

doi:10.11835/j.issn.1005-2909.2017.02.024

欢迎按以下格式引用:钟源,任晓崧. 培养拓展性思维的教学探索——以阻尼比对单自由度体系动力响应影响为例[J]. 高等建筑教育. 2017,26(2):093-097.

培养拓展性思维的教学探索

——以阻尼比对单自由度体系动力响应影响为例

钟源,任晓崧

(同济大学 土木工程学院,上海 200092)

摘要:土木工程属于相对比较传统的专业,主干课程以数学、力学和结构类课程为主,在课程教学中开展培养拓展性思维的教学探索,强调所学知识的综合应用。文章以工程结构中常见的单自由度体系动力响应为例进行探讨,该内容是结构动力学、建筑结构抗震等课程的基础内容。单自由度体系动力方程可简化为二阶微分方程,常见情况下阻尼比小于0.2,增大阻尼可以减小结构动力响应,课程教学中针对这个一般意义上的普通命题开展拓展性思维训练,由助教牵头学生提出问题、查阅资料并解决问题,讨论了一般小阻尼情况下的结构响应变化情况,分析了临界阻尼和过阻尼情况下阻尼与结构响应的关系,从而帮助学生正确认识阻尼在结构动力响应分析中的影响。

关键词:拓展性思维;教学探索;单自由度体系;阻尼比;动力响应

中图分类号:G642.0

文献标志码:A

文章编号:1005-2909(2017)02-0093-05

土木工程专业类课程一般涉及力学类课程、结构类课程等内容,还和现行的各种结构规范、规程密切相关,学习内容多,难度大^[1]。传统的课堂教学多以书本为主,在学生课外拓展性内容方面关注不足。实践表明,在课程中适当补充延伸性内容,提出问题,并鼓励学生查阅相关资料,结合相关数学工具和已有知识基础进行课外拓展性思维训练,有助于学生全面理解和把握课程内容,提高学习效果。

单自由度体系动力响应分析是建筑结构抗震和结构动力学等课程的重要内容,在实际教学中主要讨论小阻尼情况。文章以不同阻尼情况下的单自由度体系动力响应分析为例,开展拓展性思维教学探索,由课程助教牵头协助学生查阅汇总相关资料,以高等数学知识进行对比分析,讨论阻尼比对体系动力响应的影响。

一、单自由度体系动力响应教学的主要内容

在单自由度体系动力响应的教学中一般采用黏滞阻尼理论。如图1所示,取质点 m 为隔离体,该质点上作用有三种力:弹性恢复力 $F_s(kx(t))$ 、阻尼力 $F_D(\dot{cx}(t))$ 和惯性力 $F_I(kx(t))$ 。根据达朗贝尔(D'Alembert)原理建立运动方程

收稿日期:2016-05-22

作者简介:钟源(1994-),男,同济大学土木工程学院硕士生,主要从事结构振动控制研究,(E-mail)tjt-

mzy@163.com。

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = -m \ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

为便于求解,将上式改写并归结为二阶常系数线性微分方程的求解^[2]。

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = \ddot{x}_g(t) \quad (2)$$

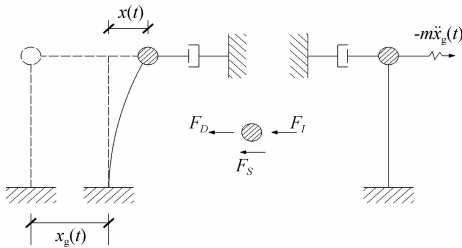


图1 单质点弹性体系运动状态

由高等数学微分方程理论可知,式(2)的解包含两部分:一部分是对应齐次微分方程的通解,表示自由振动;另一部分是对应微分方程的特解,表示强迫振动。

对于自由振动部分的求解,由高等数学相关知识可知:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[x_0 \cos\omega_d t + \frac{(v_0 + \xi\omega_n x_0)}{\omega_d} \sin\omega_d t \right] \quad (3)$$

其中, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, 为无阻尼固有圆频率; ξ 为系统阻尼比,一般情况下小于1; $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$, 为有阻尼固有圆频率。假定初始位移 $x|_{t=0} = x_0$, 初始速度 $v|_{t=0} = v_0$ 。

对于强迫振动部分的求解,将外激励看作是无穷多个连续作用的微分脉冲,根据动量定律和自由振动响应的求解过程可知:

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

式(4)即为初始时刻处于静止状态的单自由度体系在地面运动 $x_g(t)$ 作用下的位移响应,通称为 Duhamel 积分^[3],与自由振动部分之和即为结构总响应。

