

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2022.120

TPMS 点阵结构的密度梯度杂交优化设计

曾元辉, 赵 森, 张正文, 周海伦

(重庆大学机械与运载工程学院, 重庆 400044)

摘要:三周期极小曲面(triply periodic minimal surface, TPMS)点阵结构因其优异的综合性能受到中外学者的广泛关注。在点阵结构实际应用过程中,常常需要对其进行优化设计以兼顾轻量化与承载性能两方面的要求。目前,对 TPMS 点阵结构的优化设计主要集中于密度梯度层面,未综合考虑载荷方向对其力学性能的影响。为此,首先研究了 TPMS 点阵结构的各向异性特征。基于平均场均匀化方法求解了不同类型 TPMS 点阵结构的等效弹性矩阵,通过 Matlab 插值计算,绘制了其在三维空间范围内的杨氏模量图。发现不同类型的 TPMS 点阵结构呈现出不同的各向异性特征,其中 W 点阵结构在[100]等轴线方向上性能较强,在[111]等斜向对角方向上性能较弱,而 P 点阵结构则刚好相反。根据 TPMS 点阵结构的各向异性,同时考虑主应力方向以及相对密度分布对其性能的影响,提出了 TPMS 点阵结构的密度梯度杂交优化设计方法。以悬臂梁模型为基础,基于载荷边界条件对其进行拓扑优化设计,并将拓扑优化密度云映射为点阵结构的相对密度分布,从而实现密度梯度设计。根据 TPMS 点阵结构的各向异性特征以及单元主应力方向分别选择 W 和 P 点阵单胞填充悬臂梁,使主应力方向位于点阵结构性能较强的方向,避免点阵结构在性能薄弱的方向承受较大的应力。将不同类型的 TPMS 点阵单元合理分布后,利用激活函数将它们进行杂交连接,实现结构梯度设计。综合相对密度分布和单元结构分布,生成密度梯度杂交点阵结构。采用有限元仿真方法对比分析优化设计前后点阵结构的承载性能,结果表明密度梯度 W 和 P 点阵结构的刚度与对应的均质点阵结构相比都有明显提高,而由 W 和 P 两种点阵单胞组成的密度梯度杂交点阵结构刚度最大,比密度梯度 W 和 P 点阵结构分别提高 4.63% 和 33.63%。该结果表明在密度优化的基础上,根据承载时单元主应力方向将不同类型的点阵结构进行合理分布以及混合杂交设计能够进一步提高结构的整体刚度。建立的 TPMS 点阵结构密度梯度杂交优化方法为其在轻量化设计等方面的应用提供了一定的指导。

关键词:三周期极小曲面;点阵结构;密度梯度;杂交;各向异性

中图分类号:TH164

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2024)05-076-11

Optimization design for TPMS lattice structures combining density gradient with hybridization

ZENG Yuanhui, ZHAO Miao, ZHANG Zhengwen, ZHOU Hailun

(School of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: The triply periodic minimal surface (TPMS) lattice structures have attracted extensive attention from

收稿日期:2022-04-22 网络出版日期:2022-08-02

基金项目:重庆市自然科学基金重点项目资助(cstc2020jcyj-zdxmX0021)。

Supported by the Key Project of the Natural Science Foundation of Chongqing (cstc2020jcyj-zdxmX0021).

作者简介:曾元辉(1997—),男,硕士研究生,研究方向为金属增材制造和点阵结构,(E-mail)zengyh1@163.com。

通信作者:张正文,男,教授,博士生导师,(E-mail)zhangzw@cqu.edu.cn。

scholars worldwide. In practical applications, these lattice structures are typically designed optimally to meet the requirements of both lightweight and load-bearing capacity. However, current optimal designs for TPMS lattice structures are limited to density gradients, and the influence of loading directions on their mechanical properties has not been comprehensively considered. To address this gap, the anisotropic characteristics of TPMS lattice structures were investigated. Their equivalent elastic matrixes were calculated by using the homogenization method, and three-dimensional Young's modulus diagrams were generated with Matlab. The results showed distinct anisotropy characteristics for different types of TPMS lattice structures. For instance, the W structure exhibited higher strength in the axial direction [100] and weaker strength in the diagonal direction [111]; whereas the P structure showed the opposite trend. Subsequently, an optimization design method was proposed, combining density gradient with hybridization, considering both density distribution and principal stress directions. The optimization process involved topology optimization of a cantilever beam structure, and mapping the obtained density cloud to the relative density distribution of the lattice structure. Based on the anisotropic characteristics of TPMS lattice structures, W and P lattice cells were selected to fill the cantilever beam, aligning the principal stress directions with the strong mechanical properties of the lattice cells. After reasonable distribution of TPMS lattice cells of different types, they were smoothly connected by an activation function. Finally, the relative density and lattice cell type distributions were combined to obtain a density-graded hybrid lattice structure. The load-bearing performances of lattice structures before and after optimization designs were compared through finite element analysis. The results showed that the stiffness of density gradient W and P lattice structures was significantly improved compared with uniform structures. Moreover, the stiffness of the graded hybrid lattice structure was the highest, surpassing the density gradient W and P lattice structures by 4.63% and 33.63%, respectively. This demonstrates that hybridization design, achieved through a reasonable distribution of different lattice cells according to principal stress directions, can further improve overall stiffness. The established optimization method, combining density gradient with hybridization for TPMS lattice structures, provides a guidance for their application in lightweight designs.

