

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2026.01.009

引用格式:赵瑞欣,蒲峻驰,李滨,等.基于尖点突变理论的岩溶山体稳定性分析[J].重庆大学学报,2026,49(1): 94-105.



## 基于尖点突变理论的岩溶山体稳定性分析

赵瑞欣<sup>1</sup>,蒲峻驰<sup>1</sup>,李滨<sup>2</sup>,易连兴<sup>3</sup>,张东<sup>4</sup>,张秀钰<sup>1</sup>

(1. 长安大学公路学院,西安 710064; 2. 中国地质科学院地质力学研究所,北京 100101; 3. 中国地质科学院岩溶地质研究所,桂林 541000; 4. 清华大学土木水利学院,北京 100084)

**摘要:**为研究岩溶地区山体稳定性变化规律,考虑岩溶山体后缘管道、滑面管道劣化以及水对结构面的弱化作用,以岩溶山体平面滑动为例建立了岩溶管道未贯通与岩溶管道贯通 2 种地质模型及相应的力学模型。基于尖点突变理论,推导出岩溶管道流作用下岩溶山体稳定性系数(FOS)与岩溶山体临界稳定性系数(FOS<sup>\*</sup>),提出岩溶地区山体突变失稳的能量准则。结果表明,平衡点与临界失稳点的位移大小关系可表征山体是否失稳;岩溶管道未贯通时 FOS、FOS<sup>\*</sup>的计算公式中比贯通时多 1 项关于刚度系数  $k$  的因子,即岩溶管道对山体稳定性有一定影响;岩溶山体稳定性系数与刚度系数  $k$ ,管道劣化系数  $m$  有关,是影响山体稳定性的重要因素;通过鸡尾山滑坡实例研究证明,基于尖点突变理论的能量准则能更好地验证滑面结构复杂的岩溶山体稳定性,可对极限平衡法所得结果进行补充验证。

**关键词:**岩土工程;山体稳定性;尖点突变理论;岩溶管道;水锤作用力;能量准则

**中图分类号:**TU45

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2026)01-094-12

## Stability analysis of karst landslides based on cusp catastrophe theory

ZHAO Ruixin<sup>1</sup>, PU Junchi<sup>1</sup>, LI Bin<sup>2</sup>, YI Lianxing<sup>3</sup>, ZHANG Dong<sup>4</sup>, ZHANG Xiuyu<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, P. R. China; 2. Institute of Geomechanics, Chinese Academy of Geological Sciences, Beijing 100101, P. R. China; 3. Institute of Karst Geology, Chinese Academy of Geological Sciences, Guilin 541000, Guangxi, P. R. China; 4. School of Civil Engineering and Water Conservancy, Tsinghua University, Beijing 100084, P. R. China)

**Abstract:** To investigate the stability evolution of mountainous slopes in karst regions, this study considers the deterioration of pipelines along the rear edge and sliding surface, as well as the weakening effects of water on structural planes. Taking planar sliding in karst mountains as the research object, two geological models and corresponding mechanical models are established, including unconnected and connected karst conduits. Based on cusp catastrophe theory, the stability coefficient (FOS) and critical stability coefficient (FOS<sup>\*</sup>) of karst slopes under pipeline flow conditions are derived, and an energy-based criterion for abrupt instability is proposed. Results show that the displacement relationship between equilibrium and critical instability points can effectively

收稿日期:2025-02-10

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2018YFC1504801);国家自然科学基金资助项目(41907236)。

Supported by the National Key Research and Development Program of China (2018YFC1504801), and National Natural Science Foundation of China(41907236).

作者简介:赵瑞欣(1987—),男,博士,讲师,主要从事滑坡与工程边坡方面的研究,(E-mail) zhaorxin@chd.edu.cn。

determine the onset of slope failure. When conduits are unconnected, the presence of an additional stiffness coefficient  $k$  in the formulations of FOS and FOS<sup>\*</sup> reveals that karst conduits influence slope stability. The stability coefficient is closely related to both  $k$  and pipeline deterioration coefficient  $m$ , showing their controlling roles in stability evolution. A case study of the Jiwei Mountain landslide verifies that the proposed energy criterion based on cusp catastrophe theory more accurately evaluates the stability of karst slopes with complex sliding surfaces, complementing the results of traditional limit equilibrium analysis.

**Keywords:** geotechnical engineering; mountain stability; cusp catastrophe theory; karst conduit; water hammer force; energy criterion

中国西南山区分布大范围的灰岩地层,其特殊的岩体结构及水文地质条件,使得大型崩滑灾害频发<sup>[1-3]</sup>,如2009年重庆鸡冠岭滑坡<sup>[4]</sup>、2010年贵州关岭大寨滑坡<sup>[5]</sup>、2014年贵州普洒滑坡<sup>[6]</sup>等,严重制约西南岩溶山区城镇化建设,威胁人居安全与社会稳定。

近年来,众多学者从不同角度对岩溶山体稳定性分析进行了大量研究工作<sup>[7-9]</sup>,多聚焦于裂隙岩体强度、软弱层面、工程扰动等因素<sup>[10-12]</sup>。根据现场调查,在西南岩溶山区,地下水动力条件活跃,岩溶管道广泛分布<sup>[13]</sup>,特别是滑坡后缘竖向深大管道贯通后,对降雨有较快响应,成为控制山体稳定性的重要因素<sup>[14]</sup>。高杨等<sup>[15]</sup>提出该区域湿润多雨导致地下水位剧烈波动,汇水地貌和溶蚀通道加剧了岩溶山体的侵蚀、冲蚀作用及管道气压力变化,最终诱发滑坡失稳破坏。赵瑞欣等<sup>[14]</sup>建立了含岩溶管道的滑坡二维地质力学模型,基于大型数值直剪与流变试验,揭示了水作用及岩溶管道发育率对岩体强度参数的弱化规律。袁道先等<sup>[16]</sup>、韩行瑞<sup>[17]</sup>在岩溶水文地质方面进行了深入研究,揭示了岩溶地下水独特的管道流运移模式,为理解岩溶山体失稳的水文地质机制奠定了重要理论基础。2009年重庆武隆鸡尾山滑坡滑体总量约 $490 \times 10^4 \text{ m}^3$ ,但此前专家将鸡尾山危险程度定量为 $10 \times 10^4 \text{ m}^3$ 危岩体量,将其归属于“超出预料的偶发事件”<sup>[18]</sup>。对于此类滑坡来说,应用常规极限平衡方法无法准确判断其稳定性,甚至出现误判。因此,从能量角度研究岩体力学问题<sup>[19]</sup>,受到学者的关注,国内外学者提出许多滑坡失稳的力学模型<sup>[20]</sup>,通过极限平衡法<sup>[21]</sup>和突变理论<sup>[22]</sup>进行研究。突变理论是以拓扑学、奇点理论为数学工具,专注于参数连续变化引发系统状态突变问题的研究<sup>[23]</sup>,为分析滑坡破坏的非线性、非连续问题提供了新途径。秦四清<sup>[24]</sup>针对斜坡平面滑动失稳问题,运用突变理论方法,提出了斜坡失稳的刚度效应失稳理论。张蕊等<sup>[25]</sup>结合熵权法判定多个滑坡影响因子的相对重要性,采用突变模型建立滑坡危险性评价体系并验证了其准确性。杜文杰等<sup>[26]</sup>建立了同时考虑滑带弱化和硬化的滑坡尖点突变模型,揭示了滑坡失稳的触发机制。梁桂兰<sup>[27]</sup>引入突变理论对边坡的稳定性问题进行研究,结合理论提出边坡稳定性评判指标——突变级数,建立了新的稳定性分析模型。

