

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2024.262

引用格式:胡述伟,祁童百惠,郭姗,等.基于三参数威布尔分布的锆合金疲劳寿命高准确度预测模型构建方法[J].重庆大学学报,2025,48(12): 1-11.



基于三参数威布尔分布的锆合金疲劳寿命高准确度预测模型构建方法

胡述伟^{1,2},祁童百惠³,郭 姗^{1,2},邱 垚^{1,2},尹泓卜^{1,2},兰 岚^{1,2},高士鑫^{1,2},辛 勇^{1,2}

(1. 中国核动力研究设计院,成都 610213; 2. 核反应堆技术全国重点实验室,成都 610213; 3. 中航(成都)无人机系统股份有限公司,成都 611743)

摘要:反应堆运行时,锆合金包壳会承载一定循环载荷,在设计过程中必须要考虑包壳材料的疲劳性能,防止疲劳失效。为了更准确地拟合和预测锆合金的疲劳性能,以2种不同热处理状态锆合金疲劳试验数据为数据基础,采用概率权重矩方法得到三参数威布尔分布模型拟合得到可靠度-应力-寿命(R - S - N)曲线,并与基于传统 Basquin 模型的 R - S - N 曲线拟合结果进行对比验证,发现基于三参数威布尔分布的 R - S - N 曲线具备更高的拟合准确度,显著优于传统方法拟合结果,对锆合金疲劳性能分析与预测具有良好的适用性。

关键词:锆合金; S - N 曲线; 威布尔分布; 疲劳性能; 寿命评估

中图分类号: TG 146.414; TL 341 文献标志码: A 文章编号: 1000-582X(2025)12-001-11

A method for constructing a high-accuracy prediction model for zirconium alloy fatigue life based on the three-parameter Weibull distribution

HU Shuwei^{1,2}, QI Tongbaihui³, GUO Shan^{1,2}, QIU Xi^{1,2}, YIN Hongbu^{1,2}, LAN Xun^{1,2},
GAO Shixin^{1,2}, XIN Yong^{1,2}

(1. Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610213, P. R. China; 2. National Key Laboratory of Nuclear Reactor Technology, Chengdu 610213, P. R. China; 3. AVIC (Chengdu) UAS Co., Ltd., Chengdu 611743, P. R. China)

Abstract: During the operation of nuclear reactors, zirconium alloy claddings are subjected to significant cyclic stresses, necessitating an accurate evaluation of their fatigue properties essential for preventing structural failure. This study proposes a high-accuracy prediction method for the fatigue life of zirconium alloys by employing fatigue test data from alloys subjected to two distinct heat-treatment conditions. A three-parameter Weibull distribution model was established using the probabilistic weighted moments method to construct reliability-stress-number (R - S - N) cycles curves. These curves were rigorously compared and validated against those obtained from

收稿日期:2024-02-12 网络出版日期:2024-06-14

基金项目:四川省自然科学基金资助项目(2023NSFSC0979);国家重点研发计划资助项目(2022YFB1902400)。

Supported by Natural Science Foundation of Sichuan Province (2023NSFSC0979) and the National Key Research and Development Program of China (2022YFB1902400).

作者简介:胡述伟(1993—),男,工学博士,主要从事核反应堆燃料及材料设计研究,(E-mail)hushuwei@npic.ac.cn。

the traditional Basquin model. The findings indicate that the R - S - N curves derived from the three-parameter Weibull distribution demonstrate superior fitting accuracy and significantly outperform the conventional model. This advanced modeling approach provides a reliable and effective means for predicting the fatigue behavior of zirconium alloys, offering significant implications for the structural design and safety assessment of nuclear reactors.

Keywords: zirconium alloy; S - N curves; Weibull distribution; fatigue performance; lifespan evaluation

锆合金具有良好的中子经济性,且易于冷加工,在反应堆内严苛服役环境中表现出可靠的耐腐蚀性能、蠕变性能和力学性能,并且对核燃料具有良好的相容性,是目前国际上唯一大规模商用的压水堆燃料组件包壳材料^[1-4]。核反应堆运行时,锆合金包壳内外分别是超过300 °C的核燃料裂变释放能量形成的高温及冷却剂相对低温环境,在燃耗持续加深的过程中,包壳内部裂变气体释放使内压增大,核电厂频率调控等操作带来的芯块燃烧特性变化使包壳内部气压产生波动,同时包壳外部还会受到高温高速冷却剂流的冲刷等作用^[5-7]。基于以上多因素共同作用,锆合金包壳需承受一定的循环载荷,锆合金包壳设计必须考虑包壳的疲劳性能,并留有足够的疲劳寿命,建立锆合金材料疲劳性能预测模型非常必要。

