

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2023.228

# 齿面成形方法对鼓形齿联轴器齿形及其接触性能影响机制

关亚彬<sup>1</sup>, 张梦涵<sup>1</sup>, 冯和生<sup>1</sup>, 陈继刚<sup>1</sup>, 刘超<sup>2</sup>

(1. 燕山大学机械工程学院, 河北秦皇岛 066099; 2. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

**摘要:** 鼓形齿轮齿面成形方法主要有 2 种: 成形方法 I 为滚刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成鼓形齿面, 成形方法 II 为滚刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成鼓形齿面。以上 2 种成形方法生成的齿形差异及影响机制尚不清楚。因此, 基于齿面加工仿真, 推导了 2 种成形方法的齿面模型。采用啮合原理和有限元, 建立了几何和承载接触分析模型。对比了 2 种成形方法的齿形、几何及承载接触特性。结果表明: 在位移圆半径相等时, 随着位移圆半径的增大, 成形方法 I 与 II 的齿形偏差逐渐减小, 最大偏差 251  $\mu\text{m}$ ; 成形方法 I 比 II 的齿间载荷分配更加不均匀, 最大载荷比最小载荷多 702.8%、451.2%; 在鼓形量相等下, 成形方法 II 的位移圆半径须大于 I, 两者差 200 mm, 成形方法 I 与 II 的齿间载荷分配接近。

**关键词:** 鼓形齿联轴器; 成形方法; 齿形分析; 几何接触; 承载接触

中图分类号: TH132

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2025)01-021-12

## Influence mechanism of tooth surface forming methods on the tooth profile and contact performance of crown gear coupling

GUAN Yabin<sup>1</sup>, ZHANG Menghan<sup>1</sup>, FENG Hesheng<sup>1</sup>, CHEN Jigang<sup>1</sup>, LIU Chao<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066099, P. R. China; 2. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, P. R. China)

**Abstract:** Crown gear couplings are primarily manufactured using two tooth surface forming methods. In Forming Method I, the hob centre makes circular motion around the displacement circle center, while in Forming Method II, the gear shaper centre follows the same motion. However, the differences in tooth profiles and the mechanisms influencing their contact performance between these two methods remain unclear. To address this, simulations of the tooth surface machining processes for both forming methods were conducted, and the resulting hub tooth surfaces were modeled. Geometric tooth contact analysis and loaded tooth contact analysis models were established using meshing theory and the finite element method. Comparative analyses of tooth profiles, unloaded, and loaded contact characteristics were performed. Results show that, under identical displacement circle radii, the tooth profile deviations between the two forming methods gradually decreases as the radius increases, with a maximum deviation of 251  $\mu\text{m}$ . Moreover, load sharing among teeth is notably less uniform in Forming Method I

收稿日期: 2023-06-13 网络出版日期: 2023-12-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52205070, 52005402)。

Supported by National Natural Science Foundation of China(52205070, 52005402).

作者简介: 关亚彬(1989—), 男, 博士, 主要从事高性能鼓形齿联轴器传动设计, (E-mail)guanyabinpu@163.com。

通信作者: 陈继刚, 男, 教授, 博士生导师, (E-mail) 24000082@qq.com。

than in Forming Method II, with maximum loads exceeding minimum loads by 702.8% and 451.2%, respectively. For equal crowning amounts, Forming Method II requires a larger displacement circle radius than Method I, with a difference of 200 mm. Despite this, the load-sharing performance of both methods becomes comparable under these conditions.

**Keywords:** crown gear coupling; tooth surface forming methods; tooth profile comparison; geometric tooth contact analysis; loaded tooth contact analysis

齿轮传动是制造业中多个领域的关键零部件,鼓形齿联轴器是齿轮传动不可或缺的重要组成部分。鼓形齿联轴器由一个内齿圈和一个具有相同齿数的鼓形齿轮组成,能补偿轴间角向不对中,传递扭矩大,传动性能好,在船舶<sup>[1]</sup>、交通<sup>[2]</sup>、轧钢<sup>[3]</sup>、风电<sup>[4]</sup>等领域应用广泛。

鼓形齿轮齿形为齿顶球面、齿面齿向鼓形,其齿形直接影响鼓形齿联轴器的接触性能。目前,主要有2种成形方法:方法I为滚刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成齿面,方法II为插齿刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成齿面<sup>[5]</sup>。基于方法I,大量学者对齿面接触分析进行了研究。Alfares等<sup>[6]</sup>和魏家麒等<sup>[7]</sup>采用齿面离散网格法,研究了模数、压力角及鼓形量对间隙的影响,结果表明增大模数和压力角会增大转动过程中的最小间隙,合适的鼓形量有助于改善间隙分布。关亚彬等<sup>[8]</sup>基于接触理论,提出了一种快速精确的侧隙设计方法,并与齿面离散网格法进行了对比,验证了所提方法的精确性。陈春俊等<sup>[9]</sup>计算了高速动车鼓形齿联轴器的最小间隙,建立了运动状态与收缩电阻的关系,得出收缩电阻与力矩呈反比关系的结论。肖来元等<sup>[10-11]</sup>应用边界元对鼓形齿联轴器进行了多齿接触数值求解,得到了实际接触齿对数。Keum等<sup>[12]</sup>,Shinoda等<sup>[13-14]</sup>和Vondra等<sup>[15]</sup>采用有限元建立了轴交角下鼓形齿联轴器的有限元模型,研究了承载接触特性,最大接触应力将随着轴交角的增大出现在不同的轮齿上,接触位置从齿面的中心移动到边缘。Guo等<sup>[16]</sup>和Spura<sup>[17]</sup>分别提出了基于赫兹接触理论和Weber-Banaschek理论的鼓形齿联轴器接触解析模型,该模型可用于接触齿对数、轮齿载荷、刚度、应力、变形和安全系数的计算,与有限元方法进行了对比,验证了接触解析模型的准确性。基于方法II,Renzo等<sup>[18]</sup>和齿轮手册<sup>[19]</sup>讨论了鼓形齿联轴器在轴交角下的运动特性和承载能力,但未给出具体建模方法。从上述分析可知,目前研究主要是基于成形方法I进行接触分析,有关成形方法II的研究很少。此外,成形方法I与II在鼓形量相等和位移圆半径相等2种加工条件下,齿形均不相同,必然导致2种成形方法生成的齿形及接触性能的差异。然而,成形方法对成形差异及影响机制仍不清楚。

因此,基于2种成形方法,分别建立鼓形齿轮齿面模型,采用几何和承载接触分析方法,对比了2种成形方法在鼓形量相等和位移圆半径相等2种加工条件下的齿形、间隙、齿间载荷分配及齿面载荷分布。齿形是影响鼓形齿联轴器接触性能的主要因素,研究以上2种成形方法在鼓形量相等和位移圆半径相等下的接触特性,对进一步提升其性能具有重要意义。