现有基于突变理论的滑坡稳定性研究,对岩溶管道流动态劣化机制及水力瞬变荷载仍有不足,因此,文中基于尖点突变理论,建立考虑岩溶管道流的滑坡系统的势能函数,重新推导临界稳定性系数,提出从能量角度出发的岩溶山体稳定性判定准则,并将暴雨汇流条件下的水锤作用力纳入势能函数和失稳判据推导,揭示了瞬态水力冲击对触发突变的贡献机制,对采用极限平衡法获得的岩溶山体稳定性系数进行补充验证,提出更合理、更准确的岩溶山体稳定性分析方法。

## 1 地质力学模型

岩体不是连续介质,其滑面多由软弱夹层组成,其中存在介质强度较高区段与介质强度较低区段。为更加真实地模拟岩溶山体滑面的复杂结构,在考虑岩溶管道的基础上,结合 Hoek 和 Bray 的典型岩石边坡模型<sup>[28]</sup>,以岩溶山体平面滑动为例,重点考虑竖向管道的致滑因素,建立了简化的地质力学模型如图1所示,在滑坡后缘以及滑面处设置管道,滑面管道为软弱岩层在水流的不断冲蚀与溶蚀下所形成,对岩溶山体稳定性有极大的影响。对于滑面来说,可能发育不同强度介质<sup>[29]</sup>。将存在较破碎介质,受剪切应力较大,具有应变弱化性质的区段命名为管道区段;将存在高强度介质,受剪切应力较小,具有应变硬化工程性质的区段命名

为应变硬化区段。设软弱夹层长度为 $L$ ,当管道未贯通时,管道长度为 $L_1$ ,应变硬化区段滑面的长度为 $L_2$ ,且 $L_1+L_2=L$ ;滑动面倾角为 $\alpha$ ,管道直径为 $d$ ,如图1(a)所示。当管道贯通时,管道长度为 $L$ ,滑动面倾角为 $\alpha$ ,管道直径为 $d$ ,如图1(b)所示。

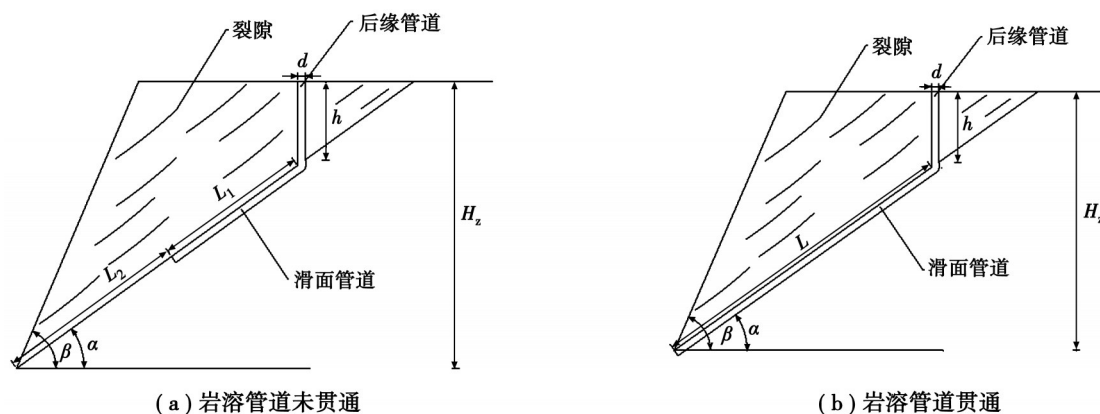


图1 岩溶山体地质模型

Fig.1 Geological model of karst landslide

## 2 尖点突变模型

法国数学家Thom<sup>[30]</sup>创立了突变理论,用来研究不连续现象,特别适用于描述作用力或动力的渐变导致状态突变的现象。尖点突变模型更易得到平衡曲面,可以更加直观地表述状态突变过程,如图2所示。该模型具有带折叠翼的平衡曲面,其中折叠翼的中叶(平衡曲面在 $ab$ 平面上的投影为分岔集)对应不稳定状态,模型系统的三维空间以 $x$ (变量)、 $a$ 和 $b$ 为坐标轴,当系统状态由 $B$ 点沿路径 $B$ 演化到 $B'$ 点时,未跨越折叠翼中叶,不发生突变;而从 $A$ 点沿路径 $A$ 演化时,跨越折叠翼中叶到达上叶,即系统产生不连续变化,系统状态不稳定。山体失稳演化发育过程就是渐变-突变过程,即为 $x$ 变量突变,坡体势能骤降的过程,而路径 $A$ 也就是代表系统跨越分岔集,状态发生突变,最终发生滑坡的演化过程,因此可采用尖点突变模型来模拟山体失稳过程。