材料的疲劳应力-寿命(S - N)曲线是反映疲劳特性最基本和直观的曲线,也是在疲劳设计研究、材料性能研究及构件疲劳失效分析时的基本依据^[8-11]。传统上,拟合疲劳 S - N 曲线通常采用 Basquin 模型,一般假定其服从正态分布或对数正态分布,但基于这 2 种分布的曲线拟合方法,针对不同数据样本的拟合度并不稳定,且当修正参数较多时迭代复杂。此外,在疲劳曲线模型构建中,数据样本量通常不会很大,导致疲劳曲线模型拟合存在较大的随机性和分散性。为了反映客观事物的必然性规律,就必须正确去处理这些数据,即利用更高准确度的统计分析方法来处理数据。威布尔分布(Weibull distribution)是当前在船舶、机械等领域可靠性工程中被越来越多使用的一种寿命分布,其最大的优点就是非常适合于小样本抽样,而且对各种类型的试验数据适应能力比较强^[12-17]。基于此,以国产 Zr-4 牌号 2 种不同热处理状态锆合金的疲劳试验数据为数据基础,将威布尔分布引入锆合金疲劳寿命分析领域,建立三参数威布尔分布方法可靠度-应力-寿命(R - S - N)曲线模型,同时通过适当方法拟合不同可靠度下传统对数正态分布的 Basquin 方法 S - N 曲线模型,并将 2 种模型进行对比,以验证评估基于三参数威布尔模型对国产锆合金疲劳性能预测准确度及适用性。

1 R - S - N 曲线模型拟合方法

1.1 基于概率权重矩的三参数威布尔分布方法 R - S - N 曲线模型

威布尔分布可分为两参数分布和三参数分布。两参数威布尔分布凭借其参数估计简单和适应性较强的特点在失效分析中占据重要的地位。然而,大量的工程实践证明,许多对象在投入使用后一段时间内不会发生任何失效,此时,如果仍然采用两参数威布尔分布模型拟合就可能会给可靠性分析带来较大的误差,而三参数威布尔分布尤其适用于这种情况,能够提供更精确的分析结果^[18]。

设 X 分布服从三参数威布尔分布,即 $X \sim W(\lambda, \beta, \delta)$, 则 X 的密度函数和累积分布函数为

$$f(x) = \frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{x-\delta}{\lambda} \right)^{\beta-1} \exp \left[-\left(\frac{x-\delta}{\lambda} \right)^\beta \right], x \geq \delta, \quad (1)$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x-\delta}{\lambda} \right)^\beta \right], x \geq \delta, \quad (2)$$

式中: λ 为尺度参数; δ 为位置参数; β 为形状参数; 且 $\delta \geq 0, \lambda > 0, \beta > 0$ 。尺度参数反映随机变量的分散性,位置参数反映随机变量最小值,形状参数控制密度曲线的形状。此时, $F(x)$ 也可视作失效的累积分布。

此后,引入疲劳寿命 N 和应力水平 S 并进行与传统 Basquin 模型相同的对数处理,同时加入修正参数 B 、 C ,则样本函数 x 为

$$x = (\ln N - B)(\ln S - C), x \geq \delta. \quad (3)$$

将式(3)代入式(2), 同时引入可靠度 $R(N, S)$, 得到基于三参数威布尔模型的 R - S - N 曲线为

$$R(N, S) = 1 - F(x) = \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N - B)(\ln S - C) - \delta}{\lambda} \right]^\beta \right\}, \quad (\ln N - B)(\ln S - C) \geq \delta, \quad (4)$$

式中: $R(N, S)$ 为可靠度。

通常, 三参数威布尔分布的参数估计方法有极大似然法等^[19-20], 这里采用概率矩权重法, 因其对小样本有非常良好的无偏性和很小的误差, 且通过 Matlab 等程序可在计算资源接受的范围内高效求解, 从而获得更精确的参数估计值^[15,18,21-22]。

对于已知随机变量 X 和概率分布函数 $F(x)$, 概率权重矩定义为

$$M_{i,j,k} = \int_0^1 [x]^i \cdot F^j \cdot (1-F)^k dF, \quad (5)$$

式中: $F = F(x)$, 即 X 的累积分布函数; $x = x(F)$, 即 X 的逆累积分布函数; i, j 和 k 为任意实数。为了避免样本值的高次乘方数造成较大的抽样误差, 通常取 $i=1$ 。此时, 若 j 取非负整数, 取 $k=0$, 可表示为

$$M_{1,j,0} = \int_0^1 x \cdot F^j dF, \quad (6)$$

式中: $M_{1,j,0}$ 又被称为 j 阶不及概率权重矩。

根据三参数威布尔分布的累积分布函数, 可得逆累积分布函数 $x(F)$ 为

$$x(F) = \delta + \lambda \left[-\ln(1-F) \right]^{1/\beta}, \quad (7)$$

则三参数威布尔分布的 j 阶不及概率权重矩为

$$M_{1,j,0} = \frac{\delta}{j+1} + \lambda \cdot \sum_{j=0}^j \frac{(-1)^j}{(j+1)^{1+1/\beta}} \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right), \quad j=0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

式中: Γ 为伽马函数, 可表示为

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt, z > 0. \quad (9)$$

代入 $j = 0, 1, 2$, 且考虑 $M_{1,0,0}$ 为三参数威布尔分布的均值, 可得

$$M_{1,0,0} = \delta + \lambda \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) = \mu, \quad (10)$$

$$M_{1,1,0} = \frac{\delta}{2} + \left(1 - \frac{1}{2^{1+1/\beta}} \right) \lambda \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right), \quad (11)$$

$$M_{1,2,0} = \frac{\delta}{3} + \left(1 - \frac{1}{2^{1+1/\beta}} + \frac{1}{3^{1+1/\beta}} \right) \lambda \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right). \quad (12)$$