Keywords: triply periodic minimal surface; lattice structure; density gradient; hybridization; anisotropic characteristic

在航空航天、汽车船舶等领域,装备或结构的轻量化是设计者们需要考虑的重要目标之一^[1]。而具有周期孔隙形态的多孔点阵结构拥有轻质高强的特性,是应用于轻量化设计的理想结构^[2]。目前,研究较多的点阵结构可分为两类^[3]。一类是基于CAD方法设计的桁架式点阵结构,如体心立方^[4]、面心立方^[5]结构等;另一类是基于三周期极小曲面(triply periodic minimal surface, TPMS)设计的点阵结构,即TPMS点阵结构。与传统桁架式点阵结构相比,TPMS点阵结构的力学性能更加优异,更便于进行功能梯度设计且具有自支撑性^[6],应用前景十分广阔,近年来受到了大量中外学者的关注和研究。

在工程实际应用过程中,均质点阵结构往往难以满足结构和功能需求。因此,常需要对点阵结构进行相应的梯度优化设计。张明康^[7]根据结构承载时的应力云调整TPMS点阵结构相对密度分布,进行变密度设计,使材料更多地分配在应力集中区域,从而大幅增强了结构的抗弯能力。Panesar等^[8]根据载荷边界条件对悬臂梁结构进行了拓扑优化设计,并将拓扑优化密度云映射为TPMS点阵结构的相对密度分布,进行密度梯度设计,从而优化了点阵结构的承载刚度。Alkebsi等^[9]也对TPMS点阵结构展开了类似的优化设计研究。然而,这些研究均只在密度分布层面对TPMS点阵结构展开优化设计,没有关注载荷方向对其力学性能的影响。

点阵结构具有孔隙特征,在空间范围内的材料分布并不均匀,从而在不同方向上的性能存在差异,呈现出一定的各向异性^[10-12],故在设计及应用过程中有必要关注载荷方向对其性能的影响。目前,学者们对

TPMS点阵结构各向异性的关注也较少。因此,笔者将首先对TPMS点阵结构的各向异性行为展开研究,并在此基础上,综合考虑相对密度变化以及载荷方向对其力学性能的影响,建立TPMS点阵结构的密度梯度杂交优化方法,为TPMS点阵结构的应用提供设计层面的理论参考。

1 TPMS点阵结构设计方法

1.1 TPMS点阵结构设计

常见的TPMS曲面^[13]有 Schoen gyroid(简称G)、Schwarz diamond(D)、Schwarz primitive(P)以及 Schoen I-WP(W),其中W和P曲面的函数表达式如下:

$$\phi_w(x,y,z) = \cos(2kx) + \cos(2ky) + \cos(2kz) - 1.95(\cos(kx)\cos(ky) + \cos(ky)\cos(kz) + \cos(kz)\cos(kx)) = d, \quad (1)$$

$$\phi_p(x,y,z) = \cos(kx) + \cos(ky) + \cos(kz) + 0.51(\cos(kx)\cos(ky) + \cos(ky)\cos(kz) + \cos(kz)\cos(kx)) = d. \quad (2)$$

式中:参数 d 可控制曲面的偏置,参数 k 可控制曲面周期的长度,曲面一个周期的长度为 $2\pi/k$ 。

如图1所示,TPMS曲面是点阵结构实体与孔隙之间的边界面,2个边界面的中间区域 $-d \leq \phi(x,y,z) \leq d$ 为点阵结构的实体部分。W和P点阵结构的函数表达式分别为

$$f_w(x,y,z) = \phi_w^2(x,y,z) - d^2 \leq 0, \quad (3)$$

$$f_p(x,y,z) = \phi_p^2(x,y,z) - d^2 \leq 0. \quad (4)$$

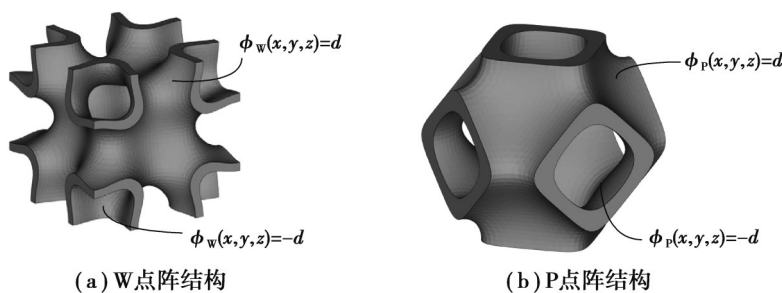


图1 点阵结构

Fig. 1 Lattice structures

在设计过程中,通过改变TPMS曲面隐函数表达式中参数 k 和 d 的值,调整曲面的周期长度和边界面相对位置,即可改变点阵结构的单胞尺寸和相对密度。W和P点阵结构的相对密度 ρ 与参数 d 值的关系如图2所示。

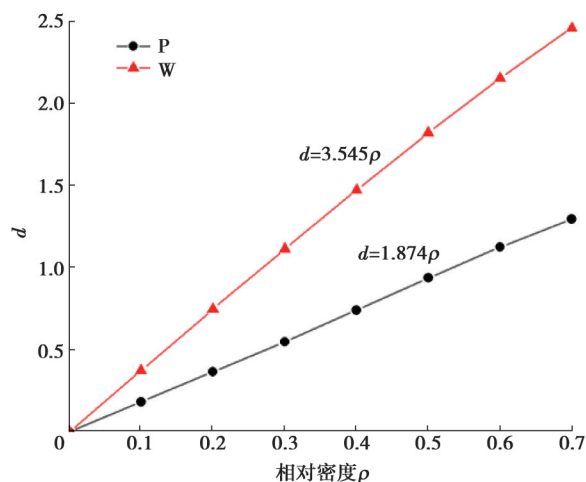


图2 W和P点阵结构的相对密度 ρ 与参数 d 的关系

Fig. 2 Relationship between relative density ρ and parameter d for W and P lattice structures

1.2 TPMS点阵结构的杂交设计

两种点阵结构的杂交设计是将两种不同类型的点阵结构平滑过渡连接,也称为结构梯度设计,可通过以下函数来实现^[14]:

$$\alpha(x,y,z) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda f(x,y,z)}} \quad (5)$$

式中: $\alpha(x,y,z)$ 属于一种激活函数,它的函数曲线如图3所示,其值域为(0,1); $f(x,y,z)=0$ 代表2种不同结构过渡连接的位置; λ 值反映过渡的急剧程度, λ 值越小说明过渡越平缓, λ 值越大则说明过渡越急剧,本研究中通过对比发现 λ 值取3较为合适。基于该函数,通过等式(6)将W和P点阵结构进行杂交,其中 $\phi_{hyb}(x,y,z)$ 表示杂交结构,在 $\alpha(x,y,z)$ 的值从0向1转变时,可实现整个表达式从 $\phi_w(x,y,z)$ 到 $\phi_p(x,y,z)$ 的转变,从而完成2种结构的平滑过渡。

$$\phi_{hyb}(x,y,z) = \alpha(x,y,z)\phi_w(x,y,z) + (1 - \alpha(x,y,z))\phi_p(x,y,z) \quad (6)$$

