ ,将式 (1)和(2) 离散化可得:

$$\begin{cases} U_1(k) = \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_1 C_1}\right) U_1(k-1) + R_1 I(k) [1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_1 C_1}\right)], \\ U_2(k) = \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_2 C_2}\right) U_2(k-1) + R_2 I(k) [1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_2 C_2}\right)], \\ U_d(k) = U_{ocv}(k) + I(k) R_0(k) + U_1(k) + U_2(k), \\ SOC(k) = SOC(k-1) + \frac{\eta \Delta t}{3600Q} I(k). \end{cases} \quad (3)$$

式中, $k$ 表示第 $k$ 个采样点。

温变双极化模型中需要识别的参数有:

$$\theta = [R_0 R_1 C_1 R_2 C_2 U_{ocv} Q]. \quad (4)$$

## 1.2 模型参数辨识

### 1.2.1 电池试验方案设计

所采用的电池测试系统如图 2 所示。测试对象为动力型 18650PF 三元锂离子电池,具体参数如表 1 所示。

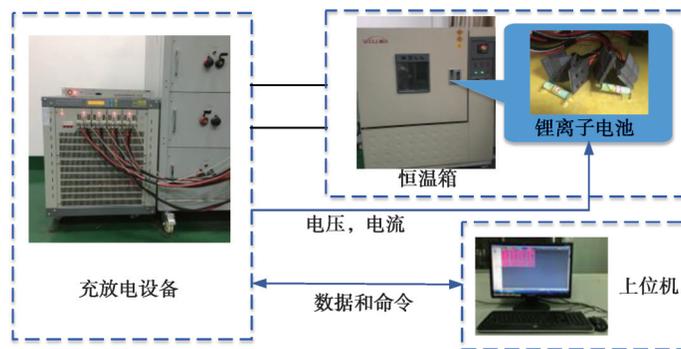


图 2 电池测试系统

Fig. 2 Battery test system

表 1 18650PF 电池主要性能参数

Table 1 Main performance parameters of 18650PF cell

标称容量/(mA·h)	标称电压/V	充电截止电压/V	放电截止电压/V	充电截止电流/A
2 700	3.6	4.2	2.5	0.27

电池试验的测试流程主要参考《FreedomCAR 功率辅助型混合电动车电池测试手册》和《USABC Electric Vehicle Battery Test Procedures Manual》。电池的基本性能试验包括静态容量测试 (static capacity test, SCT)、双脉冲测试、混合脉冲功率性能 (hybrid pulse power characteristic, HPPC) 测试和动态工况试验, 其中动态工况试验主要包括动态应力测试工况 (dynamic stress test, DST) 和联邦城市驾驶工况 (federal urban driving schedule, FUDS)。

### 1.2.2 电池容量确定

通过静态容量测试 (SCT) 确定电池的容量。分别在 5、15、25、35、45 °C 环境下对电池进行 3 次测试。将每个温度点下容量的平均值作为当前温度的最大可用容量, 并拟合得到电池最大可用容量与温度的关系, 如图 3 所示。

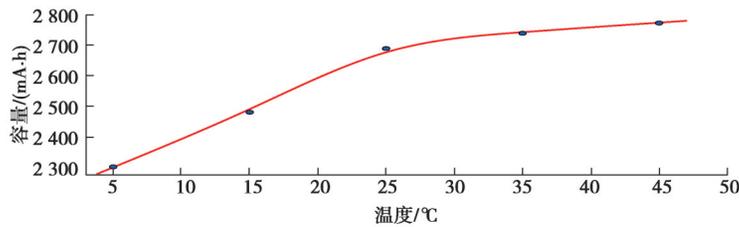


图 3 最大可用容量与温度的拟合曲线

Fig. 3 Fitting curve of the maximum available capacity and temperature

可以看出, 在一定的温度范围内, 电池容量随环境温度升高而升高, 5~25 °C 范围内容量随温度上升较快, 当温度大于 25 °C 后上升速度减缓, 且 5 °C 与 45 °C 下的最大可用容量相差约 468 mA·h, 约占其额定容量的 17%。这说明在电池的建模过程中, 温度对容量产生的影响是不能忽略的。

### 1.2.3 开路电压与荷电状态关系

开路电压与荷电状态的关系通过双脉冲实验获得。以 25 °C 为例, 不同 SOC 值对应的  $U_{OCV}$  如表 2 所示。表中  $U_{OCVd}$  表示放电条件下的开路电压,  $U_{OCVc}$  表示充电条件下的开路电压, 取两者的平均值作为最终的  $U_{OCV}$ 。

表 2 25 °C 下开路电压测量结果

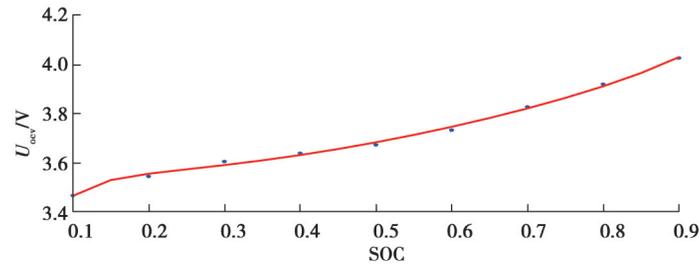
Table 2 OCV measurement results at 25 °C

SOC	$U_{OCVd}/V$	$U_{OCVc}/V$	$U_{OCV}/V$
0.1	3.34	3.45	3.40
0.2	3.46	3.52	3.49
0.3	3.57	3.59	3.58
0.4	3.62	3.64	3.63
0.5	3.69	3.74	3.72
0.6	3.75	3.82	3.79
0.7	3.86	3.90	3.88
0.8	3.94	4.00	3.97
0.9	4.02	4.10	4.06