接着, 只需要联立式(10)~(12), 代入 $M_{1,0,0}$ 、 $M_{1,1,0}$ 和 $M_{1,2,0}$, 即可求得 3 个参数。

此外, Castillo 等^[23]给出了另一种基于概率权重矩的快速求解计算参数的方法:

$$\beta = (7.859c + 2.9554c^2)^{-1}, \quad (13)$$

$$c = \frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{3M_{1,2,0} - M_{1,0,0}} - \frac{\ln 2}{\ln 3}, \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{(1 - 2^{-1/\beta}) \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)}, \quad (15)$$

$$\delta = M_{1,0,0} - \lambda \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right). \quad (16)$$

在下文中, 将联立式(10)~(12)求解方法称为方法 1, 将 Castillo 等的方法称为方法 2。

对于修正参数 B 和 C 的估计值, 考虑疲劳寿命 N 和应力水平 S 服从三参数威布尔分布, 根据样本函数定义, $E(N|S)$ 可以写为

$$E[\ln N | (\ln S - C)] = B + \frac{\mu}{\ln S - C}, \quad (17)$$

式中: μ 为样本均值。

因此, 可设置目标函数进行非线性约束线性规划拟合未知参数, 定义

$$L = \sum_{i=1}^n \left(\ln N_i - B - \frac{\mu}{\ln S_i - C} \right)^2, \quad (18)$$

当 L 取最小值时, 可得到精确的 B 、 C 和 μ 估计值, 计算可采用 Matlab 中的 fmincon 函数实现。使用 fmincon 函数时, 需要输入 B 、 C 和 μ 的初值, 初值的选取可以代入 3 组不同应力水平, 按式(19)形成方程组求解获得, 以解决参数拟合时的收敛性问题。

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln N_{i,j} = B + \frac{\mu}{\ln S_i - C}, \quad (19)$$

式中: S_i 和 $N_{i,j}$ 分别为第 i 个应力水平和该水平下第 j 个平行样的疲劳寿命循环次数。

对于 $M_{1,0,0}$ 、 $M_{1,1,0}$ 和 $M_{1,2,0}$ 的估计值 $\hat{M}_{1,0,0}$ 、 $\hat{M}_{1,1,0}$ 和 $\hat{M}_{1,2,0}$, 将样本数据 N_i 、 S_i 带入样本函数式(3), 且从小到大进行排序, 即 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, 可得到 $M_{1,j,0}$ 的估计值 $\hat{M}_{1,j,0}$ 。

$$\hat{M}_{1,j,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-j)}{(n-1)(n-2)\dots(n-j)} x_i, \quad j=0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

$$\hat{M}_{1,0,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (21)$$

$$\hat{M}_{1,1,0} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (i-1) x_i, \quad (22)$$

$$\hat{M}_{1,2,0} = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (i-1)(i-2) x_i. \quad (23)$$

1.2 基于对数正态分布的 Basquin 方法 R-S-N 曲线模型

目前, 传统 S-N 曲线模型多采用 Basquin 模型, 其形式为

$$SN^m = C, \quad (24)$$

式中: S 和 N 分别为应力水平和疲劳寿命; m 和 C 是与材料、应力比、加载方式等有关的参数。将其变换为对数形式, 即

$$\ln S = a + b \ln N, \quad (25)$$

式中: $a = \frac{\ln C}{m}$, $b = -\frac{1}{m}$ 。此时, 满足线性对数关系, 根据样本数据回归并拟合参数, 即可得可靠度为 50% 时的 S-N 曲线模型。

在求解可靠度 $R(N, S)$ 时的 R-S-N 曲线模型时, 通常按相同试验方法, 根据要求规定应力水平和最小试样数进行成组试验, 拟合得到不同应力水平、不同可靠度下的疲劳寿命 $N_{s,r}$, 并按照 Basquin 模型的拟合方法进行拟合, 从而得到相应可靠度的 S-N 曲线, 这里亦采用此方法进行拟合。此外, 也可采用经典极大似然法等方法, 通过规定控制参量进行拟合。

通常认为, 在相同试验条件下, 对数正态分布可较好地描述材料的疲劳寿命, 即疲劳寿命 X 有 $\ln X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则密度函数和累积分布函数为

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2/2\sigma^2}, \quad (26)$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right). \quad (27)$$

可靠度 $R(N, S)$ 有

$$1 - R(N, S) = \Phi\left(\frac{\ln N_r - \mu}{\sigma}\right). \quad (28)$$

考虑到数据样本较少, 直接根据数据求得 μ 和 σ 误差较大, 以中位秩公式近似经验分布函数值为已知条

件, 通过线性回归得到该应力水平下的 μ 和 σ 。中位秩公式近似经验分布函数为

$$M(N_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4}, \quad (29)$$

式中: i 为各数据点到 50% 时可靠度 $S-N$ 曲线的距离 ($d_i = a + b \ln N_i - \ln S_i$) 的排序, 即 $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$, n 为样本数。此时, 对数正态分布累积分布函数的反函数有

$$\Phi^{-1}(M(N_i)) = \frac{1}{\sigma} \ln N_i - \frac{\mu}{\sigma}. \quad (30)$$