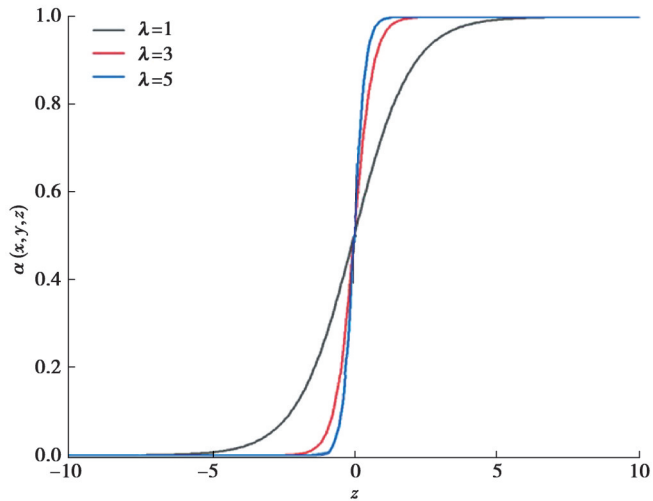


图3 λ 取不同值时函数 $\alpha(x,y,z)$ 的曲线图

Fig. 3 Curves of $\alpha(x,y,z)$ function with different values of parameter λ

2 TPMS点阵结构的各向异性分析

Weissmann等^[11]和Choy等^[12]将点阵结构进行了不同角度的旋转变换,并通过实验测试了它们在各方向上的力学性能。然而,他们的方法只能求得点阵结构在少数不同方向上的性能差异,具有一定局限性。为得到点阵结构在整个平面或空间连续范围内的各向异性,朱健峰^[15]和Lu等^[16]基于平均场均匀化方法求解了点阵结构的等效弹性矩阵,并利用Matlab进行插值计算后绘制了点阵结构在平面和空间范围内的杨氏模量图,从而可直观地了解其各向异性。在空间直角坐标系中,点阵结构应力分量与应变分量的关系为

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

式中: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别为 x, y, z 方向的正应力; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 分别为 x, y, z 方向的正应变; $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 分别为 xy 平面、 yz 平面和 zx 平面内的切应力; $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ 分别为 xy 平面、 yz 平面和 zx 平面内的切应变; \mathbf{C} 为点阵结构的弹性矩阵,是一个 6×6 的对称矩阵,即 $C_{ij} = C_{ji}$,包含21个未知参数。由于点阵结构是一种正交各向异性材料,独立未知参数可进一步减少至9个,即

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & & & \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由图1可知,W和P结构均是立方对称性结构,在 x, y, z 三个方向上具有相同的形状特征,所以该结构在 x, y, z 三个方向上的杨氏模量以及 xy, yz, zx 三个平面内的剪切模量分别相等,从而 $C_{11} = C_{22} = C_{33}, C_{21} = C_{31} = C_{32}, C_{44} = C_{55} = C_{66}$,最终弹性矩阵 \mathbf{C} 剩3个独立参数。

为求得 C_{11}, C_{21}, C_{44} 这3个独立参数的值,可分别在2种不同的载荷状态下,对点阵结构进行2次有限元仿

真计算。首先令 $\boldsymbol{\varepsilon} = [0.1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 使 x 方向的应变分量为 0.1, 其他方向的应变分量保持为 0, 进行仿真分析后导出正应力 σ_x 和 σ_y 的值, 代入式 (7) 中, 即可求得 C_{11} 和 C_{21} 的值。同样地, 令 $\boldsymbol{\varepsilon} = [0 \ 0 \ 0 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$ 进行仿真分析, 导出切应力 τ_{xy} 的值, 可求得 C_{44} 的值。通过该方法求得相对密度为 40% 的 W 和 P 点阵结构的弹性矩阵独立参数值如表 1 所示。

表 1 W 和 P 点阵结构的弹性矩阵参数值

点阵结构	C_{11}	C_{21}	C_{44}
W	31.184	9.215	7.884
P	27.284	12.998	10.101

点阵结构的各向异性可通过 $\alpha_r = 2C_{44}/(C_{11} - C_{21})$ 的值来评估^[16], 若 α_r 趋近于 1, 则说明点阵结构在各方向上的力学性能差异较小, 接近各向同性; 反之若 α_r 的值偏离 1 较大, 则说明点阵结构呈现出明显的各向异性。根据表 1 中的数据, 计算得到 W 和 P 结构的 α_r 值分别为 0.718 和 1.414, 这说明 W 和 P 结构均表现出一定的各向异性。基于 W 和 P 结构的弹性矩阵, 利用 Matlab 进行插值计算, 绘制它们在 xy 平面内的二维杨氏模量图以及空间三维杨氏模量图 (图 4)。

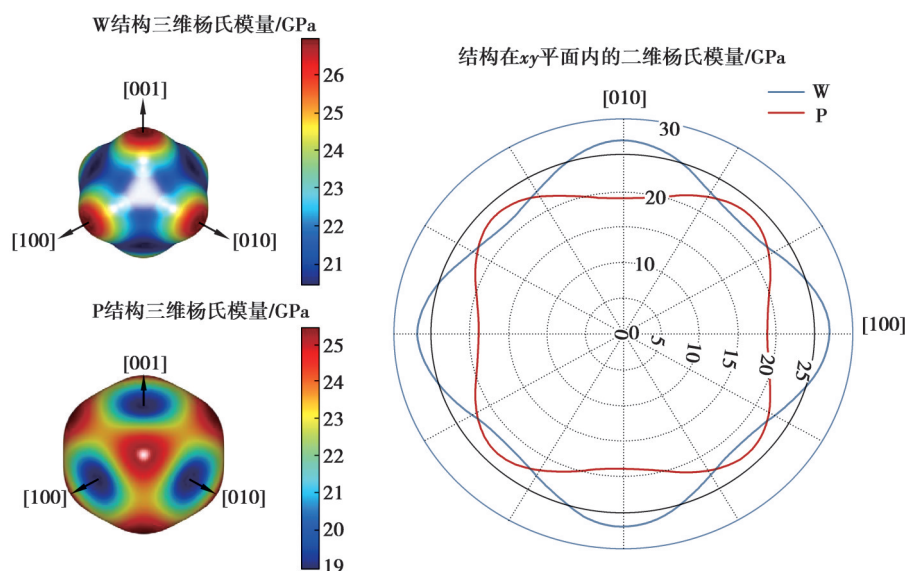


图 4 W 和 P 点阵结构的三维杨氏模量图及其在 xy 平面内的二维杨氏模量图

Fig. 4 Three dimensional Young's modulus diagrams and xy plane 2D Young's modulus diagrams of W and P lattice structures