利用经验公式(5) 拟合 SOC 和  $U_{OCV}$  之间的关系曲线<sup>[18]</sup>, 结果如图 4 所示。

$$U_{OCV}(\text{SOC}) = c_1 + c_2 \text{SOC} + c_3 \frac{1}{\text{SOC}} + c_4 \ln(\text{SOC}) + c_5 \ln(1 - \text{SOC}), \quad (5)$$

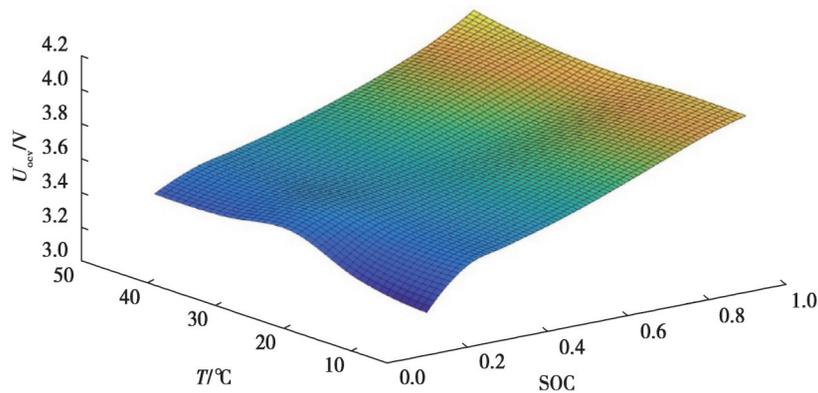
式中,  $c_1 \sim c_5$  为待拟合参数。

图4 25 °C下SOC- $U_{ocv}$ 拟合曲线Fig. 4 SOC- $U_{ocv}$  fitting curve at 25 °C

拟合的残差平方和为0.000 811 27,说明该曲线的拟合程度较好。采用同样的方法拟合其他温度下的SOC- $U_{ocv}$ 曲线,表3列出了不同温度下拟合参数的结果。再通过空间平面拟合,得到电池SOC- $T$ - $U_{ocv}$ 曲面如图5所示。

表3 SOC- $U_{ocv}$ 拟合参数Table 3 SOC- $U_{ocv}$  fitting parameters

温度/ $^{\circ}\text{C}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
5	3.010 0	1.009 7	-0.041 3	-0.307 1	-0.094 4
15	2.636 7	1.798 2	-0.056 3	-0.509 8	0.081 9
25	2.951 0	0.998 1	-0.051 5	-0.399 4	-0.085 6
35	2.727 7	1.617 8	-0.073 8	-0.505 2	0.049 0
45	2.362 9	2.162 8	-0.113 9	-0.790 6	0.100 4

图5 SOC- $T$ - $U_{ocv}$ 曲面Fig. 5 SOC- $T$ - $U_{ocv}$  surface

#### 1.2.4 电池模型内阻和电容参数

电池模型的阻容参数通过HPPC测试获得,HPPC测试的电流及电压变化曲线如图6所示。

根据欧姆定律,在电流发生变化时利用电压的突变值计算充放电欧姆内阻,将两次计算的结果求平均作为最终的欧姆内阻值,计算公式如下。

$$R_{od} = \frac{(V_1 - U_2) + (V_4 - V_3)}{2I_d}, \quad (6)$$

$$R_{oc} = \frac{(V_6 - V_5) + (V_7 - V_8)}{2I_c}. \quad (7)$$

式中: $R_{od}$ 为放电内阻, $\Omega$ ; $R_{oc}$ 为充电内阻, $\Omega$ ; $I_d$ 为放电电流,A; $I_c$ 为充电电流,A; $V_1 \sim V_8$ 为测得的端电压,用于计算电流发生变化时电压的突变值,V。