从式(30)可知, $\Phi^{-1}(M(N_i))$ 和 $\ln N_i$ 成线性关系, 斜率 $k = \frac{1}{\sigma}$, 截距 $b = -\frac{\mu}{\sigma}$, 则可通过最小二乘法线性回归得到斜率并最终计算出该应力水平下的 $\mu_{S_i, R}$ 和 $\sigma_{S_i, R}$, 代入式(30)即可解得该应力水平下的 $N_{S_i, R}$, 即

$$\ln N_{S_i, R} = \sigma_{S_i, R} \cdot \Phi^{-1}(1 - R(N, S)) + \mu_{S_i, R}, \quad (31)$$

最后, 按 Basquin 模型形式对该可靠度 R 下的 $S-N$ 曲线进行拟合。

2 试验数据

2.1 数据来源及方法

模型评估所采用的数据为作者单位对某批次国产化 Zr-4 牌号锆合金进行力学性能测试的数据, 试验材料为工业规模生产的再结晶态(M 态)和消应力态(m 态)锆合金。试验根据国家标准《金属材料 疲劳试验 轴向力控制方法》(GB/T 3075—2021)开展, 应力比 $R=0.1$, 试验失效方式为断裂, 试验温度为 400 °C, 试验频率 76~80 Hz, 加载方式为拉-拉。疲劳试样采用图 1 的板材试样进行, 试样总长 133 mm, 漏斗部分半径 100 mm, 最窄部分宽度 10 mm, 厚度 3.9 mm。通过高周疲劳试验, M 态和 m 态锆合金分别获得了 5 个和 4 个不同应力幅值, 每个应力幅值 4 个平行样数据, 用于支撑后续模型建立与分析。

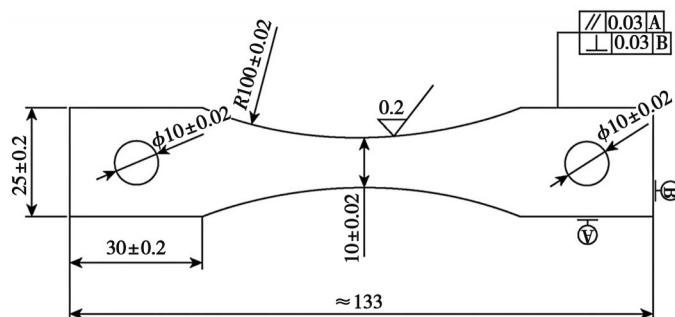


图 1 高周疲劳试样

Fig. 1 High cycle fatigue sample

2.2 试验结果

锆合金板材疲劳试验的结果如表 1 和表 2 所示。

表 1 M 态锆合金板材疲劳试验结果

Table 1 The fatigue test results of M-state zirconium alloy sheet

最大应力 S/MPa	循环次数 N				
	220	196 473	127 411	210 834	157 364
200	286 390	264 753	180 473	395 287	
180	981 025	835 808	698 632	531 429	
160	3 225 958	4 696 840	4 028 641	3 762 317	
150	9 664 874	8 853 169	8 212 562	11 024 655	

表2 m态锆合金板材疲劳试验结果

Table 2 The fatigue test results of m-state zirconium alloy sheet

最大应力 S/MPa	循环次数 N			
270	96 321	105 836	83 697	91 554
250	236 933	285 779	250 848	326 052
230	906 844	807 431	929 727	850 073
210	4 580 726	4 378 596	4 959 910	5 258 635

3 R-S-N曲线模型建立与分析

3.1 三参数威布尔分布方法 R-S-N曲线模型构建

根据表1和表2中的疲劳试验数据,按照上述三参数威布尔分布方法进行参数求解。分别将M态和m态样本中的3组不同应力水平的数据带入式(19),联立求得修正参数 B 、 C 和 μ 的初值,再利用式(18)进行非线性约束线性规划拟合 B 、 C 和 μ 的精确值,如表3所示。

表3 2种锆合金疲劳寿命修正参数值

Table 3 The fatigue life correction parameters of zirconium alloys in two states

参数	M态	m态
B	6.317 3	0.037 9
C	4.492 4	4.607 5
μ	5.080 7	11.348 4

将以上结果代入式(3)并对 x_i 重新排序,分别计算 $\hat{M}_{1,0,0}$ 、 $\hat{M}_{1,1,0}$ 、 $\hat{M}_{1,2,0}$,如表4所示。最后,通过2种威布尔分布参数求解方法,最终计算得到三参数威布尔分布方法的各项参数,如表5所示。

表4 2种锆合金疲劳寿命数据概率权重矩估计值

Table 4 The probabilistic weighted moments estimates of fatigue life data of zirconium alloys in two states

参数	M态	m态
$\hat{M}_{1,0,0}$	5.081 0	11.348 0
$\hat{M}_{1,1,0}$	2.589 5	5.699 0
$\hat{M}_{1,2,0}$	1.741 3	3.809 0

表5 2种锆合金疲劳寿命三参数威布尔分布参数值

Table 5 The three-parameter Weibull distribution parameters of fatigue life of zirconium alloys in two states