## 1 鼓形齿轮齿面几何模型

### 1.1 成形方法I

成形方法I由滚刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成鼓形齿轮齿面,其齿形特点是所有包含位移圆圆心的任一截面廓形与中间截面廓形相同。图1为成形法I生成的鼓形齿轮齿面,其中图1(a)为求鼓形齿轮坐标系,以位移圆圆心 $O_1$ 为原点,建立坐标系 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ ,以鼓形齿轮中心点 $O_h$ 为原点,建立坐标系 $S_h(x_h, y_h, z_h)$ ,圆心 $O_1$ 到中心点 $O_h$ 之间的距离用 $e$ 表示, $r_a$ 为齿顶圆半径。

假定点 $M_{im}$ 为鼓形齿轮在中间截面廓形曲线 $r_h$ 上的任意一点,则点 $M_{im}$ 的坐标在坐标系 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 下可表示为

$$\mathbf{r}_1^{(M_{im})} = \mathbf{M}_{1h} \mathbf{r}_h, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{M}_{1h}$ 为坐标系 $S_h(x_h, y_h, z_h)$ 到坐标系 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 的坐标变换矩阵。

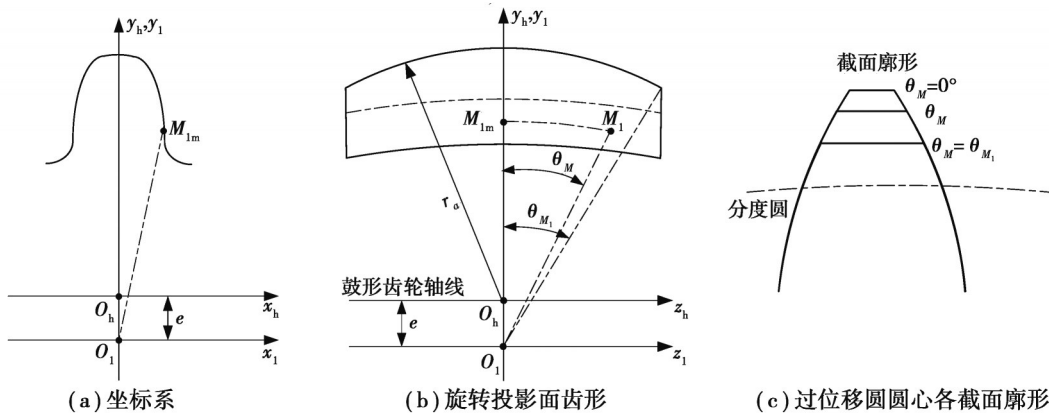


图 1 成形法 I 的鼓形齿轮齿面  
Fig. 1 Hub tooth surface generated by forming method I

鼓形齿轮齿面可通过绕位移圆圆心  $O_1$  旋转中间截面上任意一点  $M_{1m}$  与位移圆圆心  $O_1$  连线得到的点  $M_{1m}$  的轨迹获得。假定点  $M_1$  为以  $O_1$  为圆心,  $O_1M_{1m}$  为半径的圆弧上的任意一点, 则点  $M_1$  在坐标系  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  中的坐标可表示为

$$r_1^{(M_1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_M & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta_M & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} r_1^{(M_{1m})}, \quad (2)$$

式中,  $\theta_M$  为直线  $O_1M_{1m}$  与直线  $O_1M_1$  的夹角。

应用坐标变换, 将点  $M_1$  的坐标从坐标系  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  变换到坐标系  $S_h(x_h, y_h, z_h)$  中:

$$r_h^{(M_1)} = M_{h1} r_1^{(M_1)}, \quad (3)$$

式中,  $M_{h1}$  为坐标系  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  到坐标系  $S_h(x_h, y_h, z_h)$  的坐标变换矩阵。

### 1.2 成形方法 II

成形方法 II 由插齿刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成鼓形齿轮齿面, 其齿形特点是平行于端面的任一截面廓形为连续变位渐开线。图 2 为模型 II 鼓形齿轮齿面。

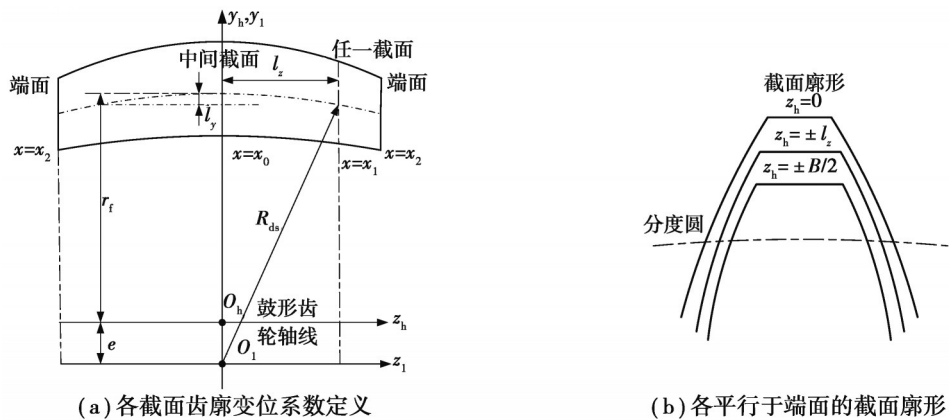


图 2 成形法 II 的鼓形齿轮齿面  
Fig. 2 Hub tooth surface generated by forming method II

定义点  $O_h$  和点  $O_1$  分别为鼓形齿轮中心点和位移圆圆心,  $r_f$  为分度圆半径,  $l_y$  为位移圆和中间截面的交点与位移圆和任一截面的交点沿轴线  $y_h$  方向的距离,  $l_z$  为任一截面与中间截面之间的偏置距离,  $x$  为任一截面齿廓变位系数。从图 2(b) 可以看出, 在  $z_h=0$  (鼓形齿中间截面) 处鼓形齿沿分度圆方向的齿厚最大,  $z_h=\pm B/2$  (鼓形齿齿宽端面) 处鼓形齿沿分度圆方向的齿厚最小。中间截面齿廓变位系数  $x=x_0$  为最大值, 齿宽端面齿廓变