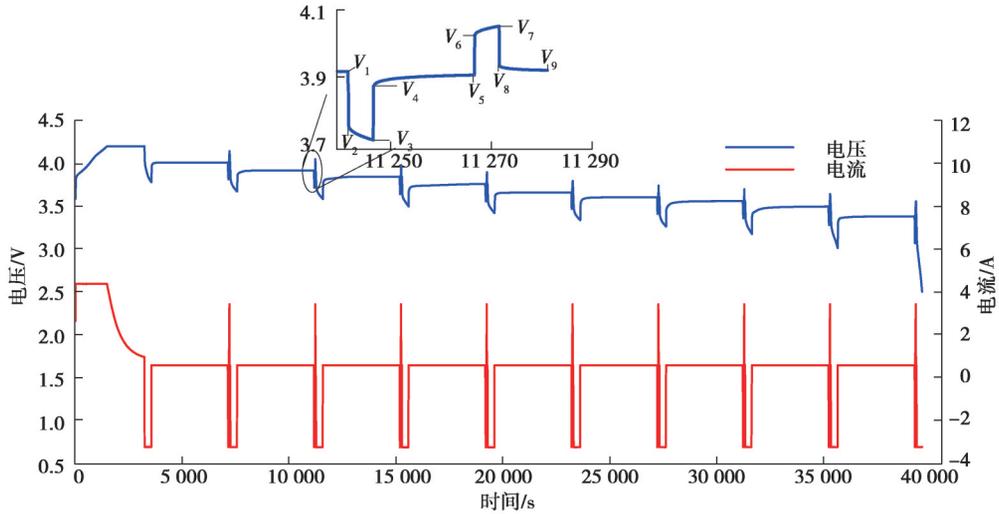


图6 HPPC测试电流及电压变化曲线

Fig. 6 HPPC test current and voltage curve

为了降低电池模型的复杂度,采用每个温度点下的充放电欧姆内阻的均值作为最终结果并绘制成曲面图,如图7所示。

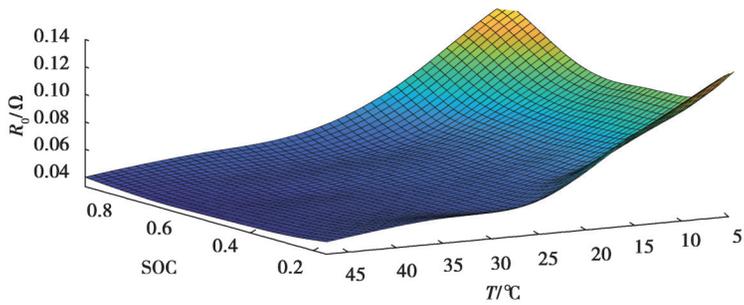


图7 SOC-T-R<sub>0</sub> 曲面

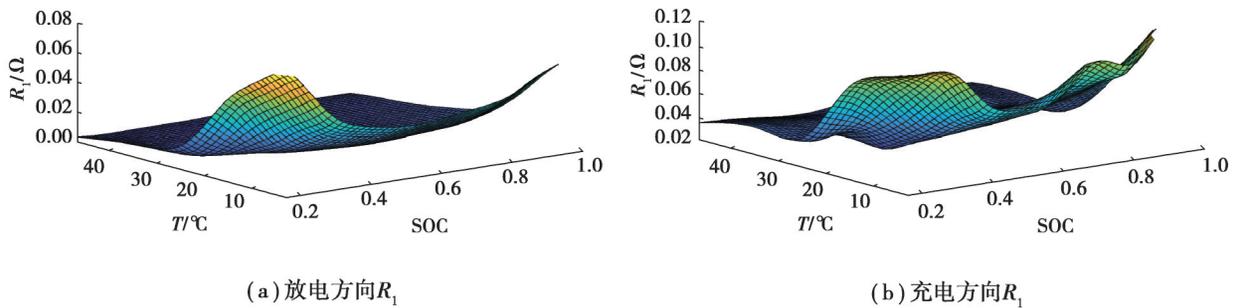
Fig. 7 SOC-T-R<sub>0</sub> surface

极化内阻和极化电容的识别需要利用零输入响应公式,用充放电脉冲电流结束之后静置阶段的电压数据来计算。在图6中, V<sub>4</sub>~V<sub>5</sub>阶段可以用来计算放电方向的极化内阻和极化电容, V<sub>8</sub>~V<sub>9</sub>阶段用来计算充电方向的极化内阻和极化电容,计算公式如下。

$$U_d(t) = U_{ocv} + R_1 I \exp\left(\frac{-t}{R_1 C_1}\right) + R_2 I \exp\left(\frac{-t}{R_2 C_2}\right) \quad (8)$$

式中:  $U_d(t)$  表示静置阶段  $t$  时刻端电压的记录值, V;  $t$  表示静置阶段的时间, s。

选择不同温度和不同 SOC 值下的 HPPC 试验数据, 拟合得到相应的  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $C_1$  和  $C_2$ , 结果如图 8 所示。