参数	M态		m态	
	方法1	方法2	方法1	方法2
β	7.492 3	2.240 1	1.728 6	36.040 6
λ	1.181 7	0.415 8	0.170 0	2.668 7
δ	3.971 7	4.712 7	11.196 5	8.720 1

将所得参数带入式(4),得到在可靠度为 R 时2种求解方法下的基于三参数威布尔模型的R-S-N曲线表达式为

1) M 态

$$R(N, S)_{\text{方法1}} = \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N_i - 6.3173)(\ln S_i - 4.4924) - 3.9717}{1.1817} \right]^{7.4923} \right\}, \quad (32)$$

$$R(N, S)_{\text{方法2}} = \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N_i - 6.3173)(\ln S_i - 4.4924) - 4.7127}{0.4158} \right]^{2.2401} \right\}. \quad (33)$$

2) m 态

$$R(N, S)_{\text{方法1}} = \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N_i - 0.0379)(\ln S_i - 4.6075) - 11.1965}{0.1700} \right]^{1.7286} \right\}, \quad (34)$$

$$R(N, S)_{\text{方法2}} = \exp \left\{ - \left[\frac{(\ln N_i - 0.0379)(\ln S_i - 4.6075) - 8.7201}{2.6687} \right]^{36.0406} \right\}. \quad (35)$$

绘制可靠度在 5%、50% 和 95% 的国产锆合金三参数威布尔分布 R - S - N 曲线, 如图 2 所示。从图 2 中可以看出, 试验数据大部分都集中在可靠度 5% 和 95% 的曲线中间, 说明三参数威布尔模型对 M 态和 m 态国产锆合金疲劳寿命的预测情况较为准确。此外, 2 种方法下得到的三参数威布尔分布的国产锆合金 R - S - N 曲线十分相近, 说明三参数威布尔分布的参数存在多个通解。

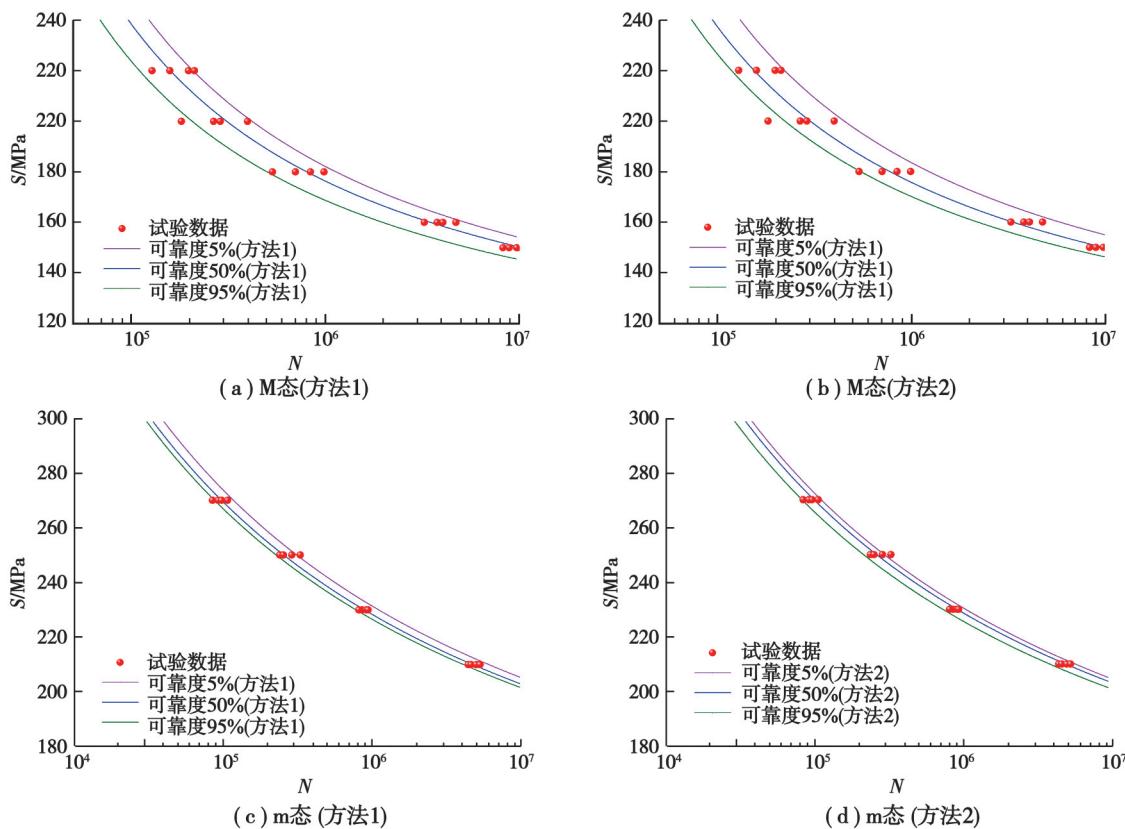
图 2 5%、50% 和 95% 可靠度下基于三参数威布尔分布方法的 M 态和 m 态国产锆合金 R - S - N 曲线

Fig. 2 The R - S - N curves of domestic zirconium alloys in M and m states based on the three-parameter Weibull distribution method with 5%, 50% and 95% reliabilities