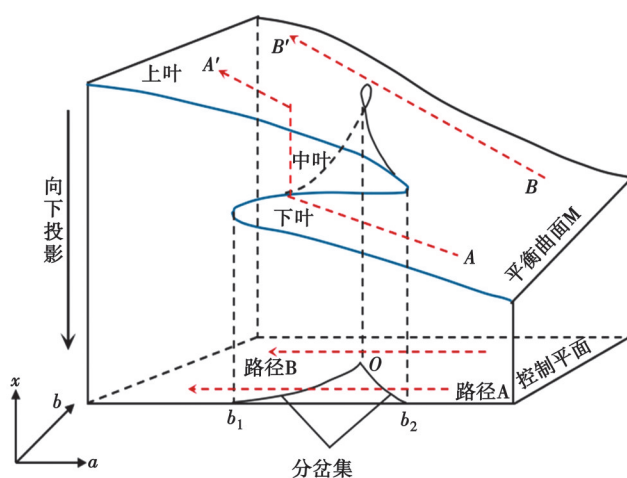


图2 尖点突变模型

Fig.2 Cusp catastrophe model

基于尖点突变理论进行山体稳定性分析时,需根据地质力学模型分析滑动面上的剪应力。根据图1(a)岩溶管道未贯通山体地质模型可知滑面分布管道区段与非管道区段,2种区段的介质表现出不同性质,具有

不同的本构关系。管道区段强度较低,剪应力超过峰值强度后会随位移的增大而减小,非管道区段因强度较大,可将其设置为脆性介质性质。非贯通结构面的破坏在岩体贯通准则<sup>[31]</sup>的基础上进行简化,不做重点分析。所以,滑动面上的本构关系式可简化为式(1),其对应本构关系曲线如图3所示。

$$\tau = \begin{cases} G_c \frac{u}{h} \quad (u \leq u_l), \\ \tau_m (u \leq u_l), \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $G_c$  为剪切模量;  $u_1$  为失稳点对应的剪切位移;  $\tau_m$  为残余抗剪强度。

一般采用负指数模型描述介质的应变软化现象,为了更好地描述管道区段的应变软化现象,提出一种更符合实际的模式<sup>[32]</sup>为

$$\tau = G_c \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m} \quad (2)$$

管道区段在管道流的作用下,会使周围岩体出现应变软化的性质,管道流对岩体的影响主要为:1)管道流对岩体的结构弱化作用;2)管道流对岩体的力学作用。为了全面分析管道流对岩体的影响,引入水致弱化函数<sup>[33]</sup>:

$$f(\omega) = (1 - \eta)(1 - \omega)^2 + \eta_0 \quad (3)$$

式中,  $\omega$  表示岩体饱和度, 当管道充水时,  $\omega=1$ , 则  $f(\omega)=\eta$ 。

为了描述管道流对岩体的力学作用,还需引入管道劣化系数 $m^{[34]}$ ,具体表达式为

$$m = \frac{\tau_0}{\tau_{0w}} \circ \quad (4)$$

式中:以滑面管道劣化系数为例, $\tau_0$ 为岩溶管道充水时剪应力,可通过受力分析进行计算; $\tau_{0w}$ 为完整岩体的剪应力,可根据式(1)计算; $m$ 越大,岩溶管道发育越强烈。

结合式(1)(2)可得管道区段与非管道区段的剪应力分别为

$$\tau_1 = f_1(\omega) G_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m}, \quad (5)$$

$$\tau_2 = f_2(\omega) G_2 \frac{u}{d} (u \leq u_1), \tau_2 = \tau_m (u > u_1), \quad (6)$$

式中:  $\tau_1$  为管道区剪应力;  $\tau_2$  为应变硬化区介质的剪应力;  $G_1$  为管道区的剪切模量;  $G_2$  为应变硬化区介质的剪切模量;  $f_1(\omega)$  为管道区水致弱化函数;  $f_2(\omega)$  为应变硬化区介质的水致弱化函数;  $u$  为平衡区在尖点处的位移,  $u_0$  为管道区的剪应力达到峰值时的位移,  $u_1$  为应变硬化区段达到峰值时的位移。

### 2.1 岩溶管道未贯通时的岩溶山体稳定性系数

当岩溶管道未贯通时,其岩溶山体稳定性需考虑滑体自身重力  $G$ ,后缘管道所受到的静水压力  $U$ ,滑面管道所受到的静水压力  $V$ ,如图 4 所示。在这种情况下,建立岩质边坡总势能函数为

$$V_u = \int_0^u \left( f_1(\omega) G_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} L_1 + f_2(\omega) G_2 \frac{u}{d} L_2 \right) du - (G \sin a + U \cos a) u \quad (7)$$

岩溶管道未贯通时,根据式(4)可知:

$$m_1 = \frac{G \sin a}{G_e \frac{u}{h}} \quad (8)$$

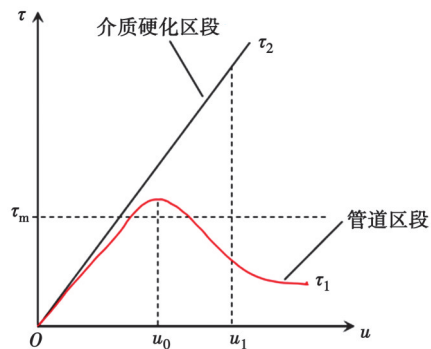


图3 本构关系曲线

**Fig. 3** Constitutive relation curves

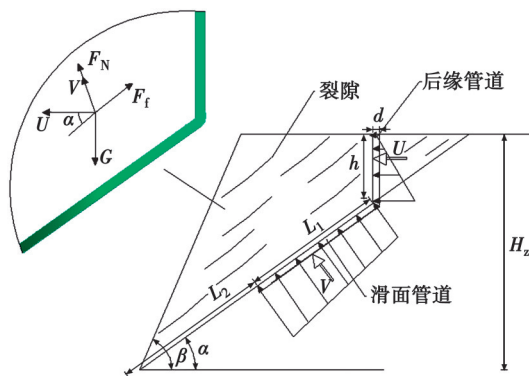


图4 管道未贯通时受力分析

**Fig. 4 Force analysis of pipeline without penetration**

山体失稳时,岩体下滑产生的变形 $u$ 发生突变,则可选取 $u$ 作为变量则当山体稳定时,对 $u$ 求导可得平衡曲面方程:

$$V'_u = f_1(\omega) G_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} L_1 + f_2(\omega) G_2 \frac{u}{d} L_2 - (G \sin a + U \cos a) \quad (9)$$

依据平衡曲面光滑性质,对于曲线尖点状态有:

$$V'''_u = f_1(\omega) G_1 \frac{u L_1}{d} \cdot e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} \cdot \left( -\frac{m_1 u^{m_1-1}}{u_0^{m_1}} \right) \left( m_1 + 1 - \frac{m_1 u^{m_1}}{u_0^{m_1}} \right) = 0, \quad (10)$$