由图 4 可知, W 结构和 P 结构展现出不同的各向异性特征。W 结构在 $[100]$ 等轴线方向上的性能最强, 而 P 结构则是在 $[111]$ 等斜向对角方向上性能最强。在 xy 平面内, W 和 P 结构的力学性能呈现 90° 周期变化。在 $[0^\circ, 90^\circ]$ 范围内, W 结构在 $[0^\circ, 30^\circ) \cup (60^\circ, 90^\circ]$ 方向上性能强于 P 结构, 而 P 结构在 $(30^\circ, 60^\circ)$ 方向上性能强于 W 结构。

3 TPMS 点阵结构的刚度优化设计

点阵结构是一种各向异性结构, 其在空间范围内各个方向上的力学性能存在较大差异。在受载过程中, 点阵结构性能薄弱的方向容易发生破坏失效从而影响整体结构的承载能力。因此, 为提升点阵结构的承载性能, 在密度优化的基础上, 还应充分考虑其各向异性行为。由第 2 节的分析可知, W 结构和 P 结构具有互补的各向异性特征, 故在设计过程中, 可根据主应力方向将这 2 种点阵结构进行杂交组合, 从而减小单一类型点阵结构各向异性造成的影响。

本节将以悬臂梁模型为基础进行点阵填充以及刚度优化设计。设计思路如下: 首先对悬臂梁结构进行

拓扑优化设计,得到优化后的密度分布云图,并将其映射为点阵结构的相对密度分布;求解悬臂梁模型每个单元的主应力方向,根据主应力方向的变化分别选择 W 和 P 结构填充悬臂梁模型,并将它们进行过渡连接。通过密度优化分配和 2 种点阵结构的杂交组合,最后设计得到密度梯度和结构梯度的复合型梯度点阵结构,以优化整体结构的承载性能。

3.1 悬臂梁模型分析

悬臂梁模型如图 5 所示,其总体尺寸为 52 mm×24 mm×4 mm,左端面固定,右端面受到方向竖直向下、大小为 5 kN 的力的作用。

在 Abaqus 软件中构建悬臂梁模型,将其划分为单元尺寸 4 mm 的六面体网格,并施加边界及载荷条件,建立有限元模型如图 6(a)所示,图中 RP-1 为施加荷载的参考点;对悬臂梁模型进行仿真分析,得到其 Von Mises 应力分布云图(图 6(b)),由图可知,悬臂梁结构左上角和左下角区域的应力最大。

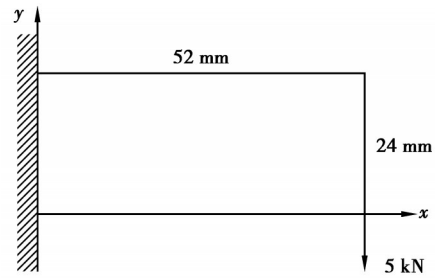
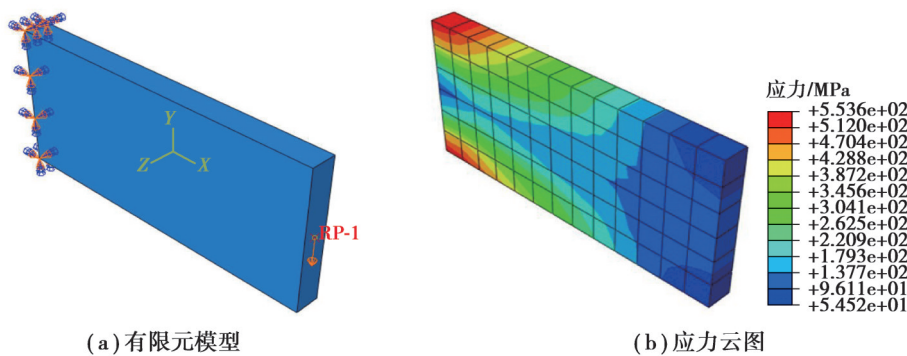


图 5 悬臂梁模型

Fig. 5 Cantilever beam model



(a)有限元模型

(b)应力云图

图 6 悬臂梁有限元模型和应力云图

Fig. 6 Finite element model and stress nephogram of the cantilever beam

3.2 密度梯度设计

根据静力分析结果对悬臂梁结构进行拓扑优化设计。拓扑优化算法设置为固体各向同性材料惩罚 (solid isotropic material with penalization, SIMP)^[17]法,该算法惩罚中间密度,使单元的相对密度分别向 0 和 1 靠近,避免出现难以加工成形的中间密度结构。但这会造成原有结构的部分缺失,为保持其完整性,需寻找一种材料来代替这种中间密度结构。点阵结构恰好具有类似于中间密度结构的属性,因为点阵结构具有可调控的孔隙率,其相对密度值能在 0~1 之间连续变化。因此,通过 SIMP 算法进行优化求解以后,可将悬臂梁单元的相对密度对应于点阵结构的相对密度。设置优化后悬臂梁的体积为初始体积的 40%,悬臂梁单元的相对密度最小值 $\rho_{\min}=0.25$,最大值 $\rho_{\max}=0.55$,惩罚因子为 3,目标函数为最小应变能。优化算法如下:

$$\begin{aligned} \min: & f(\rho, U) = U^T K(\rho) U; \\ \text{Subject: } & K(\rho) U = F, \\ & V^* = \sum_{i=1}^n v_i \rho_i, \\ & 0 \leq \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max} \leq 1. \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $f(\rho, U)$ 代表应变能; $K(\rho)$ 为整体刚度矩阵; U 为位移; F 为外作用力; V^* 为优化后的总体积; v_i 为单元 i 的体积; ρ_i 为单元 i 的相对密度; n 为单元总数量。第 1 个约束为力平衡方程;第 2 个约束为体积约束;第 3 个约束为单元相对密度约束,每个单元的相对密度介于 ρ_{\min} 和 ρ_{\max} 之间。基于以上条件对悬臂梁结构优化后得到的结果如图 7 所示。由图可知,经拓扑优化后,悬臂梁结构的材料更多地分布在应力较高的区域。图 7 中拓扑优化后悬臂梁的最大应力与图 6 中悬臂梁的最大应力相比略有上升,这是因为优化算法削减了悬臂梁的材料,