位系数  $x=x_2$  为最小值。

位移圆半径  $R_{ds}$  可表示为

$$R_{ds} = r_f + e, \quad (4)$$

$l_y$  可表示为

$$l_y = R_{ds} - \sqrt{R_{ds}^2 - l_z^2}. \quad (5)$$

由于鼓形齿轮齿面是由其端面齿廓沿轴线  $z_h$  方向连续变位形成, 参数  $l_y$  与模数  $m$ 、变位系数  $x_1$ 、变位系数  $x_0$  之间的关系可表示为

$$l_y = m(x_0 - x_1). \quad (6)$$

联立公式(5)和公式(6), 可得任一截面的齿廓变位系数

$$x_1 = x_0 - \frac{R_{ds} - \sqrt{R_{ds}^2 - l_z^2}}{m}. \quad (7)$$

将公式(7)求得的任一截面的齿廓变位系数  $x_1$  替换中间截面廓形曲线  $r_h$  中的变位系数, 连续改变变位系数  $x_1$ , 使其从  $x_2$  增大为  $x_0$ , 便可表达出成形方法II的鼓形齿轮齿面模型。

## 2 鼓形齿联轴器几何及承载接触分析模型

### 2.1 几何接触分析模型

图3为鼓形齿联轴器啮合坐标系。坐标系  $S_h(x_h, y_h, z_h)$  和  $S_s(x_s, y_s, z_s)$  分别固联在鼓形齿与内齿圈上,  $S_f(x_f, y_f, z_f)$  为固定坐标系,  $S_{fi}(x_{fi}, y_{fi}, z_{fi})$  为辅助坐标系,  $S_\theta(x_\theta, y_\theta, z_\theta)$  为轴交角误差坐标系,  $\varphi_h$  与  $\varphi_s$  分别是鼓形齿轮与内齿圈的啮合转角,  $\theta$  为轴交角。

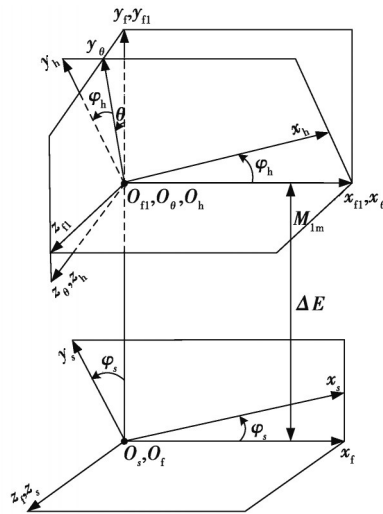


图3 鼓形齿联轴器啮合坐标系

Fig. 3 Meshing coordinate system of crown gear coupling

建立几何接触分析模型, 须将鼓形齿轮与内齿圈在各自坐标系的位置矢量转换到同一固定坐标系  $S_f(x_f, y_f, z_f)$  下, 进而在坐标系  $S_f(x_f, y_f, z_f)$  下表示出鼓形齿轮的位置矢量  $\mathbf{r}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d)$  和法向矢量  $\mathbf{n}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d)$ , 内齿圈的位置矢量  $\mathbf{r}_f^{(B)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s)$  和法向矢量  $\mathbf{n}_f^{(B)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s)$

$$\mathbf{r}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d) = \mathbf{M}_{f\theta} \mathbf{M}_{\theta h} \mathbf{r}_h^{(B)}(s, \theta_d), \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d) = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B)}}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B)}}{\partial \theta_d}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B)}}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B)}}{\partial \theta_d} \right|}, \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_d^{(B_1)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s) = \mathbf{M}_{\theta} \mathbf{M}_{\theta \Gamma} \mathbf{M}_{\Gamma S} \mathbf{r}_s^{(B_1)}(\varphi_{c1}, l_s), \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_f^{(B_1)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s) = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B_1)}}{\partial \varphi_{c1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B_1)}}{\partial l_s}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B_1)}}{\partial \varphi_{c1}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_f^{(B_1)}}{\partial l_s} \right|}, \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{M}_{\theta}$  为坐标系  $S_h(x_h, y_h, z_h)$  到  $S_\theta(x_\theta, y_\theta, z_\theta)$  的坐标变换矩阵;  $\mathbf{M}_{\theta \Gamma}$  为坐标系  $S_\theta(x_\theta, y_\theta, z_\theta)$  到坐标系  $S_\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma)$  的坐标变换矩阵;  $\mathbf{M}_{\Gamma S}$  为坐标系  $S_\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma)$  到坐标系  $S_s(x_s, y_s, z_s)$  的坐标变换矩阵;  $\mathbf{M}_{\theta \Gamma}$  为坐标系  $S_\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma)$  到  $S_\theta(x_\theta, y_\theta, z_\theta)$  的坐标变换矩阵;  $\Delta E=0$ 。

鼓形齿联轴器啮合时,鼓形齿轮与内齿圈处于连续切触状态,即任一时刻两齿面的位置矢量和法向矢量在啮合坐标系  $S_f(x_f, y_f, z_f)$  均重合,满足切触方程:

$$\mathbf{r}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d) = \mathbf{r}_f^{(B_1)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s), \quad (12)$$

$$\mathbf{n}_f^{(B)}(\varphi_h, s, \theta_d) = \mathbf{n}_f^{(B_1)}(\varphi_s, \varphi_{c1}, l_s). \quad (13)$$

联立式(12)和(13)可得鼓形齿轮啮合转角  $\varphi_h$  处的齿面接触点,然后以一定步长  $\Delta\varphi_h$  改变  $\varphi_h$ ,继续求解,直至转动 1 周,即可得到接触点轨迹。

## 2.2 承载接触分析模型

鼓形齿联轴器与一般齿轮传动<sup>[20-22]</sup>不同,在轴交角、负载扭矩下,所有齿可同时参与啮合,但所有啮合齿对的啮合状态均不相同。因此,必须建立鼓形齿联轴器的全齿有限元网格模型,研究所有啮合齿对的接触过程和应力状态的变化规律,才能反映其啮合性能,这一过程远比一般齿轮啮合分析更为复杂。

按照图 3 所示的啮合关系,应用空间坐标变换方法进行装配,装配后的有限元网格模型如图 4 所示。在对鼓形齿联轴器进行承载接触分析时,将内齿圈轮缘节点(红色区域)施加固定位移约束,而对鼓形齿轮的约束可通过刚性耦合六自由度点单元实现。在鼓形齿轮中心参考节点( $x=0, y=0, z=0$ )定义一个单节点六自由度的点单元,将鼓形齿轮轴孔面节点(黄色区域)与该点单元刚性耦合,保留其绕  $z$  轴的旋转自由度,其他方向的自由度全部约束,其中  $z$  轴与鼓形齿轮轴线相同。同时,在该点单元上施加绕  $z$  轴逆时针方向的负载扭矩  $T$ 。