3.2 Basquin 方法 R - S - N 曲线模型构建

根据表 1 和表 2 中的疲劳试验数据, 首先, 拟合得到可靠度为 50% 时基于 Basquin 方法拟合的 M 态和 m 态国产锆合金 S - N 曲线模型, 得

$$\ln S = 6.4222 - 0.0886 \ln N, \quad (\text{M 态}), \quad (36)$$

$$\ln S = 6.3227 - 0.0638 \ln N, \text{ (m态)} \quad (37)$$

然后,根据式(28)~(31)拟合不同可靠度下的疲劳寿命,如表6和表7所示。

表6 M态锆合金疲劳寿命在不同可靠度下估计值

Table 6 The fatigue life estimates of M-state zirconium alloys with different reliabilities

最大应力 S/MPa	疲劳寿命/次	
	可靠度 5%	可靠度 95%
150	13 838 139	5 077 624
160	6 332 914	2 488 875
180	2 344 578	573 226
200	587 583	171 286
220	203 303	60 145

表7 m态锆合金疲劳寿命在不同可靠度下估计值

Table 7 The fatigue life estimates of m-state zirconium alloys with different reliabilities

最大应力 S/MPa	疲劳寿命/次	
	可靠度 5%	可靠度 95%
210	5 573 533	3 530 079
230	1 171 635	815 166
250	367 054	211 207
270	106 785	71 195

最后,拟合可靠度为5%、95%时基于Basquin方法的 S - N 曲线表达式,并绘制曲线图,如图3所示。

1) M态

$$\text{可靠度 5\%: } \ln S = 6.5113 - 0.0911 \ln N, \quad (38)$$

$$\text{可靠度 95\%: } \ln S = 6.3316 - 0.0855 \ln N. \quad (39)$$

2) m态

$$\text{可靠度 5\%: } \ln S = 6.3405 - 0.0641 \ln N, \quad (40)$$

$$\text{可靠度 95\%: } \ln S = 6.3100 - 0.0640 \ln N. \quad (41)$$

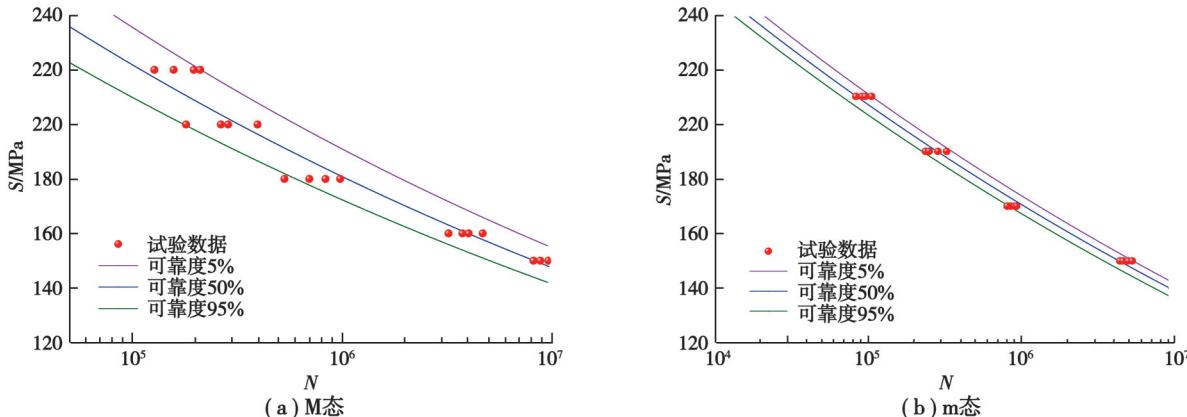


图3 5%、50% 和 95% 可靠度下基于 Basquin 方法的 M 态和 m 态国产锆合金 S - N 曲线

Fig. 3 The S-N curves of domestic zirconium alloys in M and m states based on the Basquin method with 5%, 50% and 95% reliabilities

3.3 2 种方法 R - S - N 曲线模型对比

拟合优度常用决定系数 R^2 来表征, R^2 越接近 1, 说明模型的理论值与实际值的误差越小, 曲线拟合效果越好。 R^2 的计算公式为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (42)$$

式中: n 为评价样本数据的总个数; i 为第 i 个样本; y_i 为实际值; \hat{y}_i 为拟合值; \bar{y} 为平均值; $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ 称为残差平方和; $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ 称为总体平方和。

对于模型显著性水平的度量, 常用到 F 值, F 值越大, 模型整体显著性水平越高, 说明样本能够代表总体的真实性越高。 F 值的计算公式为

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (43)$$

式中: $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ 称为回归平方和。

根据 3.1 节和 3.2 节模型拟合结果, 求出 2 种模型下对应试验数据的理论预测数据, 并将其带入式(42)和式(43), 求出 2 种模型的 R^2 值和 F 值, 结果整理得到表 8。为了更加直观地展示对比, 将 50% 可靠度下 Basquin 方法拟合曲线和三参数威布尔方法拟合曲线绘制在同一张图上对比, 如图 4 所示。从表 8 和图 4 可以看出, 基于三参数威布尔方法的 S - N 曲线, 不仅在决定系数 R^2 和显著性水平 F 值上更好, 而且从图 4 中直观显示更符合试验数据点的分布情况, 具备更高的拟合准确度。

