

doi:10.11835/j.issn.1005-2909.2015.05.019

基于分层总和法的地基沉降计算 教学反思

沈扬, 杜文汉, 邱晨辰

(河海大学 土木与交通学院, 江苏 南京 210098)

摘要:目前, 工程中计算地基沉降常使用规范推荐方法, 而各类土力学教材所用的方法却不尽相同, 或者直接介绍分层规范推荐方法, 或者根据分层总和法的基本原理进行讲解。总体而言, 各类教材对此处知识的介绍侧重不同, 对沉降计算整体知识框架关注不够。通过比较规范推荐方法与土力学教材中常用的一般原理法, 建立两种方法的联系, 同时进行教学反思, 以期找到一种更好的教学方法, 从原理上讲解工程中所使用规范方法的具体内涵, 帮助学生理解沉降计算知识体系。

关键词:分层总和法; 规范; 沉降计算; 教学方法

中图分类号: G642; TU470

文献标志码: A

文章编号: 1005-2909(2015)05-0079-05

土力学是土木工程专业重要的基础课。它既有高等数学、理论力学、材料力学等基础课程的理论性, 又是解决实际工程问题的基础, 有较强的应用性, 因此, 在教学中必须将这两者有机结合。

以沉降计算的讲解为例, 教材涉及的一般理论方法和工程中的规范方法, 在课堂教学和工程应用中有着计算思想上前后承接的关系, 但是在具体应用过程中又有明显的不同。地基沉降计算方法包括一般分层总和法(下文简称“一般法”), GB50007-2002《建筑地基基础设计规范》推荐法(下文简称“02规范法”)和 GB50007-2011《建筑地基基础设计规范》推荐法(该规范于2012年正式施行, 下文简称“12规范法”)。对于一般法和规范法而言, 一般法常见于土力学教材之中, 该方法将地基每一分层的土体所受应力简化为线性, 重在讲明方法的原理所在, 削弱了计算结果的可靠性, 在工程中不宜使用; 规范法在公式推导过程中利用较为精确的微积分思想, 并通过化简得到了可以利用查表法计算的公式, 但对于公式中符号的含义则需要更多的解释。在课堂上讲授该知识点时, 若仅仅讲授原理, 而不提及工程应用的规范法, 学生固然可以理解分层总和法的原理, 但就实际应用而言必然会出现理解上的欠缺; 反之, 仅讲授规范法, 学生虽然可以利用当前的规范进行地基沉降计算, 只能从公式上看出方法的不同, 对规范从02版到12版改进的原理不明白, 这难免会造成机械使用,

收稿日期: 2015-03-14

基金项目: 住建部高等教育教学改革项目土木工程专业卓越计划专项; 江苏高校品牌专业建设工程一期项目(PZY2015B142)

作者简介: 沈扬(1980-), 男, 河海大学土木与交通学院副院长, 教授, 博士, 主要从事岩土工程研究, (E-mail) shenyang1998@163.com。

导致误解概念。在全面进行现代化建设的当今,工程建设必然需要更多杰出的工程师,而眼下在课堂上学习的学生必将成为国家的未来建设者。由此可见,在课堂讲授时,统筹兼顾各知识点、注重知识的完整性和系统性非常重要。文章以沉降计算为例,兼顾考虑基本理论和规范方法,注重讨论其中的逻辑承接,以期将沉降计算的整体架构予以说明。

一、分层总和法简介

分层总和法的概念:在地基可能产生压缩的土层深度内,按土的特性和应力状态的变化将地基分为一定厚度的若干层,对每一分层分别计算其压缩量 S_i ,最终计算各分层的压缩量的总和,即得到地基表面的最终沉降量 $S^{[1]}$ 。

分层总和法之所以成立是建立在一系列假设之上:

假设1,地基土受荷后不能发生侧向变形;

假设2,按基础底面中心点下附加应力计算土层分层的压缩量;