其总质量仅为初始时的40%,故承载效果不如初始结构。

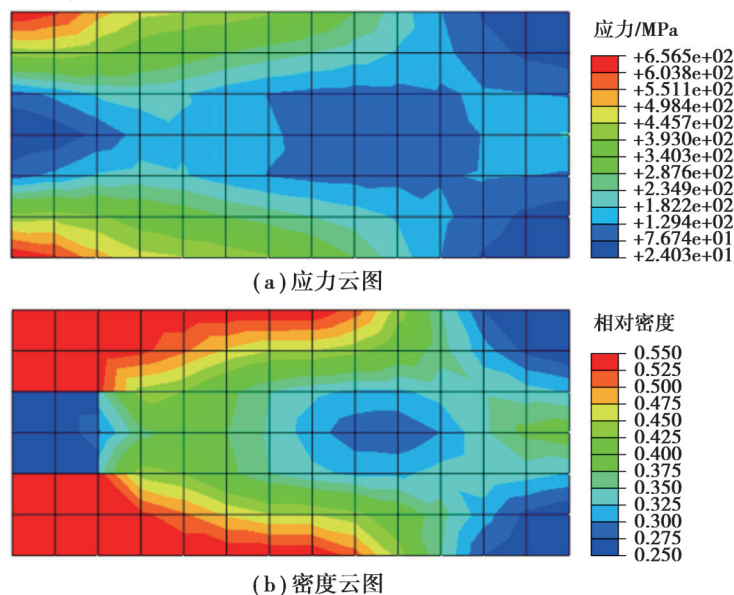


图7 拓扑优化后悬臂梁的应力云图和密度云图

Fig. 7 Stress nephogram and density contour of the topology optimized cantilever beam

根据悬臂梁的密度云图,将悬臂梁模型每个单元的相对密度映射为点阵单胞的相对密度。首先,从Abaqus中导出悬臂梁模型每个节点的相对密度值,然后进行线性插值计算求出悬臂梁模型在其整个设计范围内的相对密度函数 $\rho(x,y,z)$,并将该函数设为TPMS点阵结构的相对密度函数。由1.1节可知,W和P结构的相对密度与参数 d 的关系分别为 $d=3.545\rho$ 和 $d=1.874\rho$ 。根据 d 与 ρ 之间的函数关系,可求得 d 。最后,将 $d(x,y,z)$ 代入W和P结构的隐函数表达式中,生成密度梯度W(Graded-W)和密度梯度P(Graded-P)点阵结构如图8所示。

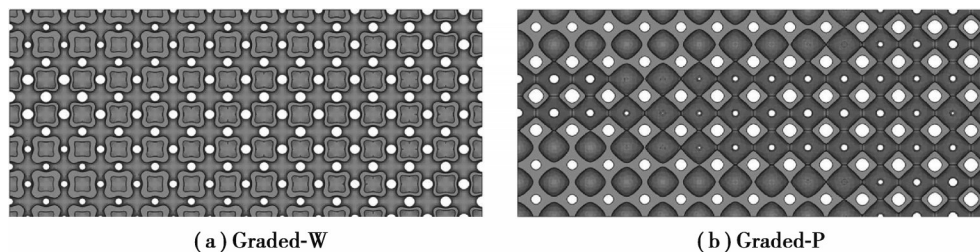


图8 密度梯度点阵结构

Fig. 8 Graded lattice structures

图中,Graded-W和Graded-P结构均由 13×6 个点阵单胞组成,每个单胞的相对密度分别对应于图中悬臂梁模型每个单元的相对密度,并且结构的整体相对密度为40%,与拓扑优化设定的条件一致。

3.3 混合杂交设计

上述设计过程只是基于拓扑优化密度云对点阵结构的相对密度进行了优化分配,未考虑点阵结构的各向异性行为对其承载能力的影响。由于悬臂梁处于平面应力状态,因此,需要考虑点阵结构在平面内的各向异性。由第2节可知,在平面范围内,W结构在 $[0^\circ, 30^\circ] \cup (60^\circ, 90^\circ]$ 方向上的力学性能较强,在 $[30^\circ, 60^\circ]$ 方向上性能较弱,而P结构则刚好相反。因此,在悬臂梁承载模型中,若某单元的主应力方向位于 $[30^\circ, 60^\circ]$ 时,则该单元中填充P结构更合适,而当主应力方向在 $[0^\circ, 30^\circ]$ 或 $(60^\circ, 90^\circ]$ 时,选择W结构更理想。

为求得悬臂梁单元的主应力,先从有限元分析结果中导出每个单元体的正应力 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 和切应力 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} ,在该平面应力状态下, σ_y 、 σ_z 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 的值均为0,从而主应力方向 α 可由公式(10)计算得出:

$$\tan 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (10)$$

依次求解每一个单元体的主应力,并将主应力方向 α 位于 $[0, 30^\circ]$ 或 $(60^\circ, 90^\circ]$ 的单元体标记为W,位于

[30°,60°]的单元体标记为P,得到W和P结构的分布情况如图9所示。

W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	P
W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	P	P
W	W	W	W	P	P	P	P	P	P	P	P	P
W	W	W	W	P	P	P	P	P	P	P	P	P
W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	P	P
W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	P