则:

$$(m_1 + 1) - \frac{m_1 u^{m_1}}{u_0^{m_1}} = 0, \quad (11)$$

可知尖点处的位移为

$$u = u_x = \left( \frac{m_1 + 1}{m_1} \right)^{\frac{1}{m_1}} u_0 \quad (12)$$

将式(9)平衡曲面方程,对尖点状态位移变量值 $u_x$ 做泰勒展开,截取至三次项,化简为

$$\frac{1}{6} \frac{f_1(\omega) G_1 L_1 e^{\frac{m_1+1}{m_1}} m_1 (m_1 + 1)^2}{d} \cdot \left[ \left( \frac{u - u_x}{u_x} \right)^3 + 6 \left( \frac{f_2(\omega) G_2 L_2 e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{f_1(\omega) G_1 L_1 m_1 (m_1 + 1)^2} - \frac{1}{(m_1 + 1)^2} \right) \left( \frac{u - u_x}{u_x} \right) + \frac{6}{m_1 (m_1 + 1)^2} \left( 1 + \frac{f_2(\omega) G_2 L_2 e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{f_1(\omega) G_1 L_1} - \frac{(G \sin a + U \cos a) d e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{f_1(\omega) G_1 L_1 u_x} \right) \right] = 0, \quad (13)$$

令 $x = \frac{u - u_x}{u_x}$ ,则式(13)变为

$$x^3 + ax + b = 0, \quad (14)$$

式中:

$$a = \frac{6}{m_1 (m_1 + 1)^2} (k - m_1) \quad (15)$$

$$b = \frac{6}{m_1 (m_1 + 1)^2} (k + 1 - \zeta) \quad (16)$$

$$k = \frac{f_2(\omega) G_2 L_2 e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{f_1(\omega) G_1 L_1} \quad (17)$$

$$\zeta = \frac{(G \sin a + U \cos a) d e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{f_1(\omega) G_1 L_1 u_x} \quad (18)$$

参数 $k$ 为应变硬化区段与管道区段介质刚度之比,可将其定义为刚度系数,其主要与岩体饱和度 $\omega$ 、管道区剪切模量 $G$ 、岩溶管道发育率以及管道劣化系数 $m$ 有关; $\zeta$ 与岩体重量、后缘裂隙高度,滑动面夹角等有关,可将其定义为综合系数。将式(15)、式(16)代入分岔集方程(19):

$$\Delta = 4a^3 + 27b^2 = 0, \quad (19)$$

则:

$$\Delta = 4 \left( \frac{6}{m_1 (m_1 + 1)^2} (k - m_1) \right)^3 + 27 \left( \frac{6}{m_1 (m_1 + 1)^2} (k + 1 - \zeta) \right)^2 = 0 \quad (20)$$

由尖点突变模型可知,系统只有跨越分岔集才会失稳,所以式(20)是山体失稳的充要力学条件,只有当 $\Delta < 0, a < 0$ 时,系统才能跨越分岔集突发失稳,则需 $k \leq m$ ,即刚度系数小于管道劣化系数,管道劣化系数与管道流作用有关,也就是说山体失稳与滑动面存在的管道有直接关系:



$$b = \frac{6}{m_1(m_1+1)^2 f_1(\omega) G_1 L_1 u_x} \cdot \left( f_2(\omega) G_2 L_2 e^{\frac{m_1+1}{m_1}} + f_1(\omega) G_1 L_1 u_x - (G \sin a + U \cos a) e^{\frac{m_1+1}{m_1}} \right), \quad (21)$$

由式(21)可知,当下滑力大于抗滑力时,  $b < 0$ ; 当下滑力等于抗滑力时,  $b = 0$ ; 当下滑力小于抗滑力时,  $b > 0$ ; 可见,  $b$  的符号决定坡体是否稳定。

当坡体如图 2 所示沿路径 A 演化时, 跨越分岔集右边, 剪切位移增加, 此时山体失稳, 令:

$$\chi = \frac{6}{m_1(m_1+1)^2}. \quad (22)$$

结合式(14)、式(19), 根据盛金公式可得到临界失稳点的位移值为

$$u^0 = u_x \left[ 1 - \frac{\sqrt{3\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{1}{2}} \right] (k < m_1). \quad (23)$$

式(20)可变为

$$\frac{f_1(\omega) G_1 L_1}{(G \sin a + U \cos a) d} = \frac{e^{\frac{m_1+1}{m_1}}}{u_x \left[ 1 + k + \frac{2\sqrt{\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{3}{2}} \right]} (k \leq m_1). \quad (24)$$

所以, 当山体变形为  $u$  时, 岩溶山体稳定性系数为

$$\text{FOS} = \frac{f_1(\omega) G_1 L_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} + k f_1(\omega) G_1 L_1 \frac{u}{d} e^{-\frac{m_1+1}{m_1}}}{G \sin a + U \cos a} = \frac{f_1(\omega) G_1 L_1 \frac{u}{d} \left( e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} + k e^{-\frac{m_1+1}{m_1}} \right)}{G \sin a + U \cos a}. \quad (25)$$

将式(24)代入式(25)得到:

$$\text{FOS} = \frac{e^{\frac{m_1+1}{m_1}} \left( e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_1}} + k e^{-\frac{m_1+1}{m_1}} \right) u}{u_x \left[ 1 + k + \frac{2\sqrt{\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}. \quad (26)$$

由上式可知, 岩溶山体稳定性系数 FOS 与刚度系数  $k$ 、管道劣化系数  $m_1$ 、管道直径  $d$  和  $u/u_x$  有关, 也就是随着管道的弱化程度, 以及结构刚度的变化而变化。当山体处于临滑状态, 达到临界位移时, 即  $u = u_x$  时, 将式(23)代入式(26)可得到岩溶山体临界稳定性系数:

$$\text{FOS}^* = \left[ 1 - \frac{\sqrt{3\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \frac{e^{\frac{m_1+1}{m_1}} \left( e^{-\left(\frac{m_1+1}{m_1}\right)^{\frac{1}{m_1}} \left[ 1 - \frac{\sqrt{3\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{1}{2}} \right]} + k e^{-\frac{m_1+1}{m_1}} \right)}{\left[ 1 + k + \frac{2\sqrt{\chi}}{3} (m_1 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}. \quad (27)$$

## 2.2 岩溶管道贯通时的岩溶山体稳定性系数

当岩溶管道贯通时, 岩溶山体稳定性需考虑以下力学作用: 滑体自身重力  $G$ , 后缘管道所受到的静水压力  $U$ , 滑面管道所受到的静水压力  $V$ , 后缘管道拖曳力  $T_{G1}$ , 滑面管道拖曳力  $T_{G2}$ , 水锤作用力  $F_c$ , 如图 5 所示。