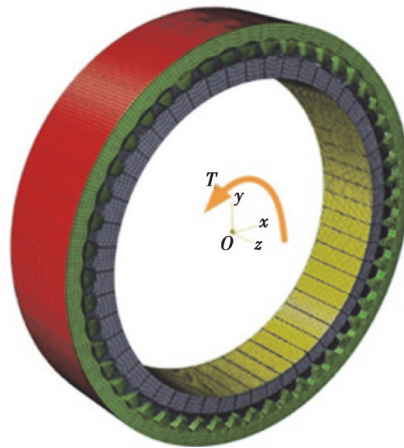


图 4 鼓形齿联轴器承载接触分析模型

Fig. 4 Loaded tooth contact analysis model of crown gear coupling

## 3 位移圆半径相等下成形方法 I 与 II 的对比分析

以某鼓形齿联轴器为例,基于上述建立的鼓形齿轮齿面模型,深入研究位移圆半径相等下和鼓形量相等下 2 种成形方法生成的鼓形齿齿形、几何接触及承载接触特性。表 1 为某鼓形联轴器的结构参数。

表1 某鼓形齿联轴器结构参数

Table 1 Structural parameters of a marine crown gear coupling

参数	齿数	模数/mm	齿宽/mm	分度圆压力角/(°)	齿顶高/mm	齿根高/mm	刀具齿顶圆角半径/mm	轴交角/(°)
鼓形齿轮	92	8	150	20	6.4	8.4	3.04	0.2
内齿圈	92	8	180	20	6.4	6.4	1.20	0.2

### 3.1 齿形

位移圆半径  $R_{ds}$  是决定鼓形齿齿向鼓形量的重要加工参数, 基于此, 计算并绘制出位移圆半径  $R_{ds}$  分别为 1 000、3 000、5 000 mm 的成形方法 I 和 II 之间的齿廓偏差分布云图, 分别如图 5(a)、图 5(b) 和图 5(c) 所示, 图中红色、蓝色分别代表成形方法 I 和成形方法 II 的鼓形齿齿廓。

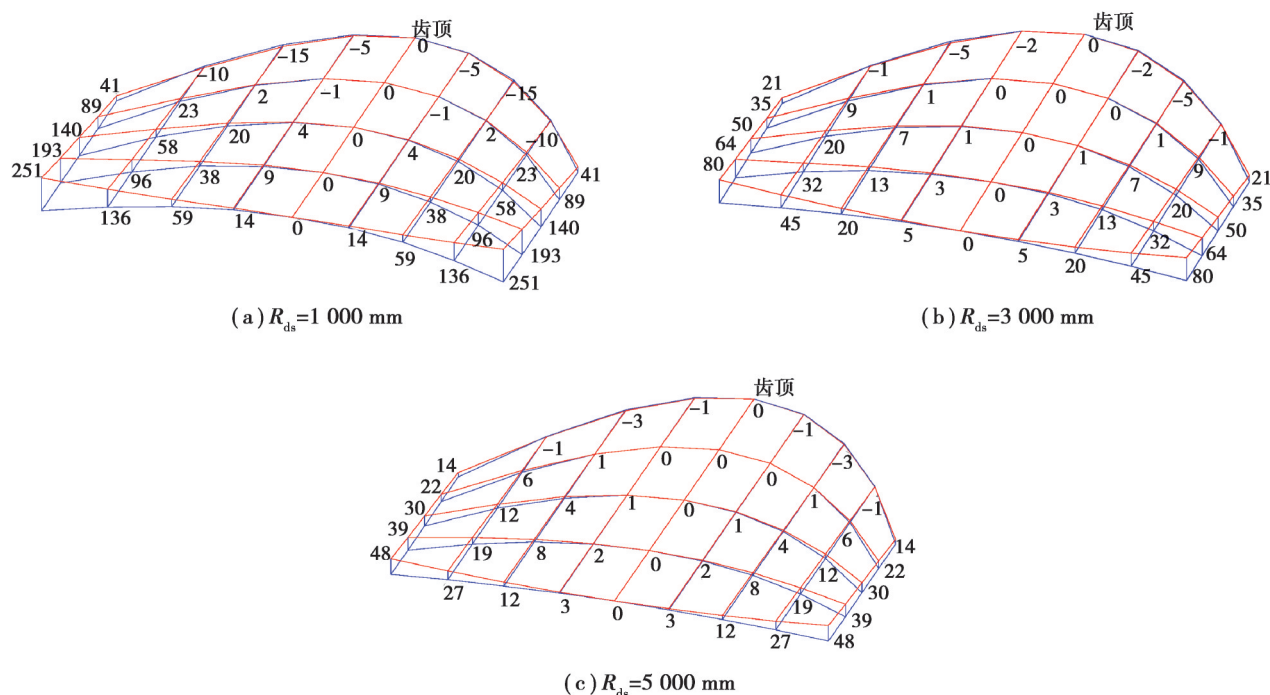


图5 成形方法I与II在各位移圆半径下的齿廓偏差

Fig. 5 Tooth profile deviations of forming method I and II of different displacement circle radii

从图5中可以看出, 在位移圆半径 1 000、3 000、5 000 mm 下, 成形方法 I 和 II 的齿廓最大偏差依次为 251、80、48  $\mu\text{m}$ 。结果表明, 随着位移圆半径的增大, 成形方法 I 和 II 的齿廓形状最大偏差逐渐减小, 即由 2 种成形方法得到的鼓形齿齿形越接近。当位移圆半径增大到无穷大时, 成形方法 I 和 II 的鼓形齿轮齿面齿廓形状均为标准渐开线齿廓, 两模型之间齿廓形状偏差均为 0  $\mu\text{m}$ , 此时成形方法 I 和 II 生成的齿形相同。

### 3.2 几何接触分析

在轴交角为 0.2°、位移圆半径为 3 000 mm 时, 应用提出的几何接触分析模型<sup>[23]</sup>, 求解出成形方法 I 与 II 的鼓形齿联轴器最小周向间隙分布及齿面接触点轨迹, 如图 6 和图 7 所示。

从图 6 中可以看出, 对于成形方法 I 与 II, 从初始啮合转角 0° 开始, 转动 1 周至啮合转角 360° 的过程中, 最小周向间隙均按照啮合转角在 0°~15° 逐渐增大, 15°~105° 逐渐减小, 105°~195° 逐渐增大, 195°~285° 逐渐减小, 285°~360° 逐渐增大的规律变化并且呈现周期性变化。成形方法 I 与 II 的最小周向间隙在纯摆动区附近 ( $\varphi_h=15^\circ$  和  $195^\circ$ ) 达到最大, 均为 0  $\mu\text{m}$ ; 在纯翻转区附近 ( $\varphi_h=105^\circ$  和  $285^\circ$ ) 达到最小, 分别为 -74  $\mu\text{m}$  和 -56  $\mu\text{m}$ 。