图9 W和P结构的分布图

Fig. 9 Distribution of W and P lattice cells

基于主应力方向将W和P结构进行合理分布后,利用1.2节中的方法将2种结构杂交连接,从而组成整体悬臂梁结构。图中W和P结构的杂交分为2个阶段完成,分别为x方向的杂交和y方向的杂交。该结构一共有6层,首先利用S形函数对每一层中的W和P结构进行杂交连接,随后将每一层当作一个整体,再利用S形函数将各相邻层连接,从而完成整体结构设计。从下往上,将每一层依次设为 $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ 。 r_1, r_2 和 r_3 的表达式分别为

$$r_1 = \frac{f_w}{1 + e^{(3x-138)}} + f_p \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3x-138)}} \right], \tag{11}$$

$$r_2 = \frac{f_w}{1 + e^{(3x-126)}} + f_p \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3x-126)}} \right], \tag{12}$$

$$r_3 = \frac{f_w}{1 + e^{(3x-54)}} + f_p \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3x-54)}} \right]. \tag{13}$$

第6、5、4层分别与第1、2、3层结构相同,于是,

$$r_4 = r_3, r_5 = r_2, r_6 = r_1. \tag{14}$$

最后,将 $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ 在y方向上进行过渡连接,即可得到杂交点阵结构,其函数表达式可表示为

$$f(x,y,z) = \frac{\frac{r_1}{1 + e^{(3y-6)}} + r_2 \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3y-6)}} \right]}{1 + e^{(3y-18)}} + \frac{r_3 \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3y-18)}} \right]}{1 + e^{(3y-54)}} + \frac{r_2 \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3y-54)}} \right]}{1 + e^{(3y-66)}} + r_1 \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(3y-66)}} \right]. \tag{15}$$

根据上述函数表达式,用Matlab生成由W结构和P结构组成的杂交点阵结构(W-P)如图10所示。

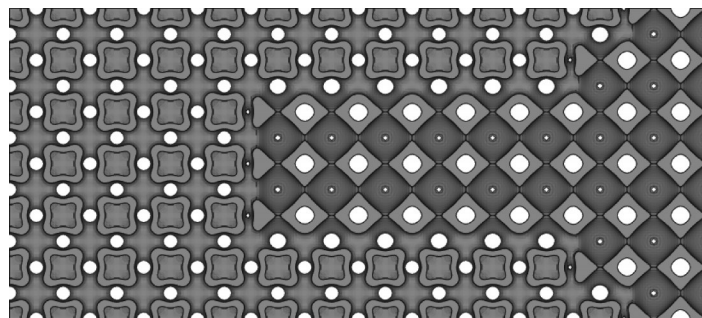


图10 W-P点阵结构

Fig. 10 The W-P lattice structure

最后,将拓扑优化密度云应用于该杂交结构中,进行密度梯度和结构梯度的复合型优化设计,得到密度梯度杂交点阵结构(Graded-W-P)如图11所示。

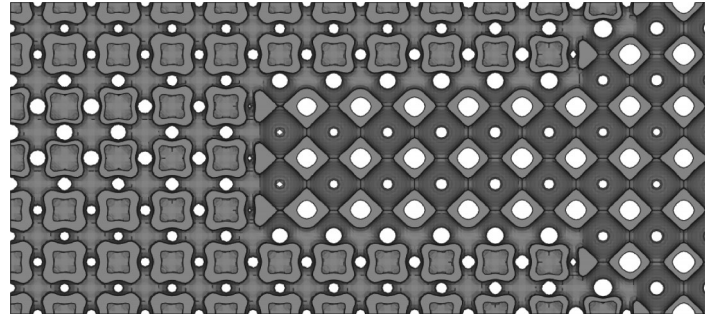


图11 Graded-W-P点阵结构

Fig. 11 The Graded-W-P lattice structure

4 有限元仿真分析

为验证优化设计方法的有效性,将优化前的相对密度同为40%的均匀点阵结构(Uniform-W, Uniform-P)和优化后的点阵结构 Graded-W, Graded-P, Graded-W-P 分别在相同的载荷条件下进行有限元仿真,并将它们进行对比分析。

将以上5种结构分别划分为单元类型C3D4的四面体网格,并施加与第3节中悬臂梁结构相同的载荷边界条件进行模拟仿真,得到点阵结构的应力和位移云图分别如图12和图13所示。