(a) 放电方向  $R_1$

(b) 充电方向  $R_1$

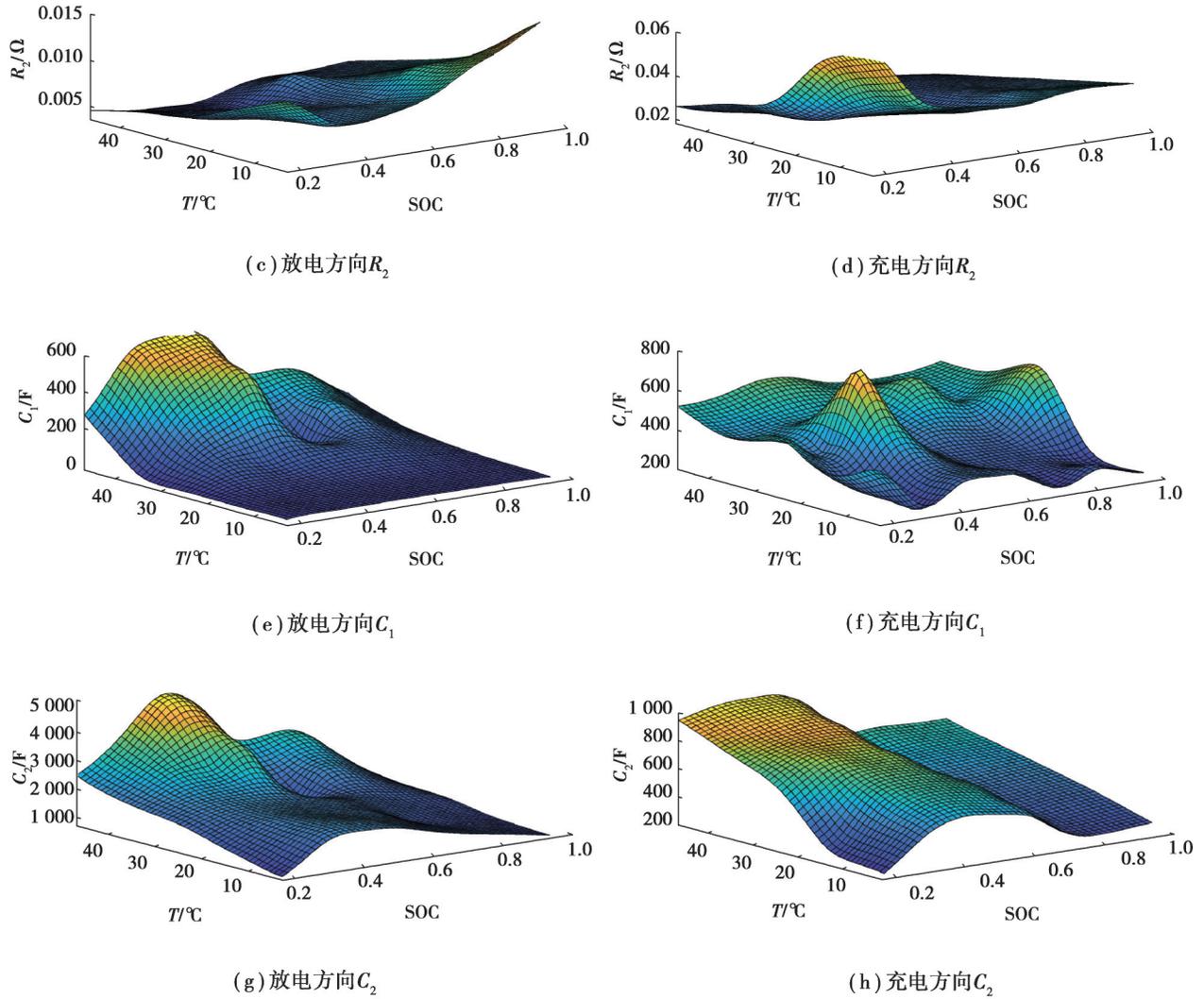


图 8  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $C_1$  和  $C_2$  的计算结果

Fig. 8 Calculation results of  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ , and  $C_2$

可以看出,4个极化参数在不同温度、不同 SOC 和不同充放电方向下数值都发生了一定的变化,采取查表的方式根据当前电池所处的环境温度、SOC 和充放电方向来确定极化参数的数值大小。

### 1.3 模型仿真验证

#### 1.3.1 恒温条件下模型精度验证

将 18650PF 单体电池放在恒温箱中,温度调至 25 °C,静置 3 h,然后开展 FUDS 工况试验。试验结束后将所采集的试验数据输入到仿真模型中,并将模型输出的电压值与试验测得的电压值进行对比,结果如图 9 所示。

可以看出,在 FUDS 工况下,模型的误差在 -0.08~0.06 V 之间,证明所建的温变双极化等效电路模型具有较高的精度。

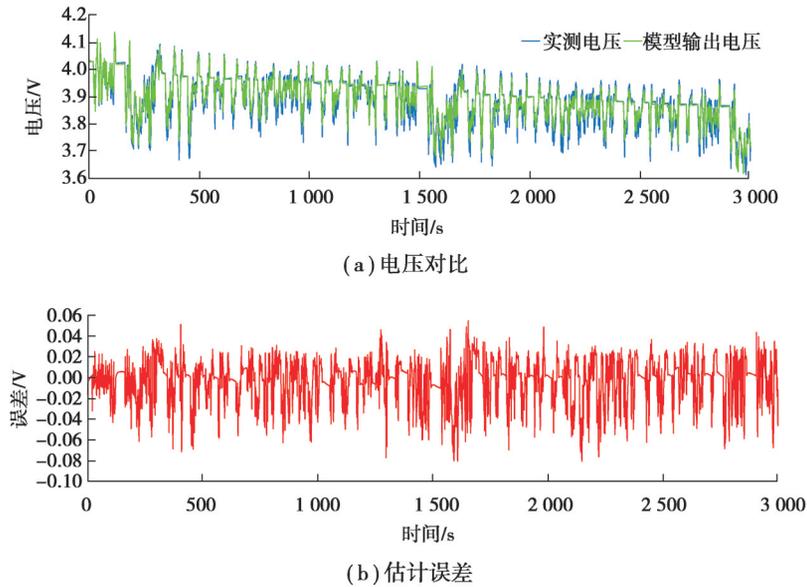


图 9 恒温条件 FUDS 工况下仿真与试验结果

Fig. 9 Simulation and test results under constant temperature and FUDS condition

### 1.3.2 变温条件下模型精度验证

为了证明所建立的温变双极化等效电路模型在不同环境温度下都具有较好的适应性,采用改变恒温箱温度的方法,给 18650PF 单体电池创造一个变温环境,使环境温度从  $9\text{ }^{\circ}\text{C}$  逐渐上升到  $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。将试验所得的温度和电流数据作为温变双极化模型的输入,对比模型输出电压和实测电压,同时也将电流数据导入到不考虑温度变化的恒温双极化模型中,仿真结果如图 10 所示。