以自振周期为 0.5 s、阻尼比为 0.05 的单自由度体系在简谐激励和地震激励作用下的响应对比为例。学生利用 MATLAB 软件所作的体系在周期为 0.45 s 简谐激励作用下的加速度、位移响应如图 2 所示,同时对于上述单自由度,指导学生利用 MATLAB 软件中的卷积函数进行求解,其在 El Centro 地震记录(其峰值由原始记录的调整为)作用下的加速度、位移响应如图 3 示意,比较这两张图,可见其结构响应要小于周期为 0.45 s 的简谐激励所引发的结构响应,这是因为简谐激励的频率为 0.45 s,非常靠近结构自振频率,更易激发结构的共振效应^[4]。

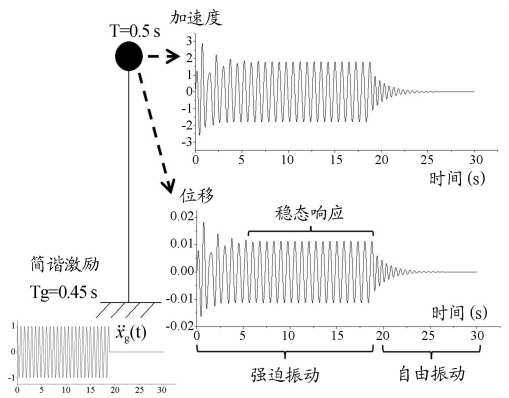


图2 正弦激励下的结构响应

一般情况下建筑结构的阻尼比为 0.02 ~ 0.05, 在抗震规范^[5]中,结构阻尼比最大取 0.2,课程教学内容一般认为增大阻尼可以减小结构加速度及位移响应。课程教学中针对这个普通命题开展拓展性思维训练,引导学生思考以下问题:

(1) 一般建筑结构的阻尼比为 0.02 ~ 0.05,通常可不考虑阻尼对结构自振频率和结构响应的影响,但是当阻尼比超过 0.2 但不大于 1 时,是否需要考虑这种影响?

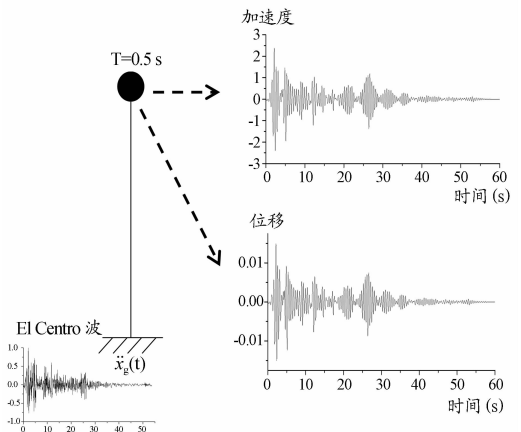


图3 El Centro 地震记录下的结构响应

(2) 回顾前面的方程,学生发现初始条件会对单自由度体系自由振动响应产生一定的影响,那么是否意味着结构在临界阻尼情况下的自由振动响应一定比过阻尼情况小呢?

(3) 如果不失一般性地将强迫振动纳入考虑范围内,那么单自由度体系的阻尼比对外激励作用引起的加速度和位移响应又会有何影响?

对于这三个问题,通过教与学互动的方式引导学生回顾以往所学高等数学微分方程知识,并查阅课外文献资料,指导学生编写相关的 MATLAB 程序进行对比分析,进行课外拓展性思维训练。

二、相关高等数学知识回顾

1. 临界阻尼(阻尼比 $\xi = 1$)情况

对于临界阻尼情况^[6],式(1)只给出一个解,回顾高等数学知识可假设解的形式为

$$x = (C_1 + C_2 t)e^{-\xi\omega_n t} \quad (5)$$

考虑初始条件后,可得到临界阻尼体系的响应为

$$x_L = e^{-\omega_n t} [x_0 + (v_0 + \omega_n x_0)t] \quad (6)$$

2. 过阻尼(阻尼比 $\xi > 1$) 情况

对于过阻尼情况,由于会出现虚根,回顾高等数学知识,令

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (7)$$

则过阻尼系统的响应可以写成如下形式:

$$x_C = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 \cosh\omega_d t + C_2 \sinh\omega_d t) \quad (8)$$