表 8 表征 2 种模型拟合优度的相关参数

Table 8 The goodness of fit of the two models characterized by the relevant parameters

参数	M 态			m 态		
	方法	三参数威布尔	三参数威布尔	方法	三参数威布尔	三参数威布尔
		Basquin	方法 1		方法 2	方法 1
R^2	0.955 9	0.962 0	0.970 3	0.975 2	0.991 3	0.991 5
F	17.025 3	30.498 4	34.553 4	31.697 5	109.416 7	120.224 1

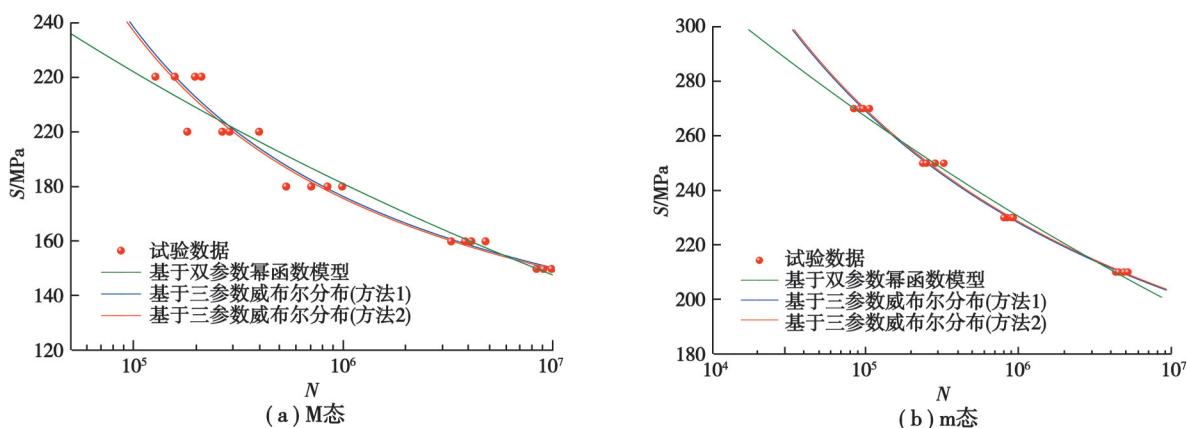


图 4 2 种方法在可靠度 50% 下 S - N 曲线拟合对比

Fig. 4 The comparison of S - N curve fitting between the two methods with 50% reliability

4 结 论

基于锆合金疲劳性能服役特点,利用国产 Zr-4 牌号 2 种不同热处理状态锆合金的疲劳试验数据为数据基础,成功基于概率权重矩法构建了三参数威布尔分布锆合金疲劳性能可靠度-应力-寿命($R-S-N$)曲线,扩展了不同可靠度下传统 Basquin 幂函数模型构建方法,并对 2 种模型进行对比分析,结果如下:

1) 基于概率权重矩构建的三参数威布尔分布疲劳预测模型,其预测准确度显著高于传统 Basquin 模型,对锆合金疲劳性能分析与预测具有良好的适用性。

2) 采用基于概率权重矩估计值及经验公式方法拟合的三参数威布尔分布模型,具有相当的拟合准确度,不同的参数值差异显示三参数威布尔分布具有多个通解。

3) 基于概率权重矩法构建三参数威布尔分布锆合金疲劳寿命预测模型,数据样本需求量小,拟合准确度高,借助 Matlab 等工具可实现高效拟合,具有极大应用价值。

参考文献

- [1] Duan Z G, Yang H L, Satoh Y, et al. Current status of materials development of nuclear fuel cladding tubes for light water reactors[J]. Nuclear Engineering and Design, 2017, 316: 131-150.
- [2] Yang J Q, Steinbrück M, Tang C C, et al. Review on chromium coated zirconium alloy accident tolerant fuel cladding[J]. Journal of Alloys and Compounds, 2022, 895: 162450.
- [3] 陈彭, 张述诚, 张应超. 压水堆燃料组件和燃料元件性能分析[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2020. Chen P, Zhang S C, Zhang Y C. Performance analysis of PWR fuel assembly and fuel element[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2020. (in Chinese)
- [4] 潘荣剑, 吴璐, 何文, 等. 锆合金包壳材料堆内行为的研究进展[J]. 材料科学, 2019, 9(9): 861-871. Pan R J, Wu L, He W, et al. Recent progress on In-pile behavior of zirconium alloy cladding materials[J]. Material Sciences, 2019, 9(9): 861-871. (in Chinese)
- [5] 吴璐, 邱绍宇, 伍晓勇, 等. 中子辐照对锆合金显微组织的影响研究进展[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(4): 24-34. Wu L, Qiu S Y, Wu X Y, et al. Research progress about the effect of neutron irradiation on the microstructure of zirconium alloys[J]. Journal of Chongqing University, 2017, 40(4): 24-34. (in Chinese)
- [6] 陈乐, 许江涛, 王朋飞, 等. 氢含量对锆合金蠕变-疲劳行为的影响及机理研究[J]. 有色金属工程, 2024, 14(4): 43-50. Chen L, Xu J T, Wang P F, et al. Study on the effect and mechanism of hydrogen content on the creep fatigue behavior of zirconium alloy[J]. Nonferrous Metals Engineering, 2024, 14(4): 43-50. (in Chinese)
- [7] 吴婧, 杨忠波, 朱其猛, 等. 国产新锆合金疲劳性能研究[J]. 中国核电, 2020, 13(6): 842-846. Wu J, Yang Z B, Zhu Q M, et al. Research on fatigue properties of new pickaxe alloy China[J]. China Nuclear Power, 2020, 13(6): 842-846. (in Chinese)
- [8] 张金豹, 胡铮, 张金乐, 等. 疲劳 $S-N$ 曲线预测模型进展综述[J]. 科学技术与工程, 2023, 23(13): 5390-5411. Zhang J B, Hu Z, Zhang J L, et al. Review of advances in fatigue $S-N$ curve prediction models[J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(13): 5390-5411. (in Chinese)
- [9] Murakami Y, Takagi T, Wada K, et al. Essential structure of $S-N$ curve: prediction of fatigue life and fatigue limit of defective materials and nature of scatter[J]. International Journal of Fatigue, 2021, 146: 106138.
- [10] 刘天奇, 张广鑫, 张田, 等. 硬质金属材料多轴高周疲劳寿命快速预测方法[J]. 重庆大学学报, 2023, 46(3): 94-102. Liu T Q, Zhang G X, Zhang T, et al. A fast life prediction method for hard metals under multiaxial high-cycle fatigue loading [J]. Journal of Chongqing University, 2023, 46(3): 94-102. (in Chinese)
- [11] 张拓, 刘坤, 何爱民, 等. 基于动态剩余 $S-N$ 曲线的线性疲劳寿命预测模型[J]. 重庆大学学报, 2023, 46(3): 84-93. Zhang T, Liu K, He A M, et al. A linear fatigue life prediction model based on dynamic residual $S-N$ curve[J]. Journal of Chongqing University, 2023, 46(3): 84-93. (in Chinese)
- [12] Barraza-Contreras J M, Piña-Monarrez M R, Molina A. Fatigue-life prediction of mechanical element by using the weibull distribution[J]. Applied Sciences, 2020, 10(18): 6384.
- [13] Lu C G, Wei Z Q, Qiao H X, et al. Reliability life analysis of reinforced concrete in a salt corrosion environment based on a three-parameter Weibull distribution[J]. Chinese Journal of Engineering, 2021, 43(4): 512-520.

[14] Barbosa J F, Correia J A, Freire R Jr, et al. Probabilistic S - N fields based on statistical distributions applied to metallic and composite materials: state of the art[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2019, 11(8): 168781401987039.

[15] 韩庆华, 王鑫, 芦燕, 等. 基于三参数威布尔分布模型的铸钢及对接焊缝腐蚀疲劳寿命评估方法[J]. *建筑结构学报*, 2021, 42(2): 213-220, 230.

Han Q H, Wang X, Lu Y, et al. Corrosion fatigue life assessment method for cast steel and butt welds based on three-parameter Weibull distribution model[J]. *Journal of Building Structures*, 2021, 42(2): 213-220, 230. (in Chinese)

[16] Pedrosa B, Correia J A F O, Rebelo C A S, et al. Reliability of fatigue strength curves for riveted connections using normal and weibull distribution functions[J]. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*, 2020, 6(3): 04020034.

[17] Halfpenny A, Chabod A, Czapski P, et al. Probabilistic fatigue and reliability simulation[J]. *Procedia Structural Integrity*, 2019, 19: 150-167.

[18] Strzelecki P. Determination of fatigue life for low probability of failure for different stress levels using 3-parameter Weibull distribution[J]. *International Journal of Fatigue*, 2021, 145: 106080.

[19] Yang X Y, Xie L Y, Liu Y Y, et al. A review of parameter estimation methods of the three-parameter weibull distribution[C]// 2023 9th International Symposium on System Security, Safety, and Reliability (ISSSR). Hangzhou, China. IEEE, 2023: 20-31.

[20] 严晓东, 马翔, 郑荣跃, 等. 三参数威布尔分布参数估计方法比较[J]. *宁波大学学报(理工版)*, 2005, 18(3): 301-305.

Yan X D, Ma X, Zheng R Y, et al. Comparison of the parameters estimation methods for 3-parameter weibull distribution[J]. *Journal of Ningbo University (Natural Science & Engineering Edition)*, 2005, 18(3): 301-305. (in Chinese)

[21] Toasa Caiza P D, Ummenhofer T. Consideration of the runouts and their subsequent retests into S - N curves modelling based on a three-parameter Weibull distribution[J]. *International Journal of Fatigue*, 2018, 106: 70-80.

[22] 邓建, 古德生, 李夕兵. 确定可靠性分析 Weibull 分布参数的概率加权矩法[J]. *计算力学学报*, 2004, 21(5): 609-613.

Deng J, Gu D S, Li X B. Parameters and quantile estimation for fatigue life distribution using probability weighted moments [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2004, 21(5): 609-613. (in Chinese)

[23] Castillo E, Fernández-Canteli A. A unified statistical methodology for modeling fatigue damage[M]. Dordrecht: Springer, 2009: 33-90.

(编辑 郑洁)