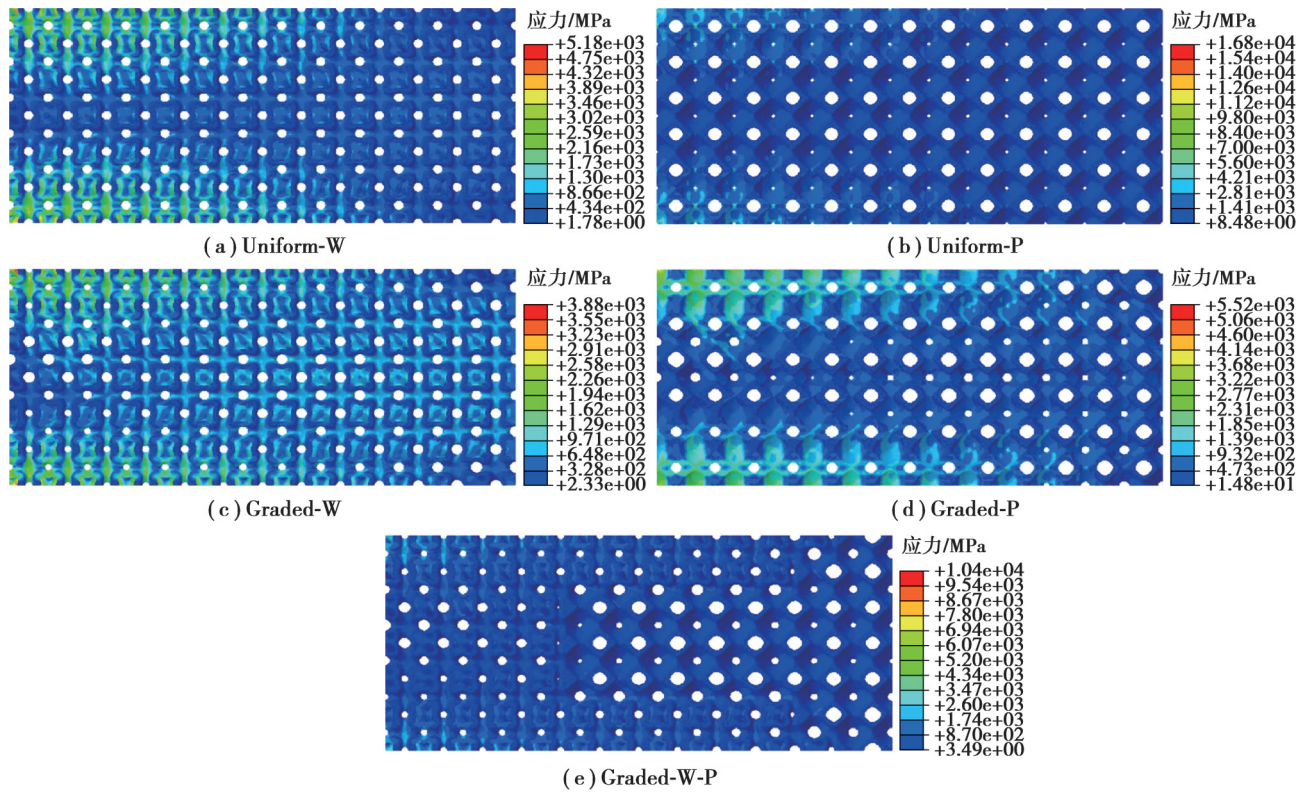


图12 点阵结构的仿真应力云图

Fig. 12 Stress nephograms of the lattice structures

由图12可知,通过密度梯度杂交设计后,点阵结构的应力集中区域减少,应力分布更加均匀。根据图13中的结果,得到5种点阵结构承受相同载荷时的最大变形位移和刚度值如表2所示。由表可知,基于拓扑优化密度云设计的 Graded-W 和 Graded-P 密度梯度点阵结构的最大变形位移与初始均匀点阵结构 Uniform-W 和 Uniform-P 相比均明显降低。进行杂交设计后, Graded-W-P 结构的变形位移进一步减小。根据结构的变形位移,求得其刚度值。Graded-P 结构的刚度比 Uniform-P 结构高 56.03%; Graded-W 结构的刚度比 Uniform-W 结构提高了 33.18%,说明用拓扑优化方法对悬臂梁的相对密度进行优化分配后能够明显改善结构的承载

性能。密度梯度杂交结构 Graded-W-P 的刚度值最高,比 Graded-W 和 Graded-P 结构的刚度分别提高 4.63% 和 33.63%,这表明点阵结构的各向异性会对其承载性能造成影响,根据承载时单元主应力方向将不同类型的点阵结构进行混合杂交设计后能够进一步提升整体结构的承载性能。

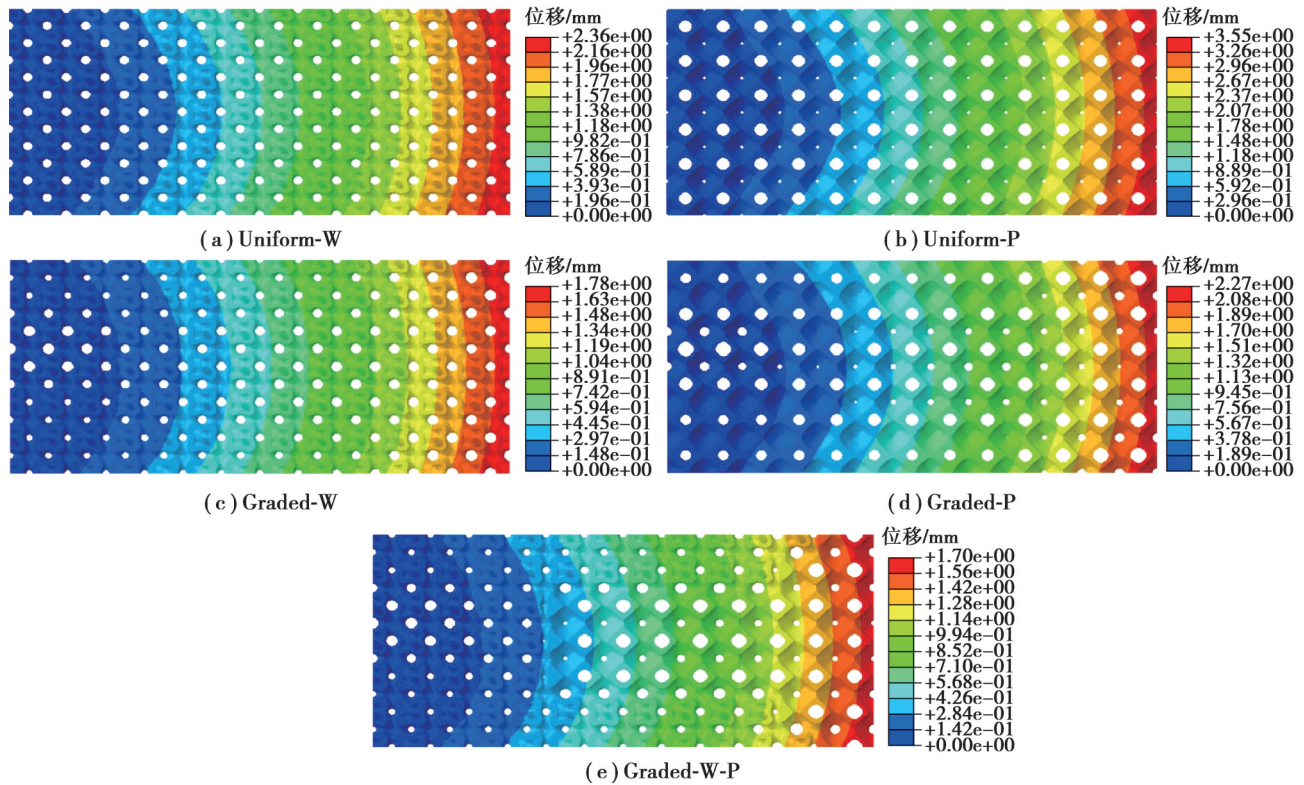


图 13 点阵结构的仿真位移云图

Fig. 13 Displacement nephograms of the lattice structures

表 2 5 种点阵结构的承载性能对比

Table 2 Mechanical properties of the five lattice structures

点阵结构	最大变形位移/mm	刚度/(N·mm ⁻¹)
Uniform-W	2.36	2.11
Uniform-P	3.55	1.41
Graded-W	1.78	2.81
Graded-P	2.27	2.20
Graded-W-P	1.70	2.94