岩溶管道贯通时, 根据式(4)可知:

$$m_2 = \frac{G \sin a + T_{G2} + F_c}{G_c \frac{u}{h}}. \quad (28)$$

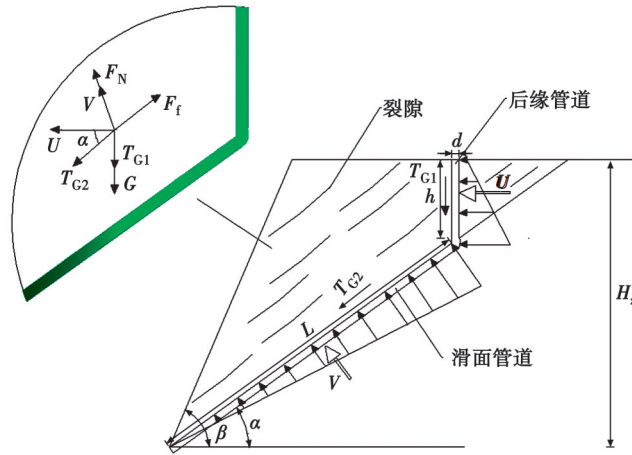


图5 管道贯通时受力分析

Fig. 5 Force analysis of pipeline during penetration

管道水锤是由于管道流速或流量随时间的变化引起的水压剧烈波动的现象<sup>[35-36]</sup>,众多学者都对输水管道的水锤作用进行了分析,而在西南山区局部暴雨气象条件下,当岩溶管道内流体的流速突然发生变化时,会导致管内压力突变,符合水锤现象。所以,当岩溶管道贯通且降雨快速汇流灌入时,水流初次进入到管道或者水位升降时,需考虑会增大下滑力,影响山体稳定的水锤作用力。根据 Kutta-Joukowski<sup>[37]</sup>公式,可求出水锤脉冲为

$$p = \rho c u_0, \quad (29)$$

式中: $p$ 为脉冲压强; $\rho$ 为流体密度; $u_0$ 流体平均流速; $c$ 为水锤波速。

水锤波速为

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_s^2} + \rho \beta_A, \quad (30)$$

式中: $c_s$ 为等熵声速,水为 1 481 m/s; $\beta_A$ 由岩体自身引起的可压缩性系数。假设,管道截面面积为  $A$ ,则可求出水锤作用力为

$$F_c = \frac{\rho c u_0}{A}. \quad (31)$$

将求出的水锤作用力与尖点突变模型相结合后得出的结论更准确也更符合具有深管道的岩溶山体稳定性研究。管道对降雨的响应相比较裂隙与孔隙来说更为迅速。此时,建立的力学模型将滑动面拟定为有岩溶管道发育的区段。

在这种情况下,建立岩质边坡总势能函数为

$$V_u = \int_0^u f_1(\omega) G_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_2}} L du - (G \sin a + U \cos a + T_{G2} + T_{G1} \sin a + F_c) u. \quad (32)$$

山体失稳时,岩体下滑产生的变形  $u$  发生突变,可选取  $u$  作为变量则当山体稳定时,有平衡曲面方程:

$$V'_u = f_1(\omega) G_1 \frac{u}{d} e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_2}} L - (G \sin a + U \cos a + T_{G2} + T_{G1} \sin a + F_c), \quad (33)$$

则有:

$$V''_u = f_1(\omega) G_1 \frac{uL}{d} \cdot e^{-\left(\frac{u}{u_0}\right)^{m_2}} \cdot \left( -\frac{m_2 u^{m_2-1}}{u_0^{m_2}} \right) \left( m_2 + 1 - \frac{m_2 u^{m_2}}{u_0^{m_2}} \right) = 0, \quad (34)$$

$$V'''_u = (m_2 + 1) - \frac{m_2 u^{m_2}}{u_0^{m_2}} = 0. \quad (35)$$

易知尖点处的位移为

$$u = u_x = \left( \frac{m_2 + 1}{m_2} \right)^{\frac{1}{m_2}} u_{0\circ} \quad (36)$$

将平衡曲面方程式(34),对变量  $u_x$  做泰勒展开,截取至三次项,化简为

$$\frac{1}{6} \frac{f_1(\omega) G_1 L e^{\frac{m_2+1}{m_2}} m_2 (m_2+1)^2}{d} \cdot \left[ \left( \frac{u-u_x}{u_x} \right)^3 + 6 \left( \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2}}}{f_1(\omega) G_1 L m_2 (m_2+1)^2} - \frac{1}{(m_2+1)^2} \right) \left( \frac{u-u_x}{u_x} \right) + \right. \\ \left. \frac{6}{m_2 (m_2+1)^2} \left( 1 + \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2}}}{f_1(\omega) G_1 L} - \frac{(G \sin a + U \cos a + T_{G2} + T_{G1} \sin \alpha + F_c) d e^{\frac{m_2+1}{m_2}}}{f_1(\omega) G_1 L u_x} \right) \right] = 0, \quad (37)$$

令  $x = \frac{u - u_x}{u_x}$ , 则上式变为

$$x^3 + ax + b = 0, \quad (38)$$

式中:

$$a = \frac{6}{m_2 (m_2+1)^2} (k - m_2), \quad (39)$$

$$b = \frac{6}{m_2 (m_2+1)^2} (k + 1 - \zeta), \quad (40)$$

$$k = \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2}}}{f_1(\omega) G_1 L}, \quad (41)$$

$$\zeta = \frac{(G \sin a + U \cos a + T_{G2} + T_{G1} \sin \alpha + F_c) d e^{\frac{m_2+1}{m_2}}}{f_1(\omega) G_1 L u_x}. \quad (42)$$

同理可得,当山体变形为  $u$  时,岩溶山体稳定性系数为

$$\text{FOS} = \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2} - \left( \frac{u}{u_0} \right)^{\frac{m_2}{m_2+1}}} u}{u_x \left[ 1 + k + \left( 2 \sqrt{\frac{\chi}{3}} / 3 \right) (m_2 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}. \quad (43)$$

则岩溶山体临界稳定性系数为

$$\text{FOS}^* = \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2} - \left( \left( \frac{m_2+1}{m_2} \right)^{\frac{1}{m_2+1}} \left[ 1 - \left( \sqrt{3\chi/3} \right) (m_2 - k)^{\frac{1}{2}} \right] \right)^{\frac{m_2}{m_2+1}}} \left[ 1 - \left( \sqrt{3\chi/3} \right) (m_2 - k)^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[ 1 + k + \left( 2 \sqrt{\frac{\chi}{3}} / 3 \right) (m_2 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}. \quad (44)$$