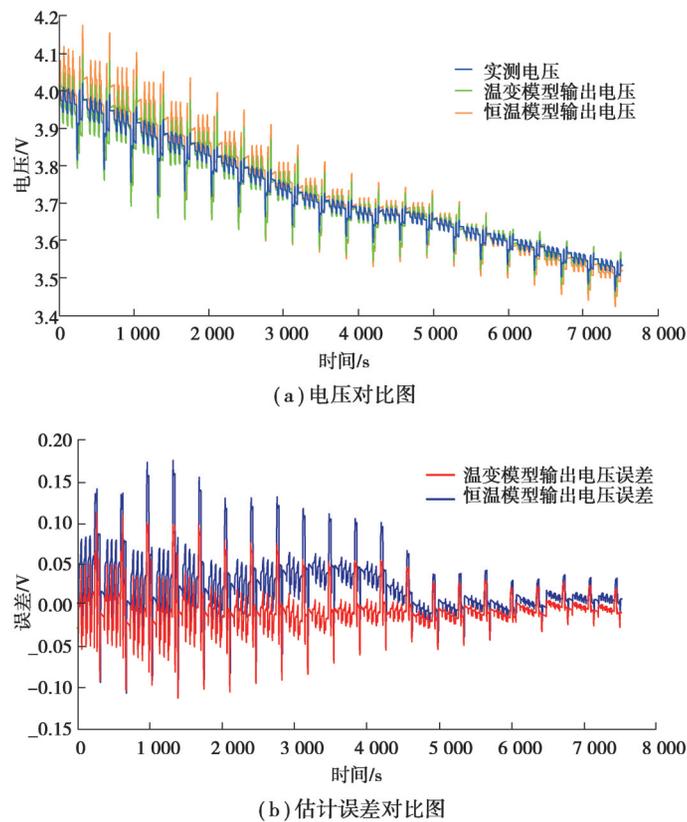


图 10 变温 DST 工况下两种模型的精度对比

Fig. 10 Accuracy comparison of two models under variable temperature DST condition

从试验结果可以看出,在温度比较低的情况下,电压误差较大,但温变双极化模型的误差仍可保持在 $\pm 0.11$  V范围内,而恒温双极化模型的最大误差达到0.18 V。温变双极化模型的平均绝对误差为0.058 V,小于恒温双极化模型的平均绝对误差0.096 V,误差减少了39.58%。

## 2 基于H无穷滤波算法的锂离子电池SOC估计

### 2.1 H无穷滤波算法概述

在基于等效电路模型的SOC估计算法中,卡尔曼系列滤波算法具有较高的精度和较小的计算量等特点,但同时也存在一定的局限性:

1)要求过程噪声和测量噪声为服从高斯分布的白噪声,然而在实际应用中,车载电池系统会受到复杂环境因素的影响,难以获得噪声的先验知识。

2)估计的准确度与模型的精确度具有较强的关联性,当模型精度不够或者模型精度随动态工况的变化而逐渐降低后,此类方法的估计误差会越来越大。

为了克服卡尔曼系列滤波算法对噪声的苛求和对精准建模的依赖,引入对模型精度要求更低和对各种噪声干扰有更强鲁棒性的H无穷滤波算法。

1981年Zames<sup>[19]</sup>提出了H无穷滤波算法。本研究使用的H无穷滤波算法,从某种意义上来说可以看成是卡尔曼滤波算法的一种鲁棒形式,所以下文在介绍H无穷滤波算法的同时,将会与EKF(extended Kalman filter)算法进行对比分析。

建立如下离散线性系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \boldsymbol{\omega}_k; \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_{k0} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{x}_k$ 为状态变量; $\mathbf{u}_k$ 为输入变量; $\mathbf{y}_k$ 为输出变量; $\mathbf{A}_k$ 为状态矩阵; $\mathbf{B}_k$ 为输入矩阵; $\mathbf{C}_k$ 为观测矩阵; $\mathbf{D}_k$ 为输入输出矩阵; $\boldsymbol{\omega}_k$ 为过程噪声,由建模误差生成; $\mathbf{v}_k$ 为测量噪声,由电流和电压的测量噪声生成。

为了避免出现EKF算法需要预先假设噪声信息的情况,H无穷滤波算法定义了代价函数 $J$ :

$$J = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2}{\|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} (\|\boldsymbol{\omega}_k\|_{\mathbf{Q}_k}^2 + \|\mathbf{v}_k\|_{\mathbf{R}_k}^2)} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{P}_0$ 表示初始状态误差协方差矩阵; $\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$ 通常表示过程噪声协方差矩阵和测量噪声协方差矩阵; $\mathbf{S}_k$ 是根据设计者对各个状态量的重视程度而进行设计的对称正定矩阵; $N$ 为采样点个数。

从式(10)中可以看出,H无穷滤波算法的代价函数 $J$ 是一个比例数值,其分母与系统整体的误差有关,分子与估计值的误差有关。建立代价函数 $J$ 的主要目的是用来反映估计误差和噪声干扰的比例关系,直接最小化代价函数 $J$ 比较困难,为满足设计需求,选择一个性能边界,即满足

$$J < 1/\theta, \quad (11)$$

式中, $\theta$ 为性能边界。

为了得到最优结果,需要找到满足要求的 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 使代价函数 $J$ 最小。假设自然界是我们的对手(存在干扰),它希望通过特殊的 $\mathbf{x}_0$ 、 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ ,使代价函数 $J$ 最大化。所以当 $\mathbf{x}_0$ 、 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 使代价函数 $J$ 最大的时候,需要找到合适的 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 使代价函数 $J$ 最小。重新整合公式(10)和(11),结合式(9)中的状态空间输出方程,得到:

$$J^* = -\frac{1}{\theta} \|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2 - \frac{1}{\theta} (\|\boldsymbol{\omega}_k\|_{\mathbf{Q}_k}^2 + \|\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{D}_k \mathbf{u}_k\|_{\mathbf{R}_k}^2) \right] < 0. \quad (12)$$

H无穷滤波可以简单描述为:当 $\mathbf{x}_0$ 、 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 使 $J$ 最大时,寻找合适的 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 使 $J$ 最小。从推导过程来看,H无穷滤波算法并没有提前假设噪声的统计特性,这是其相对于卡尔曼滤波系列算法最大的优点。