假设3,基础最终沉降量等于基础底面下压缩层范围内各土层分层压缩量的总和。

根据以上假设,我们可以计算得到求土体压缩量最基本的微分表达式:

$$ds = \varepsilon_z dz = \frac{\sigma_z}{E_{si}} dz \quad (1)$$

式中, ds 为土层微元压缩量; ε_z 为土体的竖向应变; dz 为土层微元厚度; σ_z 为土层的附加应力; E_{si} 为第 i 分层土的压缩模量。

在从原理上分析分层总和法时,往往把重点放在总体计算思想的把握上,采用离散的方式进行粗略计算。根据参数之间的相互转化,计算地基沉降的公式如下:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_{si}} \Delta p_i h_i \quad (2)$$

式中, S 为地基的最终沉降量; S_i 为第 i 分层土的沉降量; n 为地基分层数; Δp_i 为第 i 分层土的应力变化量; h_i 为第 i 分层土的原始厚度($h_i \leq 0.4b$, b 为基础宽度)。

该方法从理论框架上讲清了分层总和法的原理,但在计算时其假定附加应力在各个土层中呈线性分布,即该层的代表性附加应力大小为土层上、下表面处附加应力的平均值,因此在计算土体整体沉降量时,各土层的附加应力值之间是不连续的,是离散的。由此可以看出,虽然该方法传达了分层总和法的思想,但所涉及的计算模型对土层中的应力分

布情况作出了很大的简化,因此其计算结果并未达到工程要求的精确程度,往往会引起较大的误差。该方法利于课堂教学,既可以讲清分层总和法的原理,也不会因为繁琐的计算而使初学者对分层总和法望而却步;但是,由于该方法的计算模型粗糙,不能应用到工程实际中去,也给学生走出课堂走向实践带来了不便。当然,有些土力学教材使用规范法对该知识点进行了说明,但由于规范法公式复杂,涉及到的参数较多,往往使得初学者难以理解,在利用规范法计算时只能简单复制,停留在“知其然不知其所以然”的状态。对此,笔者从式(1)的微元体方程入手,逐步分析教材中常使用的一般分总和法与工程应用的规范推荐方法的关系,以期搭建起从课堂到实践的桥梁,找到规范推荐法的新旧变化。

二、规范法计算公式的推导过程

如上文所述,一般法产生误差的原因很大程度上是选取了“离散型”的附加应力值,因此,在工程中,我们常常采用国家规范推荐的方法进行地基沉降计算,以提高计算精度。规范法在计算地基沉降时舍弃了“线性”的近似计算手段,而是利用了较为精确的微积分思想将其代替。02 规范法的具体计算公式如下式^[2](3):

$$S = \psi_s S' = \psi_s \sum_{i=1}^n S_i \\ = \psi_s \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \cdot \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \cdot \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (3)$$

式中, ψ_s 为经验系数修正; S' 为理论计算沉降量; p_0 为基础底面附加应力; z_i 为基底至第 i 土层底部的距离; $\bar{\alpha}_i$ 为基础底面计算点至第 i 层底面范围内平均附加应力系数,通过查表而得。

可以看出,规范法的公式较为复杂,直接讲授规范法并不利于学生理解。因此,在讲授的过程中需要对计算式的推导加以说明,也需要指出式中相关参数的具体含义,以及规范法与一般法不同之处。它们的区别不仅表现在计算公式的复杂程度上,更在于计算结果的精度不一样。之后规范法虽有更新,但仅仅是化简技巧上的变化,而并非计算思想上的改动。

从本质上讲,规范法也是分层总和法的一种,因此整体思路也满足上述假设,先求单层沉降量,再求各分层沉降量之和。

根据微积分的思想,对上式(1)进行积分运算,可以得到第 i 层土的完整压缩量:

$$S_i = \int_{z_{i-1}}^{z_i} ds = \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{\sigma_z}{E_{si}} dz = \frac{1}{E_{si}} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \sigma_z dz \quad (4)$$

与前文所述一般法相比,此处利用微积分式代替了上述离散式的计算手段,更精确地表达了由于附加应力改变引起的土体压缩,虽然看似复杂,但计算原理一致。

从上式(4)中可知 σ_z 是求解压缩量的关键。地基中的附加应力 σ_z 常采用布辛涅斯克解^[3],其表达式如下:

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \left[\arctan \frac{n}{m \sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{mn(1+n^2+2m^2)}{(m^2+n^2)(1+m^2)\sqrt{1+m^2+n^2}} \right] p_0 \quad (5)$$