令式(26)(27)(43)(44)中:

$$A = \frac{e^{\frac{m_1+1}{m_1} - \left( \frac{u}{u_0} \right)^{\frac{m_1}{m_1+1}}} + k}{\left[ 1 + k + \left( 2 \sqrt{\frac{\chi}{3}} / 3 \right) (m_1 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}, \quad (45)$$

$$B = \frac{e^{\frac{m_2+1}{m_2} - \left( \frac{u}{u_0} \right)^{\frac{m_2}{m_2+1}}}}{\left[ 1 + k + \left( 2 \sqrt{\frac{\chi}{3}} / 3 \right) (m_2 - k)^{\frac{3}{2}} \right]}, \quad (46)$$

则可得表 1:



表1 岩溶山体稳定性系数  
Table 1 Stability coefficient of karst landslide

状态	FOS	FOS*
岩溶管道未贯通	$FOS=A \frac{u}{u_x}$	$FOS^*=A \frac{u^0}{u_x}$
岩溶管道贯通	$FOS=B \frac{u}{u_x}$	$FOS^*=B \frac{u^0}{u_x}$

由表1及式(12)、式(23)可知,当岩溶管道未贯通时 $u$ (平衡点位移) $=u^0$ (临界失稳点位移)时, $FOS=FOS^*$ ,山体处于临界失稳状态; $u>u^0$ 时, $FOS>FOS^*$ ,山体处于稳定状态; $u<u^0$ 时, $FOS<FOS^*$ ,山体处于失稳状态。同理,贯通时相同。基于尖点突变模型,可建立评判岩溶山体稳定性的能量准则。

由式(8)和式(28)可知 $m_2>m_1$ ,即岩溶管道贯通时的管道劣化系数大于岩溶管道未贯通时的管道劣化系数,其差值主要是由于管道拖曳力及水锤作用力的叠加;由式(37)可知,岩溶管道未贯通时, $FOS$ 、 $FOS^*$ 的计算公式中比贯通时多一项关于刚度系数 $k$ 的因子,且 $m_2>m_1$ ,可知 $A>B$ ,所以岩溶管道未贯通时的 $FOS$ 、 $FOS^*$ 值大于岩溶管道贯通时的值,也就是说岩溶管道贯通时山体状态更不稳定。其影响因素主要是刚度比 $k$ 、管道拖曳力 $T_0$ 以及水锤作用力 $F_c$ ,则岩溶管道流对岩溶山体的稳定性影响不容忽视。

### 3 实例分析

2009年6月重庆武隆鸡尾山发生大型山体滑坡,山体体积约为 $560 \times 10^4 \text{ m}^3$ ,岩层总体 $N35^\circ W$ 方向倾斜,倾角 $21^\circ$ ,其后缘发育拉张裂缝,底面受到软弱夹层的控制,后缘、侧面及前缘都均发育有岩溶管道。鸡尾山现场调查表明,滑坡后缘与侧壁管道发育,且以竖向垂直管道为主,最大管径可达1.5 m,如图6所示。在分析过程中,基于文献[14],采用了二维计算模型,将竖向岩溶管道概化为单裂隙管道模型,同时将管道发育引起的岩体强度劣化进行了参数修正,确保岩溶管道的岩体结构劣化作用与岩体参数弱化作用符合实际,保证了计算结果的可靠性。

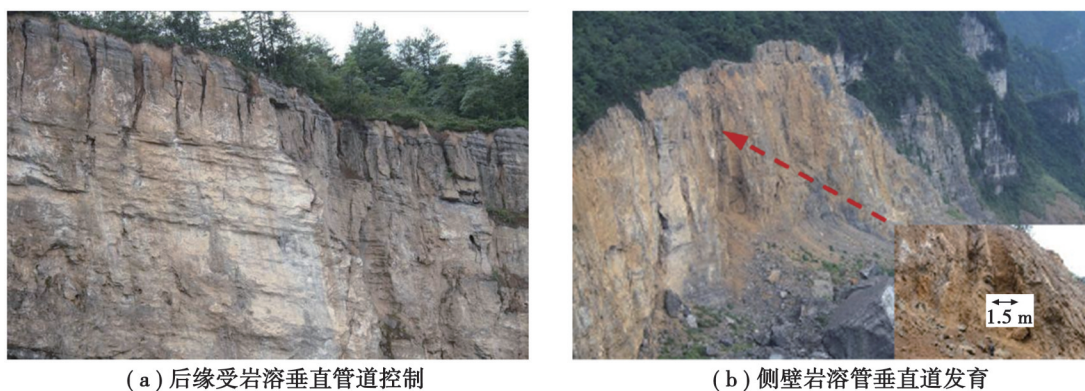


图6 鸡尾山滑坡岩溶发育带

Fig. 6 Development of karst zone of Jiwei Mountain landslide

根据文献[38]可确定鸡尾山山体不同地层岩体的基本强度参数,在应变硬化区,含水量 $\omega_1=0.25$ ,软化系数 $\eta_1=0.65$ ,剪切模量 $G_1=2.95 \text{ MPa}$ ;管道区段,含水量 $\omega_1=0.25$ ,软化系数 $\eta_2=0.65$ ,剪切模量 $G_2=2 \text{ MPa}$ ,根据强度参数以及尖点突变理论计算得出岩溶管道未贯通及贯通时的稳定系数与临界安全系数,将其与采用极限平衡法得出的结果进行对比,如表2所示。

表 2 岩溶山体稳定性系数计算  
Table 2 Stability coefficient of karst landslide calculation

管道状况	尖点突变理论		极限平衡法	
	FOS	FOS*	FOS	FOS*
岩溶管道未贯通	1.121	1.106	1.204	1
岩溶管道贯通	0.909	0.988	1.053	1

当岩溶管道未贯通时,基于尖点突变理论计算得出  $FOS > FOS^*$ , 山体稳定;采用极限平衡法计算得出  $FOS > 1$ , 山体稳定, 据此可知该山体稳定, 不会发生滑坡;当岩溶管道贯通时, 基于尖点突变理论计算得出  $FOS < FOS^*$ , 山体不稳定, 采用极限平衡法计算得出  $FOS > 1$ , 山体稳定, 二者计算结果相矛盾, 而根据滑坡发生后现场调研发现, 鸡尾山坡体后缘、侧壁及前缘挤压区都有不同程度的岩溶管道发育, 产生蠕变, 当管道贯通后, 鸡尾山坡体于 2009 年发生了失稳破坏, 表明基于尖点突变理论的能量准则能更好地验证地质结构复杂的岩溶山体稳定性, 可作为极限平衡力学分析方法的补充与验证。