5 结 论

分析了 TPMS 点阵结构的各向异性特征,并综合考虑密度变化和主应力方向,对 TPMS 点阵结构进行了密度梯度杂交优化设计,得到的主要结论如下。

1) TPMS 曲面可由隐函数调控,通过调整隐函数表达式中的参数 d 值,可改变 TPMS 点阵结构的相对密度分布情况,从而实现复杂形式的密度梯度设计。

2) W 和 P 结构均表现出明显的各向异性。在空间范围内,W 结构在 [100] 等轴线方向上的力学性能较强,在 [111] 等斜向对角方向上的性能较弱;P 结构则是在 [111] 等斜向对角方向上的力学性能更强,在 [100] 等轴线方向上的性能较差,与 W 结构刚好相反。将 W 和 P 结构的各向异性在平面范围内对比发现,W 结构在 [0°, 30°) ∪ (60°, 90°] 方向上性能强于 P 结构,而 P 结构在 (30°, 60°) 方向上的性能强于 W 结构。

3) 基于拓扑优化方法对点阵结构进行变密度优化设计能够明显提升结构的整体刚度。除了密度分布以外,点阵结构的各向异性也会影响其承载性能。在点阵结构设计过程中,应充分考虑其各向异性特征,尽量

避免主应力方向位于点阵结构性能薄弱的方向。因此,可基于主应力方向将不同类型的点阵结构进行混合杂交设计,使每个单元的主应力方向与点阵结构性能较强的方向一致,以优化结构的承载性能。

4)以悬臂梁承载模型为案例,在密度优化的基础上,根据主应力方向,将W和P结构进行合理分布和杂交连接。对优化后的结构进行有限元仿真,发现经过密度梯度杂交优化设计后,悬臂梁的刚度比仅由密度梯度W或P结构填充时的刚度分别提高了4.63%和33.63%。

参考文献

- [1] 王伟,袁雷,王晓巍.飞机增材制造制件的宏观结构轻量化分析[J].飞机设计,2015,35(3):24-28.
Wang W, Yuan L, Wang X W. Macro-structural lightweight analysis for aircraft parts made by additive manufacturing technology[J]. Aircraft Design, 2015, 35(3): 24-28. (in Chinese)
- [2] Jin X, Li G X, Liu E C, et al. Lightweight design for servo frame based on lattice material[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017, 207: 012035.
- [3] Maconachie T, Leary M, Lozanovski B, et al. SLM lattice structures: properties, performance, applications and challenges[J]. Materials & Design, 2019, 183: 108137.
- [4] Bai L, Gong C, Chen X H, et al. Mechanical properties and energy absorption capabilities of functionally graded lattice structures: experiments and simulations[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 182: 105735.
- [5] Al-Saedi D S J, Masood S H, Faizan-Ur-Rab M, et al. Mechanical properties and energy absorption capability of functionally graded F2BCC lattice fabricated by SLM[J]. Materials & Design, 2018, 144: 32-44.
- [6] 杨磊.增材制造三周期极小曲面点阵结构的力学性能研究[D].武汉:华中科技大学,2020.
Yang L. Research on mechanical properties of additive manufactured triply periodic minimal surface lattice structures[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020. (in Chinese)
- [7] 张明康.隐式曲面梯度多孔结构优化设计及激光选区熔化成形力学性能研究[D].广州:华南理工大学,2020.
Zhang M K. Optimal design and mechanical properties of implicit surface gradient porous structure manufactured by selective laser melting[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2020. (in Chinese)
- [8] Panesar A, Abdi M, Hickman D, et al. Strategies for functionally graded lattice structures derived using topology optimisation for additive manufacturing[J]. Additive Manufacturing, 2018, 19: 81-94.
- [9] Alkebsi E A A, Ameddah H, Outtas T, et al. Design of graded lattice structures in turbine blades using topology optimization[J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2021, 34(4): 370-384.
- [10] Xu S Q, Shen J H, Zhou S W, et al. Design of lattice structures with controlled anisotropy[J]. Materials & Design, 2016, 93: 443-447.
- [11] Weißmann V, Bader R, Hansmann H, et al. Influence of the structural orientation on the mechanical properties of selective laser melted Ti_6Al_4V open-porous scaffolds[J]. Materials & Design, 2016, 95: 188-197.
- [12] Choy S Y, Sun C N, Leong K F, et al. Compressive properties of Ti-6Al-4V lattice structures fabricated by selective laser melting: design, orientation and density[J]. Additive Manufacturing, 2017, 16: 213-224.
- [13] Khogalia E H, Choo H L, Yap W H. Performance of triply periodic minimal surface lattice structures under compressive loading for tissue engineering applications[J]. AIP Conference Proceedings, 2020, 2233(1): 020012.
- [14] Al-Ketan O, Lee D W, Rowshan R, et al. Functionally graded and multi-morphology sheet TPMS lattices: design, manufacturing, and mechanical properties[J]. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2020, 102: 103520.
- [15] 朱健峰.点阵结构机械性能分析与应用[D].南京:南京航空航天大学,2019.
Zhu J F. Mechanical performance analysis and application of lattice structures[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019. (in Chinese)
- [16] Lu Y T, Zhao W Y, Cui Z T, et al. The anisotropic elastic behavior of the widely-used triply-periodic minimal surface based scaffolds[J]. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2019, 99: 56-65.
- [17] Kim H W, Kim Y S, Lim J Y. Design of a double-optimized lattice structure using the solid isotropic material with penalization method and material extrusion additive manufacturing[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2020, 234(17): 3447-3458.

(编辑 罗敏)