式中, m 为第 i 层下边界深度 z 与基础底面短边 b 一半的比值, $m = 2z/b$; n 为基础底面长边 l 与短边 b 的比 $n = l/b$ 。

经过字母代换后可看出 σ_z 与 m 、 n 相关,则式(4)可简化写为:

$$S_i = \frac{p_0}{E_{si}} \int_{z_{i-1}}^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz \quad (6)$$

由于该式中出现了 z_i 、 z_{i-1} 、 $2z_i/b$ 、 $2z_{i-1}/b$ 、 l/b 共 5 个参数,作为应用而言,即使是复杂的计算,最终仍要回归于比较简洁的数据处理,查表法便是工程中常用的方法之一,而查表计算作为一种二维平面处理数据的方式,通过 5 个参数确定一个变量是不合实际的,因此需对其进行必要的简化。根据等效的数学变形,式(6)可变形为:

$$S_i = \frac{p_0}{E_{si}} \int_{z_{i-1}}^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz = \frac{p_0}{E_{si}} \left[\int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz - \int_0^{z_{i-1}} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz \right] \quad (7)$$

该式由两个定积分式组成,但计算形式相同,积分上限不同,因此以其中一个为例继续计算。记:

$$A_{oi} = p_0 \int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz \quad (8)$$

该积分式有 z_i 、 $2z_i/b$ 、 l/b 共 3 个参数,距离最终化简到 2 个参数的目标只有一步之遥。不过“这一步”其实有着多种途径可以选择,02 规范法是其中的一种化简方式。在讲授化简过程中不妨引导学生对多种可能性进行思考,启发学生以工程师的角度看待问题。

02 规范法选择的化简变形如下:

$$A_{oi} = p_0 \int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz =$$

$$p_0 z_i \int_0^{z_i} \frac{b}{2z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) d\frac{2z}{b} \quad (9)$$

记:

$$\bar{\alpha}_i = \int_0^{z_i} \frac{b}{2z_i} \cdot f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) d\frac{2z}{b} = \frac{A_{oi}}{p_0 z_i} \quad (10)$$

式中, $\bar{\alpha}_i$ 为基础底面计算点至第 i 层底面范围内平均附加应力系数,通过 $2z_i/b$ 、 l/b 查表确定得到。

再将式(9)和式(10)带入式(7)得:

$$S_i = \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \cdot \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \cdot \bar{\alpha}_{i-1}) \quad (11)$$

利用经验系数修正,得到如式(3)所示的 02 规范法推荐的最终沉降量计算公式。

与一般法相比,该方法运用微积分的思想,无疑保证了计算的精度。同时,规范法引入了查表的计算方法,从计算角度而言减少了工作量。从整体教学框架而言,首先介绍一般法,利用浅显易懂的计算讲明分层总和法的原理,使学生由浅入深,从较为简单的沉降计算表达式入手,同时融入微积分思想于其中,通过一步步的推导得到最后的规范法计算公式。学生在最后利用规范法查表计算时,不仅能够知其然,也能知其所以然。在讲授的过程中注重知识点的前后衔接,说明一般法与规范法的层进关系,从而使学生在课堂上理解规范法的原理,在规范进步更新时不至于概念误用。

三、规范法改进以及由此引起的反思

随着时代的进步,规范也在一步步的完善。顺应时代的需要,12 规范法应运而生。具体计算公式如下式(12)所示^[4]:

$$S = \psi_s S' = \psi_s \sum_{i=1}^n S_i = \psi_s \cdot b \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (K_i - K_{i-1}) \quad (12)$$

式中, K_i 为矩形面积上均布荷载作用下中心点下沉系数,根据查表确定得到。

在新规范中,学生面对公式中出现的新参数,往往更关心 12 规范法与 02 规范法的差异。因此,在分析 12 规范法时,应启发学生思考规范的改进之处,究竟是计算原理的改进,还是计算精度或计算便捷度的提升,从而引导学生以更开阔的眼界学习规范。