4 结 论

文中针对灰岩山区山体滑坡, 从能量角度出发, 建立考虑岩溶管道流的地质力学模型与尖点突变模型, 提出了岩溶山体稳定性计算方法, 得到如下主要结论。

- 1) 基于尖点突变模型, 建立了评判岩溶山体稳定性的能量准则及考虑管道作用的 FOS 计算方法。当  $u(\text{平衡点位移}) = u^0(\text{临界失稳点位移})$  时,  $FOS = FOS^*$  山体处于临界失稳状态;  $u > u^0$  时,  $FOS > FOS^*$ , 山体处于稳定状态;  $u < u^0$  时,  $FOS < FOS^*$ , 山体处于失稳状态。
- 2) 管道未贯通与贯通时, 岩溶山体稳定性系数与刚度系数  $k$  及管道劣化系数  $m$  有关, 而  $k, m$  与含水量  $\omega$ 、管道发育状况及管道流作用有关, 即岩溶管道流对岩溶山体稳定性的影响不容忽视。
- 3) 鸡尾山滑坡实例计算表明, 基于尖点突变理论的能量准则能更好地验证滑面结构复杂的岩溶山体稳定性, 该方案适用于蠕滑变形阶段较长, 临滑突变先兆不明显的岩质斜坡稳定性分析, 可作为常规极限平衡力学分析方法的补充与验证。

参考文献

[ 1 ] 殷跃平. 斜倾厚层山体滑坡视向滑动机制研究: 以重庆武隆鸡尾山滑坡为例[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(2): 217-226.  
Yin Y P. Mechanism of apparent dip slide of inclined bedding rockslide: a case study of jiweishan rockslide in Wulong, Chongqing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(2): 217-226. (in Chinese)

[ 2 ] 李滨, 殷跃平, 高杨, 等. 西南岩溶山区大型崩塌灾害研究的关键问题[J]. 水文地质工程地质, 2020, 47(4): 5-13.  
Li B, Yin Y P, Gao Y, et al. Critical issues in rock avalanches in the karst mountain areas of southwest China[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2020, 47(4): 5-13. (in Chinese)

[ 3 ] 黄润秋. 20 世纪以来中国的大型滑坡及其发生机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 433-454.  
Huang R Q. Large-scale landslides and their sliding mechanisms in China since the 20th century[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 433-454. (in Chinese)

[ 4 ] 李滨, 王国章, 冯振, 等. 地下采空诱发陡倾层状岩质斜坡失稳机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(6): 1148-1161.  
Li B, Wang G Z, Feng Z, et al. Failure mechanism of steeply inclined rock slopes induced by underground mining[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(6): 1148-1161. (in Chinese)

[ 5 ] Kang Y, Zhao C, Zhang Q, et al. Application of InSAR techniques to an analysis of the Guanling landslide[J]. Remote sensing, 2017, 9(10): 1046.

[ 6 ] 郑光, 许强, 巨袁臻, 等. 2017 年 8 月 28 日贵州纳雍县张家湾镇普洒村崩塌特征与成因机理研究[J]. 工程地质学报, 2018, 26(1): 223-240.

- Zheng G, Xu Q, Ju Y Z, et al. The pusacun rockavalanche on August 28, 2017 in zhangjiawan nayongxian, Guizhou: characteristics and failure mechanism[J]. Journal of Engineering Geology, 2018, 26(1): 223-240. (in Chinese)
- [7] Xu Q, Zhang S, Li W L. Spatial distribution of large-scale landslides induced by the 5.12 Wenchuan Earthquake[J]. Journal of Mountain Science, 2011, 8(2): 246-260.
- [8] 冯振, 殷跃平, 蔡奇鹏, 等. 斜倾厚层山体滑坡启动机制的模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(S1): 2600-2604.
- Feng Z, Yin Y P, Cai Q P, et al. Model experimental study on the starting mechanism of inclined thick layer landslide[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(S1): 2600-2604. (in Chinese)
- [9] Chen Z Y, Meng X M, Yin Y P, et al. Landslide research in China[J]. Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 2016, 49(4): 279-285.
- [10] 殷跃平, 刘传正, 陈红旗, 等. 2013年1月11日云南镇雄赵家沟特大滑坡灾害研究[J]. 工程地质学报, 2013, 21(1): 6-15.
- Yin Y P, Liu C Z, Chen H Q, et al. Investigation on catastrophic landslide of January 11, 2013 at Zhaojiagou, Zhenxiong county, Yunnan Province[J]. Journal of Engineering Geology, 2013, 21(1): 6-15. (in Chinese)
- [11] 王章琼, 晏鄂川, 尹晓萌, 等. 层状反倾岩质边坡崩塌机理研究: 以湖北鹤峰红莲池铁矿边坡为例[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(7): 2295-2302.
- Wang Z Q, Yan EC, Yin X M, et al. Study on collapse mechanism of anti inclined rock slope: a case study of Honglianchi Iron Mine slope in Hefeng, Hubei Province[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014, 45(7): 2295-2302. (in Chinese)
- [12] 朱赛楠, 魏英娟, 王平, 等. 大型单斜层状基岩滑坡变形特征与失稳机制研究: 以重庆石柱县龙井滑坡为例[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(4): 739-750.
- Zhu S N, Wei Y J, Wang P, et al. Research on deformation characteristics and instability mechanisms of large monoclinallayered bedrock landslides: a case study of the Longjing landslide in Shizhu county, Chongqing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(4): 739-750. (in Chinese)
- [13] 崔光中, 于浩然, 朱远峰. 我国岩溶地下水系统中的快速流[J]. 中国岩溶, 1986(4): 65-73.
- Cui G Z, Yu H R, Zhu Y F. Rapid flow of karst groundwater system in China[J]. Carsologica Sinica, 1986, 5(4): 65-73. (in Chinese)
- [14] 赵瑞欣, 代玉婷, 李滨, 等. 考虑岩溶管道影响的山体滑坡稳定性研究[J]. 工程地质学报, 2024, 32(5): 1607-1617.
- Zhao R X, Dai Y T, Li B, et al. Study on the stability of landslide considering the effects of karst pipeline[J]. Journal of Engineering Geology, 2024, 32(5): 1607-1617. (in Chinese)
- [15] 高杨, 贺凯, 李壮, 等. 西南岩溶山区特大滑坡成灾类型及动力学分析[J]. 水文地质工程地质, 2020, 47(4): 14-23.
- Gao Y, He K, Li Z, et al. An analysis of disaster types and dynamics of landslides in the southwest karst mountain areas[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2020, 47(4): 14-23. (in Chinese)
- [16] 袁道先, 蒋勇军, 沈立成, 等. 现代岩溶学[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- Yuan D X, Jiang Y J, Shen L C, et al. Modern karst science[M]. Beijing: Science Press, 2016. (in Chinese)
- [17] 韩行瑞. 岩溶水文地质学[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- Han H R. Karst hydrogeology[M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [18] 冯振, 殷跃平, 李滨, 等. 重庆武隆鸡尾山滑坡视向滑动机制分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(9): 2704-2712.
- Feng Z, Yin Y P, Li B, et al. Mechanism analysis of apparent dip landslide of Jiweishan in Wulong, Chongqing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(9): 2704-2712. (in Chinese)
- [19] 谢和平, 鞠杨, 黎立云, 等. 岩体变形破坏过程的能量机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(9): 1729-1740.
- Xie H P, Ju Y, Li L Y, et al. Energy mechanism of deformation and failure of rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(9): 1729-1740. (in Chinese)
- [20] 郑颖人, 杨明成. 边坡稳定安全系数求解格式的分类统一[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(16): 2836-2841.
- Zheng Y R, Yang M C. Classification unification of calculation formulation for safety factor of slope stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(16): 2836-2841. (in Chinese)
- [21] 于斯滢, 邵龙潭, 刘士乙. 基于有限元极限平衡法的尾矿坝坝体稳定分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(4): 1185-1190.
- Yu S Y, Shao L T, Liu S Y. Stability analysis of tailings dam based on finite element limit equilibrium method[J]. Rock and Soil