因此,当鼓形齿联轴器轴线角向不对中时,成形方法I的最小周向间隙的最小值比成形方法II的小。

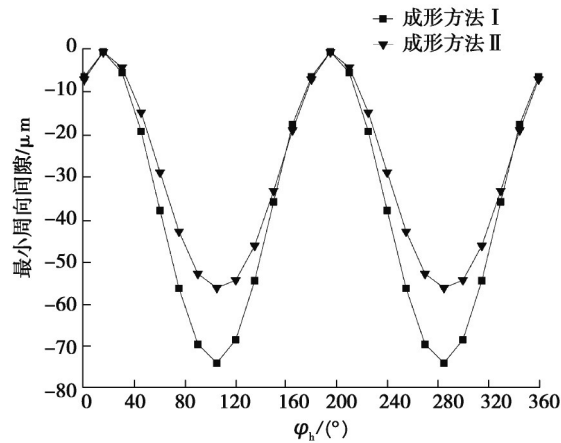


图 6 位移圆半径为 3 000 mm 时成形方法I与II的最小周向间隙分布

Fig. 6 Minimum circumferential clearance distribution of forming method I and II with displacement circle radius of 3 000 mm

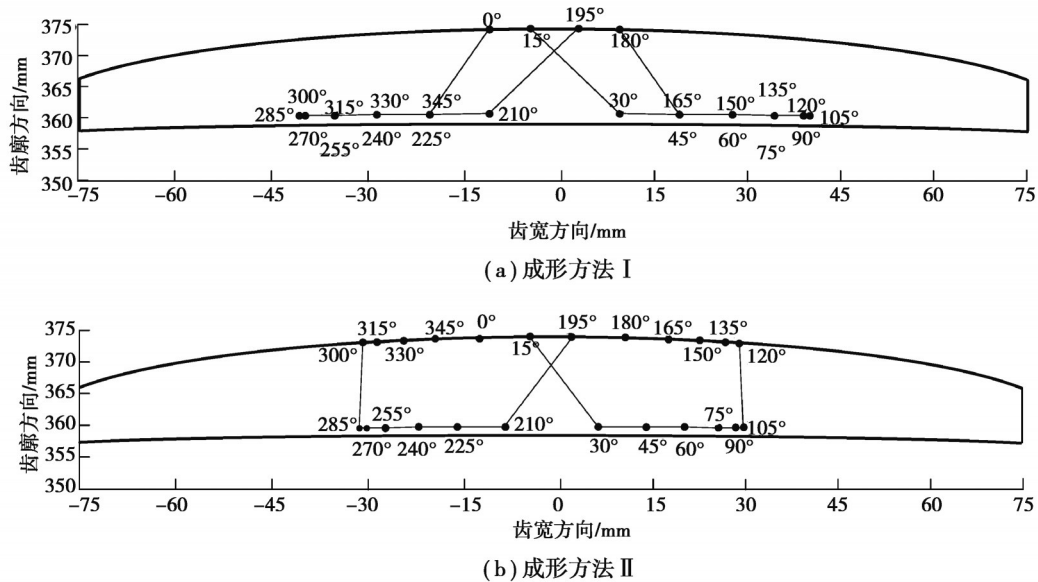


图 7 位移圆半径为 3 000 mm 时成形法I与II的鼓形齿轮齿面接触点轨迹

Fig. 7 Tooth contact point trajectory of forming method I and II with displacement circle radius of 3 000 mm

从图 7 中可以看出,成形方法I与II在每一个啮合转角(0°~360°)处鼓形齿轮和内齿圈呈点接触,接触点沿齿廓方向分布在鼓形齿的齿顶和齿根区域,纯摆动区域附近的接触点靠近齿宽中间截面,而纯翻转区附近的接触点靠近齿宽端部。对比成形方法I与II,发现成形方法I大多数的接触点都处于鼓形齿轮齿面的齿根处,而成形方法II的接触点在鼓形齿轮齿面的齿根处和齿顶处的数目基本一致。

### 3.3 承载接触分析

在轴交角为 0.2°、负载为  $1.75 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$  时、位移圆半径为 3 000 mm 时,应用承载接触分析模型,对比分析成形方法I与II的承载接触特性。

图 8 为成形方法I与II的齿面接触应力分布。从图中可以看出,当鼓形齿轮与内齿圈由轴向对中转为中心角向不对中时,接触位置由齿宽中间截面向端面移动,此时并非所有轮齿都参与啮合,而是只有部分纯翻转区附近的轮齿处于接触状态。与成形方法II相比,成形方法I会引起更加严重的应力集中,产生更大的齿面

接触应力。成形方法I与II的最大齿面接触应力分别为359 MPa和270 MPa,成形方法I的最大接触应力比成形方法II大33%。

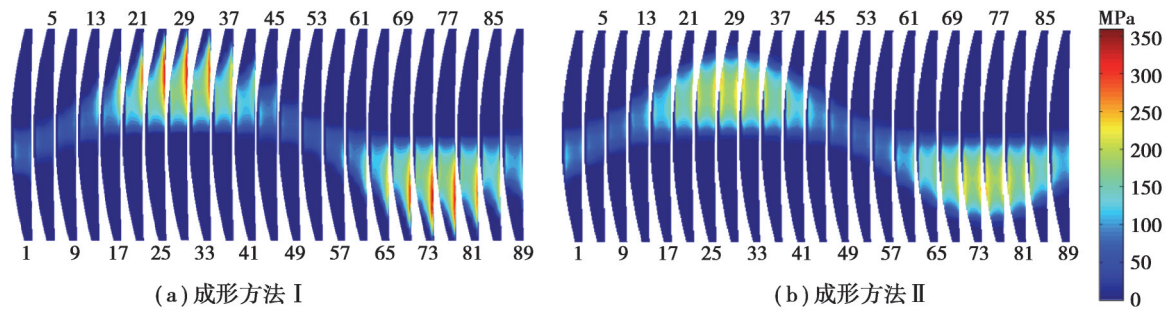


图8 位移圆半径为3 000 mm时成形方法I与II的齿面接触应力分布

Fig. 8 Tooth contact pressure distribution of forming method I and II with displacement circle radius of 3 000 mm

图9为成形方法I与II的齿间载荷分配曲线。从图中可以看出,成形方法I与II参与啮合的齿对数均为92,受到载荷最大轮齿位置处于纯翻转区附近的轮齿#29、#75,受到的载荷依次为35 579、33 401 N·m。受到载荷最小轮齿位置处于纯摆动区附近的轮齿#5、#51,受到的载荷依次为4 432、6 060 N·m。最大受载轮齿比最小受载轮齿承受的载荷多702.8%、451.2%。因此,在相同的位移圆半径下,成形方法II比I的齿间载荷分配更加均匀。