其实,与 02 规范法相比,12 规范法依然利用了微积分的计算思想,计算精度也相同,但其最终表达式之所以不同,是因为对式(8)化简的方法不同,从

而提升了计算速度。12 规范法选择的化简方式如下:

$$A_{0i} = p_0 \int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) dz = \frac{p_0 b}{2} \int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) d\frac{2z}{b} \quad (13)$$

回顾 02 规范法中选择的化简方式,如式(9)所示,将参数 b 放到积分式里并通过配凑一个 z_i 达到仅剩两个参量的目的,但该方法却略显繁琐,不如 12 规范法化简直接。从表面看是数学推导过程选择不同,实际上是在充分理解公式含义基础之上的改进。

根据式(13),令:

$$K_i = \frac{1}{2} \int_0^{z_i} f\left(\frac{2z}{b}, \frac{l}{b}\right) d\frac{2z}{b} \quad (14)$$

式中,矩形面积上均布荷载作用下中心点下沉降系数 K_i 可以根据 $2z_i/b, l/b$ 查表确定得到。

再将式(13)和式(14)带入式(7)中,得到第 i 层土压缩量为:

$$S_i = \frac{bp_0}{E_{si}} (K_i - K_{i-1}) \quad (15)$$

利用经验系数修正,得到 12 规范的推荐计算公式。

比较新旧规范法的区别可以看出,新版规范的进步之处在于使得实际计算更为便捷,而并非计算思想的不同。在讲授沉降计算时,从基本原理入手,逐步深入,并对规范法中的符号加以说明。

从上述推导不难发现,一个小小的改变可以成为应用上的进步,但在工程应用中很少会关心规范是如何改进的,而在课堂上就需要教师指明这种改进是如何而来。学生作为今天课堂上的学习者,也是明天国家的建设者,更是未来规范的制定者。现在的规范不能由昨日的砖瓦搭砌,未来的工程也不

能受制于传统方法的约束。如果目前的教学缺少了对方法原理解释,或是缺失了原理外对方法的阐述,知识点体系便不能很好地搭建。笔者所想表达的教学思想也在于此,把知识点的原理加以剖析,将现行的规范方法加以拆解,搭建起健全的知识体系,使得学生从细节上理解方法的含义,从宏观上把握学科进步的方向,把如今课堂的进步转化为将来规范的不完善。

四、结语

笔者详述了计算沉降的分层总和法,分析了一般法、02 规范法、12 规范法不同,从计算思想、计算方法等角度辨析了它们之间的差异和联系。在课堂教学中,教师不但要传授教材中的方法,也要指出一种思路供学生思考;当教材内容与工程实际有所出入时,应当引导学生关注工程应用,不但做到“鱼渔兼授”,使学生在课堂中真有所得;同时也要注重培养学生对系列问题的反思,做到融会贯通,面对规范时能够理解其中的原理,应用时不至于生搬硬套。文章以地基沉降计算为例,通过推导地基沉降的计算公式,分析理论公式与工程应用公式的相互关系,指出这种教学思想的关键,在讲授其它知识点时能够兼顾理论与实践,注重知识体系的完整传授。

参考文献:

- [1] 卢廷浩. 土力学[M]. 2 版. 南京: 河海大学出版社, 2005.
- [2] 中国建筑科学研究院, 等. GB50007-2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑出版社, 2002.
- [3] 郭继武. 地基基础设计禁忌与疑难问题对策[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.
- [4] 中国建筑科学研究院, 等. GB50007-2011 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑出版社, 2011.

Teaching reflection in the foundation settlement of layer-wise summation method

SHEN Yang, DU Wenhan, QIU Chenchen

(College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, P. R. China)

Abstract: At present, recommended methods of standard documents have been widely used in foundation settlement. But teaching materials of soil mechanics choose different methods as the examples, which introduce recommended methods of standard documents directly or only pay attention to the principle. Above all, the attention of the foundation settlement frame is lacking, which cannot be drawn both to the recommended methods and the principle. Under this circumstance, a kind of new teaching method is put forward which connect recommended methods and the principle and keep a watchful eye on both, helping students understand the frame of foundation settlement.

Keywords: layer-wise summation method; standard documents; settlement of foundation; teaching method
(编辑 梁远华)