- Mechanics, 2013, 34(4): 1185-1190. (in Chinese)
- [22] 宋盛渊, 王清, 潘玉珍, 等. 基于突变理论的滑坡危险性评价[J]. 岩土力学, 2014, 35(S2): 422-428.  
Song S Y, Wang Q, Pan Y Z, et al. Landslide hazard assessment based on catastrophe theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(S2): 422-428. (in Chinese)
- [23] 潘岳, 李爱武. 走滑式断层地震的折迭突变模型[J]. 应用数学和力学, 2010, 31(3): 324-336.  
Pan Y, Li A W. Fold catastrophe model of strike-slip fault earthquake[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2010, 31(3): 324-336. (in Chinese)
- [24] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 486-492.  
Qin S Q. Nonlinear catastrophe model of slope instability and chaotic dynamics mechanism of slope evolution process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(4): 486-492. (in Chinese)
- [25] 张蕊, 郭荣昌, 贺攀, 等. 基于改进突变理论的滑坡危险性评价[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2023, 34(1): 121-128.  
Zhang R, Guo R C, He P, et al. Landslide hazard assessment based on improved catastrophe theory[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2023, 34(1): 121-128. (in Chinese)
- [26] 杜文杰, 盛谦, 付晓东, 等. 地震作用下岩羊村滑坡稳定性与失稳机制研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(7): 2461-2469.  
Du W J, Sheng Q, Fu X D, et al. Dynamic stability analysis and failure mechanism of Yanyang village landslide under earthquake[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(7): 2461-2469. (in Chinese)
- [27] 梁桂兰, 徐卫亚, 何育智, 等. 突变级数法在边坡稳定综合评判中的应用[J]. 岩土力学, 2008, 29(7): 1895-1899.  
Liang G L, Xu W Y, He Y Z, et al. Application of catastrophe progression method to comprehensive evaluation of slope stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(7): 1895-1899. (in Chinese)
- [28] Hoek E, Bray J. Rock slope engineering[M]. London: The Institution of Mining and Metallurgy, 1977.
- [29] 殷有泉, 杜静. 地震过程的燕尾型突变模型[J]. 地震学报, 1994(4): 416-422.  
Yin Y Q, Du J. Dovetail catastrophe model of earthquake process [J]. Acta Seismologica Sinica, 1994 (4): 416-422. (in Chinese)
- [30] Thom R. Structural stability, catastrophe theory, and applied mathematics[J]. SIAM Review, 1977, 19(2): 189-201.
- [31] 郭牡丹, 朱泽声, 王述红, 等. 岩体非贯通结构面的岩桥贯通准则研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(8): 1513-1518.  
Guo M D, Zhu F S, Wang S H, et al. Coalescence criterion for ligament of rock mass containing discontinuous structural planes [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(8): 1513-1518. (in Chinese)
- [32] 秦四清. 非线性工程地质学导引[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993.  
Qin S Q. Nonlinear engineering geology guidance[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1993. (in Chinese)
- [33] 龙辉, 秦四清, 万志清. 降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 502-508.  
Long H, Qin S Q, Wan Z Q. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 502-508. (in Chinese)
- [34] Yang S Q. Crack coalescence behavior of brittle sandstone samples containing two coplanar fissures in the process of deformation failure[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(17): 3059-3081.
- [35] 孙建渊, 王灏. 输水管道水锤效应作用下斜拉桥结构动力响应研究[J]. 土木工程学报, 2017, 50(2): 82-87.  
Sun J Y, Wang H. Study on dynamic response of cable-stayed bridge under water hammer action in water pipeline[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, 50(2): 82-87. (in Chinese)
- [36] 席志德, 马建中, 孙磊. 空间管道的水锤效应的CFD研究方法[J]. 核动力工程, 2012, 33(6): 17-20.  
Xi Z D, Ma J Z, Sun L. Study on effect of water hammer in space pipe with CFD[J]. Nuclear Power Engineering, 2012, 33(6): 17-20. (in Chinese)
- [37] Limacher Eric J, Wood David H. An impulse-based derivation of the Kutta - Joukowsky equation for wind turbine thrust[J]. Wind Energy Science, 2021, 6(1): 191-201.
- [38] 邹宗兴, 唐辉明, 熊承仁, 等. 大型顺层岩质滑坡渐进破坏地质力学模型与稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(11): 2222-2231.  
Zou Z X, Tang H M, Xiong C R, et al. Geomechanical model of progressive failure for large consequent bedding rockslide and its stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(11): 2222-2231. (in Chinese)

(编辑 陈移峰)