

# 结构设计原理斜截面投影长度计算方法探讨

周光伟,陈昌萍,钱长照,吴 斌

(厦门理工学院 土木工程与建筑系,福建 厦门 361024)

**摘要:**在土木工程专业本科教学中,斜截面投影长度的计算是一个难点,也是一个重点。简支梁抗剪承载力复核时,首先必须要确定斜截面顶端的位置,即确定斜截面的投影长度。对现有的多种斜截面投影长度的计算方法进行了比较分析,并介绍了一种新的计算方法,并通过算例验证了其正确性。新计算方法概念清晰、计算简单,便于学生掌握和理解抗剪承载力复核计算的相关内容,对该部分内容的教学改革具有积极的意义。实践表明,新方法在木工工程专业本科教学实践中取得了良好的教学成果。

**关键词:**本科教学;抗剪承载力;投影长度;计算方法

**中图分类号:**TU311.4;G642 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2909(2012)01-0095-03

在土木工程专业路桥方向的结构设计原理教学中,抗剪承载力复核是教学重点,斜截面投影长度的确定是教学难点。按照现行公路规范进行斜截面抗剪承载力复核时,首先要确定斜截面的投影长度 $c$ 。《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》<sup>[1]</sup>给出了斜截面投影长度 $c$ 的建议公式,现有教材和文献<sup>[2-3]</sup>对简支梁斜截面投影长度的计算均采用了简化方法,得到投影长度的一个近似值,没有给出精确的计算方法。笔者在本科教学过程中结合例题的讲授给学生归纳了3种已有的方法,进而提出一个计算投影长度的精确方法,通过计算结果比较表明新方法计算过程简单方便,计算结果精确,在教学中取得了良好的效果。

## 一、斜截面投影长度近似计算方法介绍

《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》<sup>[1]</sup>给出计算斜截面投影长度的建议公式为:

$$c = 0.6mh_0 = 0.6 \frac{M_d}{V_d} \quad (1)$$

式中: $c$ 表示斜截面投影长度; $M_d$ 表示要复核斜截面顶端的弯矩; $V_d$ 表示斜截面顶端的剪力。由于 $M_d$ 和 $V_d$ 开始无法确定,故不能通过上式直接进行斜截面投影长度计算。现有教材和文献在进行斜截面抗剪承载力复核时斜截面投影长度的计算主要介绍了如下3种近似方法。

收稿日期:2011-11-29

作者简介:周光伟(1972-),男,厦门理工学院土木工程与建筑系讲师,博士,主要从事大跨径桥梁施工控制与检测以及桥梁抗震研究,(E-mail) gwzhou@xmut.edu.cn。

### (一) 试算法

试算法是首先假设斜截面顶端位置,然后由式(1)算出 $c$ ,从顶端反推出底端位置,正好要与预定的底端位置一致。该方法需要通过反复试算,直到算得的某一水平投影长度 $c'$ 值恰好或接近斜截面底端位置。该方法计算量大,且一般情况下得到是近似解。

### (二) $h_0$ 法

$h_0$ 法是取斜截面投影长度 $c'$ 值等于梁的有效高度 $h_0$ ,以此确定验算截面顶端的位置,进而验算该截面的抗剪承载力。该方法虽然计算简单,但计算结果误差较大。

### (三) $h_0$ 修正法

鉴于试算法太麻烦,而 $h_0$ 法计算结果误差又较大,教材也给出了 $h_0$ 修正法。 $h_0$ 修正法是先取 $c'$ 值等于 $h_0$ ,从而初步确定斜截面的顶端位置 $A$ ,然后根据弯矩方程和剪力方程算出 $A$ 处的弯矩和剪力,再通过式(1)算出投影长度 $c$ ,从而对斜截面的投影长度进行修正。该方法的计算过程的繁琐程度和计算精度均介乎试算法和 $h_0$ 法之间。

显然,上面3种方法均为投影长度计算的近似方法,试算法过程比较麻烦, $h_0$ 法虽然简单,但计算结果又太不精确,现有文献的投影长度计算一般采用 $h_0$ 修正法。