通过寻找最小 $J$ ,得到如式(13)所示的递推关系式。

$$\begin{cases} \mathbf{K}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k (\mathbf{I} - \theta \mathbf{S}_k \mathbf{P}_k + \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k \mathbf{P}_k)^{-1} \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{D}_k \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k (\mathbf{I} - \theta \mathbf{S}_k + \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k \mathbf{P}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k. \end{cases} \quad (13)$$

式中： $\mathbf{K}_k$ 为增益矩阵， $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

类似于基于EKF算法，基于H无穷滤波算法的SOC估计方法主要分为预测和更新两个阶段。详细的计算流程如下。

1)建立温变双极化等效电路模型的离散化方程：

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k + \boldsymbol{\omega}_k, \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k. \end{cases} \quad (14)$$

2)初始化：

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0), \quad \mathbf{P}_0^+ = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]. \quad (15)$$

式中： $E$ 为求平均值； $\mathbf{P}_0^+$ 为初始的状态误差协方差矩阵。

3)先验估计(预测)：时间更新

系统状态预估：

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}). \quad (16)$$

式中， $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 为状态量的先验估计。

误差协方差矩阵预估：

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \quad (17)$$

式中， $\mathbf{P}_k^-$ 为状态误差协方差矩阵的先验估计。

4)后验估计(修正)：测量更新

新息矩阵：

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{y}_k - g(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k). \quad (18)$$

增益矩阵：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \theta \mathbf{S}_k \mathbf{P}_k^- + \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^-)^{-1} \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}. \quad (19)$$

系统状态修正：

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{e}_k. \quad (20)$$

式中， $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ 为状态量的后验估计。

误差协方差修正：

$$\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \theta \mathbf{S}_k \mathbf{P}_k^- + \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k \mathbf{P}_k^-)^{-1}. \quad (21)$$

式中， $\mathbf{P}_k^+$ 为状态误差协方差矩阵的后验估计。

5)时间尺度更新：

将时刻 $(k)^+$ 的状态和协方差矩阵作为输出，准备 $(k+1)$ 时刻的状态估计。其中状态变量 $\mathbf{x}_k = [\text{SOC } U_1 \ U_2]^T$ ；系统的输入 $\mathbf{u}_k = I_k$ ，表示电池的电流；系统的输出 $\mathbf{y}_k = U_{d,k}$ ，表示电池的端电压。 $\mathbf{A}_k$ 、 $\mathbf{B}_k$ 、 $\mathbf{C}_k$ 的定义如下：

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_1 C_1}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_2 C_2}\right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \frac{\eta \Delta t}{Q} \\ R_1 \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_1 C_1}\right)\right) \\ R_2 \left(1 - \exp\left(\frac{-\Delta t}{R_2 C_2}\right)\right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \frac{dU_{ocv}}{d\text{SOC}} & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

### 2.2 SOC 估计精度验证

#### 2.2.1 恒温条件下 SOC 估计精度验证

在 DST 和 FUDS 工况下分别对采用 EKF 算法和 H 无穷滤波算法的 SOC 估计方法进行精度验证。结果如图 11 和 12 所示。

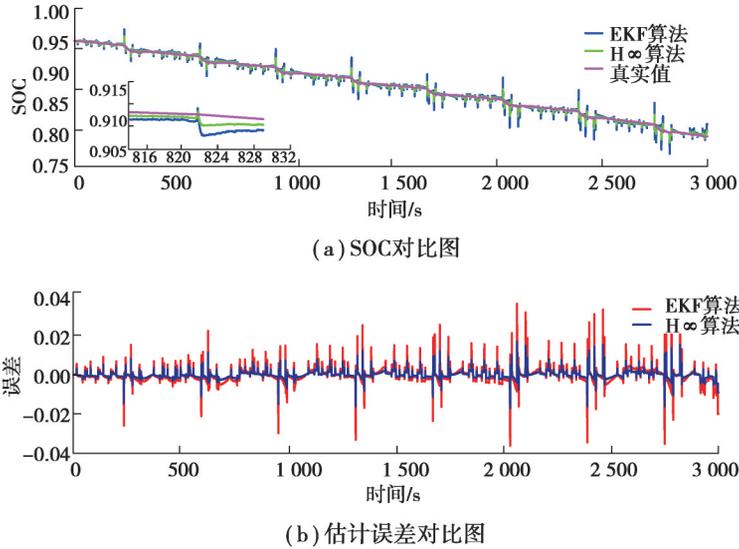


图 11 DST 工况下 SOC 仿真与试验结果

Fig. 11 SOC simulation and test results under DST condition

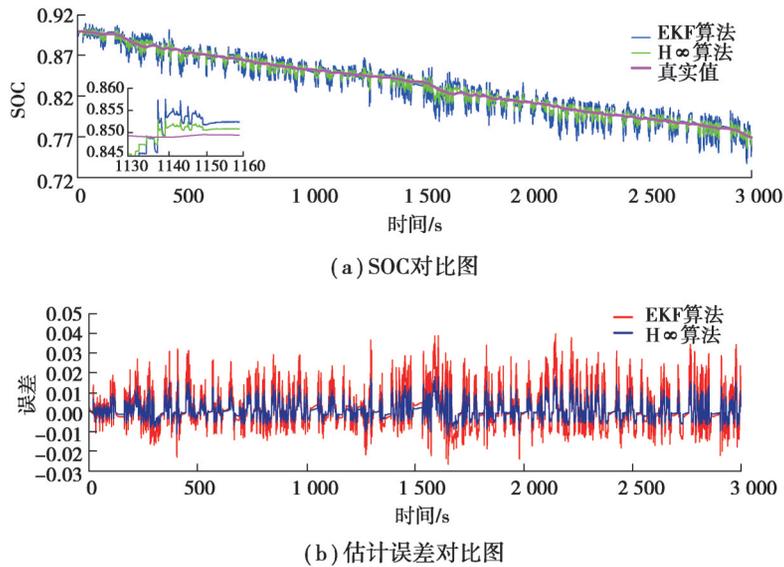


图 12 FUDS 工况下 SOC 仿真与试验结果

Fig. 12 SOC simulation and test results under FUDS condition

在 DST 和 FUDS 工况下,2 种滤波算法的 SOC 估计误差如表 4 所示,H 无穷滤波算法在 2 种工况下的 SOC 估计误差都远远小于扩展卡尔曼滤波,说明了 H 无穷滤波在不同工况下都具有良好的适应性。