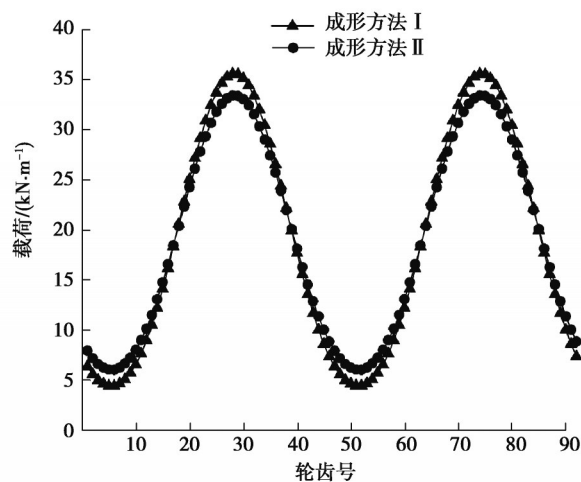


图9 位移圆半径为3 000 mm时成形方法I与II的齿间载荷分配

Fig. 9 Load sharing among teeth of forming method I and II with displacement circle radius of 3 000 mm

#### 4 鼓形量相等下成形方法I与II的对比分析

图10(a)和10(b)分别为位移圆半径3 000 mm时成形方法I与II的鼓形齿相对于标准直齿轮的齿面修形量分布,其图中红色、蓝色、黑色分别代表成形方法I的鼓形齿齿廓、成形方法II的鼓形齿齿廓及标准直齿轮齿廓。从图10(a)可以看出,在位移圆半径3 000 mm时,成形方法I与II的鼓形量(即图中的最大修形量)分别为317  $\mu\text{m}$ 和338  $\mu\text{m}$ ,可知成形方法II在相等位移圆半径下鼓形量并不相等。本节将对鼓形量相等下成形方法I与II在齿形、几何接触特性和承载接触特性等方面进行对比分析。为保证成形方法I与II的鼓形量相等,须改变其中任一成形方法的位移圆半径。成形方法I在位移圆半径3 000 mm时的鼓形量为317  $\mu\text{m}$ ,要使成形方法II的鼓形量与成形方法I相等,成形方法II的位移圆半径须增大为3 200 mm。



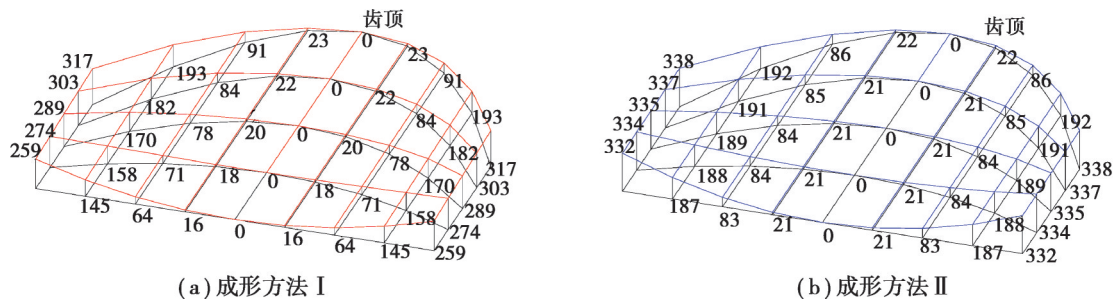


图 10 位移圆半径为 3 000 mm 时成形方法 I 与 II 的齿面修形量分布

Fig. 10 Tooth surface modification amount distribution of forming methods I and II with displacement circle radius of 3 000 mm

### 4.1 齿形

图 11 为鼓形量为 317  $\mu\text{m}$  时成形方法 I 与 II 的齿廓偏差,其图中红色、蓝色分别代表成形方法 I 和成形方法 II 的鼓形齿齿廓。从图中可以看出,齿廓偏差在齿端靠近齿根达到最大值 59  $\mu\text{m}$ 。齿廓偏差在齿端靠近齿顶为 0  $\mu\text{m}$ ,这是由于成形方法 I 和 II 生成的鼓形齿轮齿面修形量均在此处最大。此外,齿廓偏差仍关于齿宽中间截面对称。

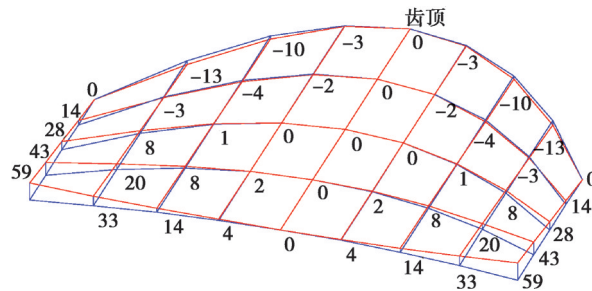


图 11 鼓形量为 317  $\mu\text{m}$  时成形方法 I 与 II 的齿廓偏差

Fig. 11 Tooth profile deviations of forming method I and II with crowning amount of 317  $\mu\text{m}$

### 4.2 几何接触分析

在轴交角为 0.2°、鼓形量为 317  $\mu\text{m}$  时,应用几何接触分析模型,求解出成形方法 I 与 II 的最小周向间隙分布及齿面接触点轨迹,如图 12 和图 13 所示。

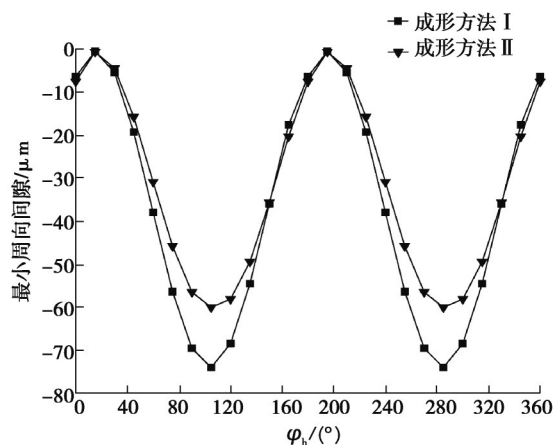


图 12 鼓形量为 317  $\mu\text{m}$  时成形方法 I 与 II 的最小周向间隙分布

Fig. 12 Minimum circumferential clearance distribution of forming method I and II with crowning amount of 317  $\mu\text{m}$

从图 12 中可以看出,成形方法 I 与 II 的最小周向间隙在纯摆动区附近( $\varphi_h$  为 15° 和 195°)达到最大,均为 0  $\mu\text{m}$ ;在纯翻转区附近( $\varphi_h$  为 105° 和 285°)达到最小,分别为 -74  $\mu\text{m}$  和 -60  $\mu\text{m}$ 。因此,在鼓形量相同、轴线角