## 二、斜截面投影长度计算的精确方法

上面介绍的3种方法均是投影长度计算的近似方法,不便于学生的理解和应用,文章提出了一种适合于简支梁桥斜截面投影长度的精确计算方法。

对于跨径较小的简支梁桥,通常只需计算跨中截面的最大弯矩和支点截面及跨中截面的剪力,跨中与支点之间各截面的剪力可以近似地按直线规律变化,弯矩可假设按二次抛物线规律变化<sup>[3-4]</sup>,以简支梁的一个支点为坐标原点,其弯矩变化规律如图1和式(2)所示,剪力的变化规律如图2和式(3)所示。

$$M(x) = \frac{4M_{l/2}}{l^2}(lx - x^2), \quad (2)$$

$$V(x) = V_0 + (V_{l/2} - V_0) \frac{2x}{l}, \quad (3)$$

式中: $M_{l/2}$ 为主梁跨中最大弯矩设计值; $V_0$ 为主梁支点截面最大剪力设计值; $V_{l/2}$ 为主梁跨中截面最大剪力设计值; $l$ 为主梁的计算跨径。

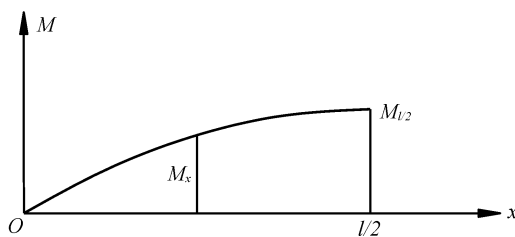


图1 弯矩变化规律图

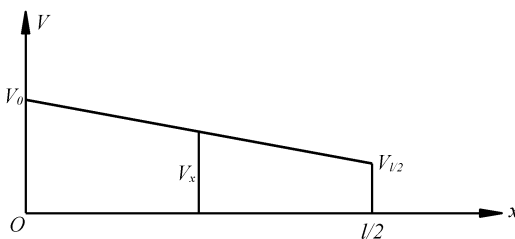


图2 剪力变化规律图

将式(2)、(3)代入式(1),可得斜截面投影长度 $c$ 的函数表达式为:

$$c(x) = 0.6 \frac{M_d}{V_d} = \frac{2.4M_{l/2}(lx - x^2)}{V_0 + (V_{l/2} - V_0) \frac{2x}{l}} \quad (4)$$

为使得验算斜截面的水平投影长度恰好等于斜截面底端 $A'$ 点与斜截面顶端 $A$ 点的水平距离,过斜截面底端 $A'$ 点作斜率为1的直线 $y = x - d$ ,如图3所示,其中 $d$ 为支点截面到复核位置底端的距离。因为 $|EF| = |GF|$ ,那么两线交点对应的 $c(x)$ 值即为所求的投影长度 $c$ 。具体计算公式推导如下:

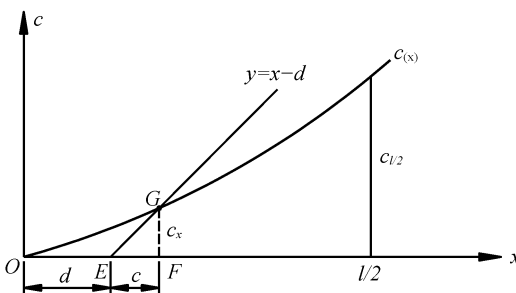


图3 投影长度计算示意图

令 $y = c(x)$ ,即

$$x - d = \frac{2.4M_{l/2}}{V_0 + (V_{l/2} - V_0) \frac{2x}{l}}(lx - x^2), \quad (5)$$

整理后得

$$\left[ \frac{2(V_0 - V_{l/2})}{l} - \frac{2.4M_{l/2}}{l^2} \right] x^2 + \left[ \frac{2.4M_{l/2}}{l} - \frac{2d(V_0 - V_{l/2})}{l} - V_0 \right] x + V_0 d = 0. \quad (6)$$