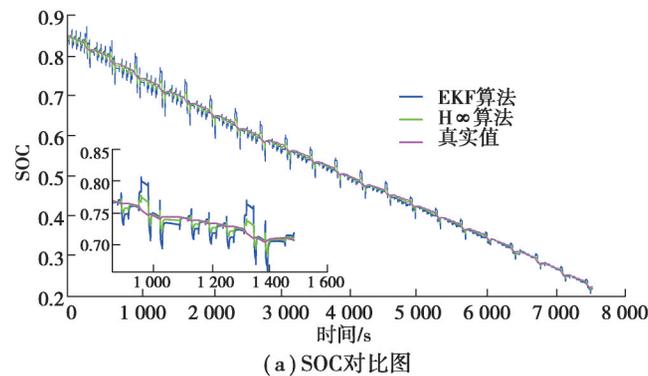
表4 DST和FUDS工况下两种滤波算法的SOC估计误差

Table 4 SOC estimation errors of two filtering algorithms under DST and FUDS conditions

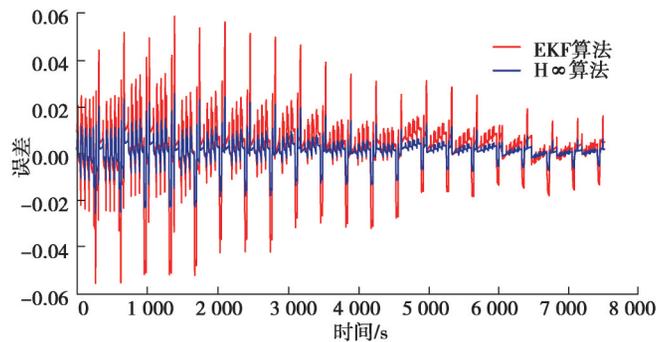
工况	SOC估计误差			
	扩展卡尔曼滤波		H无穷滤波	
	最大误差	均方根误差	最大误差	均方根误差
DST	0.038	0.011	0.019	0.006
FUDS	0.040	0.013	0.019	0.007

## 2.2.2 变温条件下SOC估计精度验证

在DST工况下进行变温条件下的SOC估计精度验证。结果如图13和表5所示。在环境温度较低的情况下,SOC估计误差较大。随着环境温度升高,SOC估计误差有所减小。相较于EKF算法,H无穷滤波算法将SOC估计的均方根误差减小了50%,充分证明了基于H无穷滤波算法的SOC估计方法具有更好的温度适应性。



(a) SOC对比图



(b) 估计误差对比图

图13 变温DST工况下SOC仿真与试验结果

Fig. 13 SOC simulation and test results under DST condition with variable temperatures

表5 变温DST工况两种滤波算法的SOC估计误差

Table 5 SOC estimation errors of two filtering algorithms under variable temperature DST condition

算法	SOC估计误差	
	最大误差	均方根误差
扩展卡尔曼滤波	0.060	0.018
H无穷滤波	-0.023	0.009

为了验证H无穷滤波算法对模型的鲁棒性,将温变条件下的电流试验数据导入到恒温双极化等效电路模型中,并在此基础上采用H无穷滤波算法和EKF算法进行SOC估计,仿真结果如图14和表6所示。当模

型精度较差时,H无穷滤波算法将SOC估计的均方根误差减少了57%,充分证明了H无穷滤波算法对模型精度要求更低,具有较强的鲁棒性。

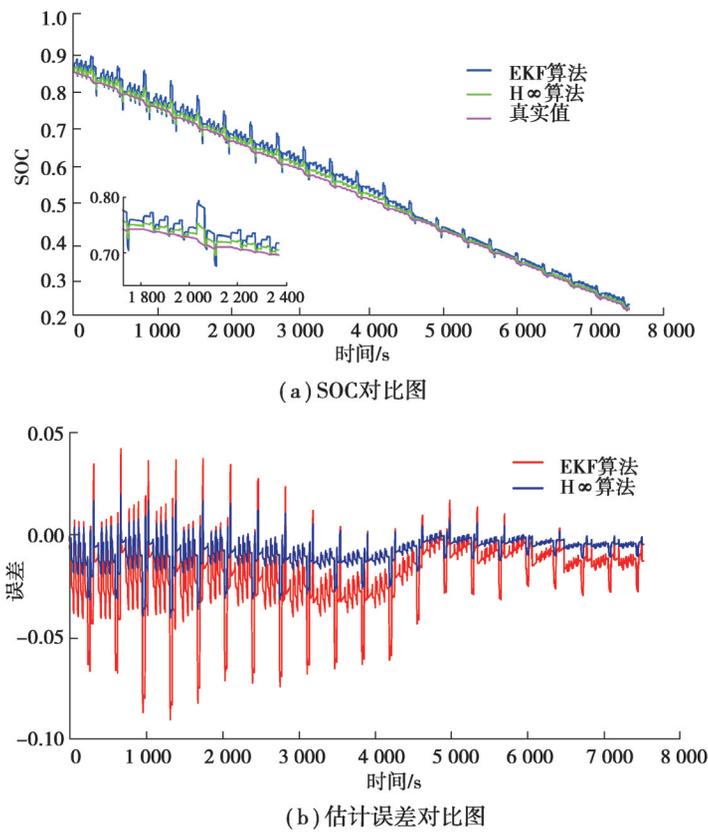


图 14 变温 DST 工况下基于恒温双极化模型的 SOC 仿真与验证结果

Fig. 14 SOC simulation and test results based on constant-temperature dual-polarization model under DST condition with variable temperatures