向不对中下,成形方法I的最小周向间隙的最小值比II小。

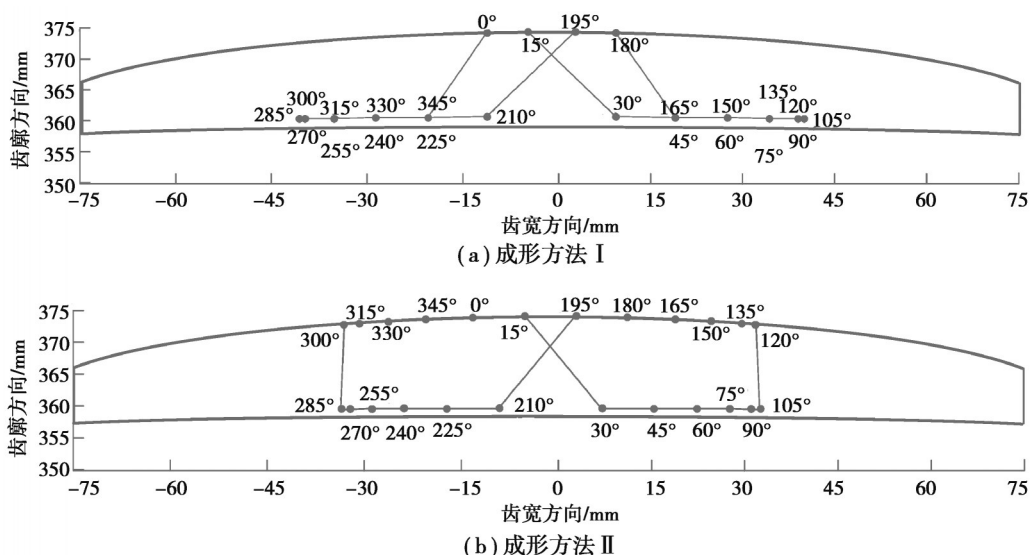


图13 鼓形量为  $317\ \mu\text{m}$  时成形方法I与II的齿面接触点轨迹

Fig. 13 Tooth contact point trajectory of forming method I and II with crowning amount of  $317\ \mu\text{m}$

对比图13(a)和图13(b)可以发现,成形方法I的大多数的接触点都处于鼓形齿轮齿面的齿根,而成形方法II的接触点在鼓形齿轮齿面的齿根处和齿顶处的数目基本一致。对比图13(b)和图7(b)可以发现,鼓形量相等下成形方法II的接触点轨迹比位移圆半径相等下成形方法II的接触点轨迹向齿宽端部略有扩展,这是由于鼓形量相等下的成形方法II位移圆半径比位移圆相等下成形方法II位移圆半径大,对轴交角更敏感。

#### 4.3 承载接触分析

在轴交角为  $0.2^\circ$ 、负载为  $1.75 \times 10^6\ \text{N}\cdot\text{m}$ 、鼓形量为  $317\ \mu\text{m}$  时,应用承载接触分析模型,对比分析成形方法I与II的承载接触特性。

图14为成形方法I与II的齿面接触应力分布。对比图14(a)和图14(b)可以看出,在鼓形量相等下,成形方法II在纯翻转区附近的轮齿在齿顶和齿根处均存在边缘接触,而成形方法I在纯翻转区附近的轮齿仅在齿根处存在边缘接触。

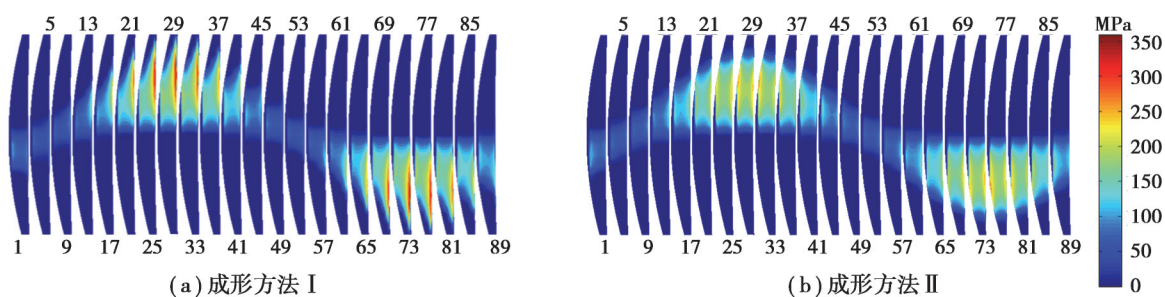
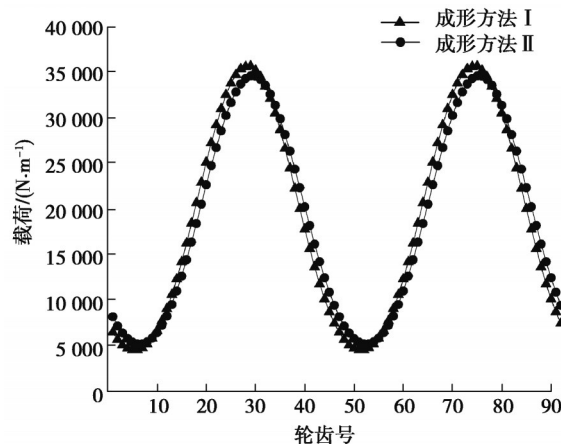


图14 鼓形量为  $317\ \mu\text{m}$  时成形方法I与II的齿面接触应力分布

Fig. 14 Tooth contact pressure distribution of forming method I and II with crowning amount of  $317\ \mu\text{m}$

图15为成形方法I与II的齿间载荷分配曲线。对比图15和图9可以发现,鼓形量相等时,两模型的齿间载荷分配曲线比位移半径相等时更接近。因此,在轴交角和负载扭矩一定的条件下,齿面的鼓形量决定了鼓形齿联轴器的齿间载荷分配曲线。

图 15 鼓形量为 317  $\mu\text{m}$  时成形方法 I 与 II 的齿间载荷分配Fig. 15 Load sharing among teeth of forming method I and II with crowning amount of 317  $\mu\text{m}$ 

## 5 结 论

为揭示成形方法生成的鼓形齿轮齿形差异及影响机制,分别建立了滚刀和插齿刀绕位移圆圆心作圆弧运动展成的鼓形齿轮齿面模型。在此基础上,对比分析了成形方法 I 与 II 分别在位移圆半径相等时和鼓形量相等时的齿形、几何接触特性、承载接触特性,得出了以下结论。

1) 成形方法 I 与 II 在位移圆半径相等时,随着位移圆半径的增大,成形方法 I 与 II 的齿形最大偏差逐渐减小;成形方法 II 比 I 的齿间载荷分配更加均匀。