化为一元二次方程标准形式

$$Ax^2 + Bx + C = 0, \quad (7)$$

$$\text{式中, } A = \frac{2(V_0 - V_{l/2})}{l} - \frac{2 \cdot 4M_{l/2}}{l^2},$$

$$B = \frac{2 \cdot 4M_{l/2}}{l} - \frac{2d(V_0 - V_{l/2})}{l} - V_0,$$

$$C = V_0 d,$$

解方程得到  $x$  值后,投影长度为:

$$c = x - d. \quad (8)$$

### 三、算例分析

下面以《结构设计原理》<sup>[2]</sup>中的例题为例来验证文章提出方法的正确性,例题已知条件为:跨中弯矩设计值  $M_{l/2} = 2\ 200\ \text{kN} \cdot \text{m}$ ,  $l = 19.5\ \text{m}$ ,  $V_0 = 440\ \text{kN}$ ,  $V_{l/2} = 84\ \text{kN}$ 。

为了复核距支座中心为  $h/2$  处斜截面抗剪承载力,则取  $d = 0.65\ \text{m}$ ,由式(7)可以求得一元二次方程的系数为:

$$A = 22.627, B = -192.964, C = 286,$$

则标准的一元二次方程

$$22.627x^2 - 192.964x + 286 = 0,$$

解此方程可以得

$$x_1 = 1.91, \quad x_2 = 6.618 \text{ (舍去)}。$$

因此,由式(8)计算的投影长度为:

$$c = x - d = 1.91 - 0.65 = 1.26\ \text{m}。$$

采用  $h_0$  法,计算的投影长度为  $1.247\ \text{m}$ ,如果采用  $h_0$  修正法,计算的投影长度为  $1.254\ \text{m}$ ,文章中提出的方法计算结果为  $1.26\ \text{m}$ ,为投影长度的精确值。

通过该算例比较可知,试算法由于计算太麻烦,不适宜投影长度计算; $h_0$ 法虽然简单,但计算误差最大; $h_0$ 修正法尽管计算精度有所提高,但计算也较麻烦,而且计算结果也不是精确值;文章中提出的为精确算法,计算过程也十分简单方便,优于前面所提到的3种方法。

### 四、结语

通过文章中的分析和本科生的教学实践,可以得到以下结论。

(1)文章提出的斜截面投影长度计算方法概念清楚,计算过程简单,是投影长度计算的精确方法,特别适合于简支梁桥斜截面抗剪承载力的复核计算。

(2)在教学过程中,不拘泥于现有教材或文献的方法,大胆提出更好的计算方法,通过例题进行比较与归纳,将取得良好的教学效果。

### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国交通部. JTG/T D62 - 2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. 北京:人民交通出版社,2004.
- [2] 叶见曙. 结构设计原理[M]. 2版. 北京:人民交通出版社,2005.
- [3] 袁伦一,鲍卫刚.《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62 - 2004)条文应用算例[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
- [4] 陈宝春. 桥梁工程[M]. 北京:人民交通出版社,2009.

## A new method for calculation of projection length of diagonal section

ZHOU Guang-wei, CHEN Chang-ping, QIAN Chang-zhao, WU Bin

(Faculty of Civil Engineering, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, P. R. China)

**Abstract:** During undergraduate teaching process of civil engineering, calculation of projection length of diagonal section is a difficulty and also a key content. Defining the top position of the diagonal section is the first step when checking the simply supported beam's shear capacity, namely, confirming projection length of diagonal section. Current textbooks explained various methods about calculation of projection length of diagonal section. We compared and summarized current calculation methods and presented a new accurate method which had been verified. The concept of the method is clear and the calculation is simple. Therefore, it is convenient for students to understand and master the content related to check shear capacity of diagonal section and has positive significance for teaching reform. Practice shows that the method achieved effective results in undergraduate teaching of civil engineering.

**Keywords:** undergraduate teaching; shear capacity; projection length; calculation method