表 6 基于恒温双极化模型的两滤波算法的 SOC 估计误差

Table 6 SOC estimation errors of two filtering algorithms based on constant-temperature dual-polarization model

算法	SOC 估计误差	
	最大误差	均方根误差
扩展卡尔曼滤波	-0.092	0.028
H无穷滤波	-0.030	0.012

### 3 结束语

在不同环境温度下进行了锂离子电池的基本性能试验和动态工况试验,建立了考虑温变的双极化等效电路模型,与不考虑温变的恒温双极化模型相比平均绝对误差减小了39.58%。针对传统的扩展卡尔曼滤波算法必须假设噪声为白噪声的缺陷,使用H无穷滤波算法对不同工况和不同环境温度下的SOC进行估计。验证结果表明,相较于扩展卡尔曼滤波算法,采用H无穷滤波算法的SOC估计精度对工况和温度的鲁棒性更高,而且在电池模型存在误差的条件下,H无穷滤波算法也能将SOC估计的均方根误差减少57%。

## 参考文献

- [1] Hu X S, Li S B, Peng H E. A comparative study of equivalent circuit models for Li-ion batteries[J]. *Journal of Power Sources*, 2012, 198: 359-367.
- [2] Liaw B Y, Nagasubramanian G, Jungst R G, et al. Modeling of lithium ion cells—a simple equivalent-circuit model approach[J]. *Solid State Ionics*, 2004, 175(1/2/3/4): 835-839
- [3] Dubarry M, Vuillaume N, Liaw B Y. From single cell model to battery pack simulation for Li-ion batteries[J]. *Journal of Power Sources*, 2009, 186(2): 500-507.
- [4] Xiong R, Sun F C, He H W. Data-driven state-of-charge estimator for electric vehicles battery using robust extended Kalman filter[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2014, 15(1): 89-96.
- [5] Hu M H, Li Y X, Li S X, et al. Lithium-ion battery modeling and parameter identification based on fractional theory[J]. *Energy*, 2018, 165: 153-163.
- [6] Wang Y J, Zhang C B, Chen Z H. A method for state-of-charge estimation of LiFePO<sub>4</sub> batteries at dynamic currents and temperatures using particle filter[J]. *Journal of Power Sources*, 2015, 279: 306-311.
- [7] Xu Y D, Hu M H, Fu C Y, et al. State of charge estimation for lithium-ion batteries based on temperature-dependent second-order RC model[J]. *Electronics*, 2019, 8(9): 1012.
- [8] Aung H, Low K S. Temperature dependent state-of-charge estimation of lithium ion battery using dual spherical unscented Kalman filter[J]. *IET Power Electronics*, 2015, 8(10): 2026-2033.
- [9] Sun F C, Xiong R. A novel dual-scale cell state-of-charge estimation approach for series-connected battery pack used in electric vehicles[J]. *Journal of Power Sources*, 2015, 274: 582-594.
- [10] Hu X S, Sun F C, Zou Y. Comparison between two model-based algorithms for Li-ion battery SOC estimation in electric vehicles[J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2013, 34: 1-11.
- [11] Divakarla K P, Emadi A, Razavi S N. Journey mapping—a new approach for defining automotive drive cycles[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2016, 52(6): 5121-5129.
- [12] Hu X S, Yuan H, Zou C F, et al. Co-estimation of state of charge and state of health for lithium-ion batteries based on fractional-order calculus[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(11): 10319-10329.
- [13] Xu Y D, Hu M H, Zhou A J, et al. State of charge estimation for lithium-ion batteries based on adaptive dual Kalman filter[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, 77: 1255-1272.
- [14] Wang L M, Lu D, Liu Q, et al. State of charge estimation for LiFePO<sub>4</sub> battery via dual extended Kalman filter and charging voltage curve[J]. *Electrochimica Acta*, 2019, 296: 1009-1017.
- [15] Xu Z C, Wang J, Fan Q, et al. Improving the state of charge estimation of reused lithium-ion batteries by abating hysteresis using machine learning technique[J]. *Journal of Energy Storage*, 2020, 32: 101678.
- [16] Zhang Z Y, Jiang L, Zhang L Z, et al. State-of-charge estimation of lithium-ion battery pack by using an adaptive extended Kalman filter for electric vehicles[J]. *Journal of Energy Storage*, 2021, 37: 102457.
- [17] Lin C, Mu H, Xiong R, et al. Multi-model probabilities based state fusion estimation method of lithium-ion battery for electric vehicles: state-of-energy[J]. *Applied Energy*, 2017, 194: 560-568.
- [18] Lin X F, Perez H E, Mohan S, et al. A lumped-parameter electro-thermal model for cylindrical batteries[J]. *Journal of Power Sources*, 2014, 257: 1-11.
- [19] Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(2): 301-320.

(编辑 罗 敏)