2) 成形方法 I 与 II 在鼓形量相等时,成形方法 II 的位移圆半径须大于模型 I;成形方法 I 与 II 的齿间载荷分配非常接近。

3) 鼓形量相等时成形方法 II 的接触点轨迹比位移圆半径相等时成形方法 II 的接触点轨迹更靠近齿端。

4) 不论在位移圆半径相等时,还是在鼓形量相等时,成形方法 I 的最小周向间隙小于成形方法 II;成形方法 I 的接触点大多数位于鼓形齿轮齿根处,成形方法 II 的接触点均位于齿顶或齿根;成形方法 I 比 II 会产生更加严重的应力集中。

## 参考文献

- [ 1 ] 余放,王明为. 舰船减速齿轮装置的加工与设计[M]. 北京:国防工业出版社,2009.  
Yu F, Wang M W. Machining and design of ship deceleration gear device[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [ 2 ] 马玉强,李广,赵世银,等. 鼓形齿联轴器啮合计算分析及软件实现[J]. 机车车辆工艺,2020(6): 4-6, 22.  
Ma Y Q, Li G, Zhao S Y, et al. Computational analysis and software implementation of crowned gear engagement[J]. Locomotive & Rolling Stock Technology, 2020(6): 4-6, 22.(in Chinese)
- [ 3 ] 彭艳,孙建亮,张阳,等. 板带轧机稳定运行动力学模型体系及其工业应用[M]. 北京:机械工业出版社,2018.  
Peng Y, Sun J L, Zhang Y, et al. Dynamic model system of stable operation of strip mill and its industrial application[M]. Beijing: China Machine Press, 2018. (in Chinese)
- [ 4 ] Guo Y, Keller J, Wallen R, et al. Design evaluation of wind turbine spline couplings using an analytical model: preprint[R]. Golden: National Renewable Energy Laboratory, 2015: 1-12.
- [ 5 ] 卢茜莉,陈云峰,吴世祥,等. 鼓形齿联轴器的曲率系数计算研究[J]. 重型机械,2022(1): 91-95.  
Lu Q L, Chen Y F, Wu S X, et al. Research on curvature coefficient calculation of drum gear coupling[J]. Heavy Machinery, 2022(1): 91-95.(in Chinese)
- [ 6 ] Alfares M A, Falah A H, Elkholy A H. Clearance distribution of misaligned gear coupling teeth considering crowning and geometry variations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(10): 1258-1272.
- [ 7 ] 魏家麒,张开林,姚远. 具有轴间倾角的鼓形齿联轴器啮合状态及受力分析[J]. 机械传动,2015, 39(9): 1-6.

- Wei J Q, Zhang K L, Yao Y. Meshing state and force analysis of the crown gear coupling with inter-axial tilt angle[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2015, 39(9): 1-6.(in Chinese)
- [ 8 ] 关亚彬, 杨小辉, 方宗德, 等. 一种鼓形齿联轴器的侧隙设计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(7): 136-143.  
Guan Y B, Yang X H, Fang Z D, et al. A backlash design method for crown gear coupling[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(7): 136-143.(in Chinese)
- [ 9 ] 陈春俊, 郑翔, 杨露, 等. 高速动车组鼓形齿式联轴器收缩电阻研究[J]. 机械传动, 2021, 45(10): 15-21.  
Chen C J, Zheng X, Yang L, et al. Research on constriction resistance of drum gear coupling of high speed EMU[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(10): 15-21.(in Chinese)
- [ 10 ] 肖来元, 廖道训, 易传云. 共轭鼓形齿联轴器多齿接触数值分析与实验[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2004, 32(2): 61-63.  
Xiao L Y, Liao D X, Yi C Y. The numerical analysis of the multi-tooth contact in crown gearcouplings and its experimental research[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2004, 32(2): 61-63.(in Chinese)
- [ 11 ] 肖来元, 易传云, 傅国祥. 基于最大拉应变理论的共轭鼓形齿面裂纹研究[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(3): 54-56.  
Xiao L Y, Yi C Y, Fu G X. A study of cracking on the conjugate crowned tooth flank with the theory of maximum tensile strain [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1997, 25(3): 54-56.(in Chinese)
- [ 12 ] Keum B. Analysis of 3-D contact mechanics problems by the finite element and boundary element methods[D]. Cincinnati: University of Cincinnati, 2003.
- [ 13 ] Shinoda M, Li S. Software development for 3D design of gear couplings used in railway vehicles[C]//The Proceedings of Mechanical Engineering Congress, Tokyo, Japan, 2019, 1-7.
- [ 14 ] Shinoda M, Li S. Study on teeth contact pattern and strength analysis of gear couplings used in railway vehicles[C]//The Proceedings of Conference of Chugoku-Shikoku Branch, Hiroshima, Japan, 2020, 1-5.
- [ 15 ] Vondra R, Rehak K, Prokop A. Strain-stress analysis of gear coupling[C]//26th International Conference Engineering Mechanics. Brno, Czech Republic, 2020: 520-523.
- [ 16 ] Guo Y, Lambert S, Wallen R, et al. Theoretical and experimental study on gear-coupling contact and loads considering misalignment, torque, and friction influences[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 98(8): 242-262.
- [ 17 ] Spura C. Calculating the deformation and stiffness of involute teeth of gear couplings[J]. Forschung Im Ingenieurwesen, 2015, 79(1/2): 5-15.
- [ 18 ] Renzo P C, Kaufman S, De Rocker D E. Gear couplings[J]. Journal of Engineering for Industry, 1968, 90(3): 467-474.
- [ 19 ] 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.  
Gear Manual Editorial Board. Gear manual[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.(in Chinese)
- [ 20 ] 王森, 王家序, 李俊阳, 等. 基于有限元法的复合摆线行星齿轮副应力分析[J]. 重庆大学学报, 2022, 45(12): 143-156.  
Wang S, Wang J X, Li J Y, et al. Stress analysis of compound cycloidal planetary gear pair based on finite element method[J]. Journal of Chongqing University, 2022, 45(12): 143-156.(in Chinese)
- [ 21 ] 刘延平, 赵永强. 内啮合斜齿轮高精度三维有限元自动建模方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(21): 148-160.  
Liu Y P, Zhao Y Q. Research on the automatic modelling method for high precision finite element model of internal helical gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(21): 148-160.(in Chinese)
- [ 22 ] Feng S, Chang L H, He Z X. A hybrid finite element and analytical model for determining the mesh stiffness of internal gear pairs[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(59): 2477-2485.
- [ 23 ] Guan Y B, Fang Z D, Yang X H, et al. Tooth contact analysis of crown gear coupling with misalignment[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 126(4): 295-311.

(编辑 詹燕平)