其中, C_1 和 C_2 取决于初始条件。

如图4所示,一般情况下,在弱阻尼情况中,运动是幅值衰减的摆动,临界阻尼系统不发生摆动,幅值衰减较快,过阻尼系统也不发生摆动,幅值是慢慢地衰减。

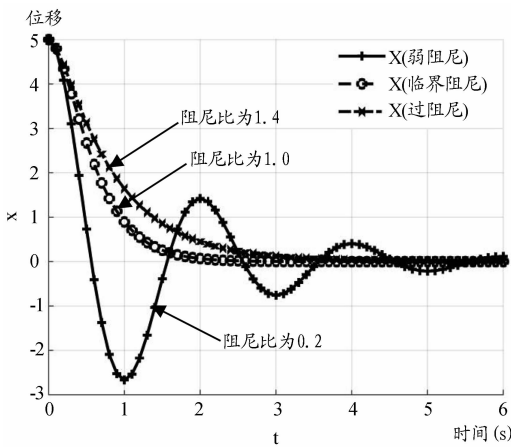


图4 单自由度体系取不同阻尼比的响应

三、阻尼比对单自由度体系动力响应影响分析

科技文献的查阅和写作能力是作为卓越土木工程人才的一项基本素质,应在大学阶段的专业课学习中得到重视和培养^[7],为日后工作打好基础。针对前述的3个问题,在课程中通过引导学生查阅相关资料,组织学生利用课外时间系统学习和应用MATLAB软件相关知识^[8],并利用该软件编制对应程序进行数值模拟试验,最后指导学生对模拟结果进行对比分析得出结论,以期帮助学生更好拓展理解课程内容。

1. 阻尼比对结构自振圆频率的影响

在小阻尼情况下的较大阻尼比(0.2~1)对结构自振圆频率的影响探究过程中,学生发现理论上阻尼比可取大于0.2甚至超过1的值。随着近年来各类阻尼器在建筑结构中越来越广泛的应用,研究结构在较大阻尼下的情况更加重要,因此建议学生在阻尼比为0.05~0.9时对结构自振圆频率的影响进行探索,为方便起见,将结构自振周期取为1s,结果如表1所示。

表1 阻尼比对结构自振周期的影响

阻尼比 ξ	无阻尼自振周期 T_n (s)	有阻尼自振周期 T_d (s)	放大倍率 T_d/T_n
0.05	1	1.00	1.00
0.2	1	1.02	1.02
0.5	1	1.15	1.15
0.8	1	1.67	1.67
0.9	1	2.29	2.29

从表1中可以看到,随着阻尼比变大,结构自振周期也在变大,当阻尼比超过0.5时,结构自振周期将会增大15%以上。一般课程中关注的是反应谱教学,即关注结构自振周期与最大响应之间的关系。学生结合反应谱理论发现,在阻尼比小于0.2情况下,由于阻尼比对结构自振周期影响不大,反应谱理论下的结构最大响应差别也不大。但当阻尼比的增大引起较大周期变化时,应用反应谱理论会对结构最大响应进行调整,所得到的结构响应与实际响应可能相差较大。这部分应作为课程教学中的拓展性内容,帮助学生更全面地理解反应谱理论。

2. 阻尼比对单自由度系统在不同初始条件下的自由振动响应影响

对于过阻尼和临界阻尼情况下的自由振动响应分析,原所佳^[9]、周蓉娟^[10]、王明勇^[11]及王培霞^[12]等对不同初始条件下的响应做了分析,但尚有其他情况需要考虑。

为研究单自由度体系在不同初始条件下的自由振动响应,组织学生利用MATLAB软件编制相应程序,通过改变参数实现各类情况的振动曲线绘制对比,直观起见,实际编程操作中建议单自由度体系的无阻尼固有圆频率取 $\omega_n = \pi$,由式(4)和(6),对 $v_0 = -\omega_n x_0$ 和 $v_0 = -(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0$ 两种临界情况进行分析。

学生在实际编程绘图中发现,在一般情况下(如只有初速度或初位移),随阻尼的增加结构位移的确会减小,且临界阻尼情况下振幅衰减速度最快(图5)。在振动曲线绘制过程中,引导学生适当调整结构初速度 v_0 和初位移 x_0 ,学生发现过阻尼曲线较快回到平衡位置,且不出现反向位移,而临界阻尼曲线则穿过平衡位置并出现反向位移(图6)。

学生进一步结合数学公式和程序实例分析发现:当 v_0 处于 $-(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0$ 附近时,过阻尼曲线会出现较快回到平衡位置的特殊情况,且无反向位移,而临界阻尼曲线则越过平衡位置并有反向位移,同时虽然过阻尼情况下的阻尼比大于临界阻

尼,但结构衰减后期的响应反而会出现比临界阻尼大的现象。结合数学与编程知识进行拓展性思维,学生能够更深刻地理解阻尼比对单自由度系统在不同初始条件下自由振动响应的影响。

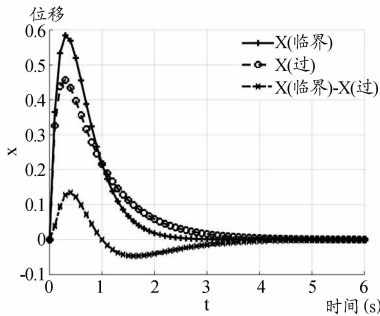


图5 当 $x_0 = 0, v_0 = 5$ 时

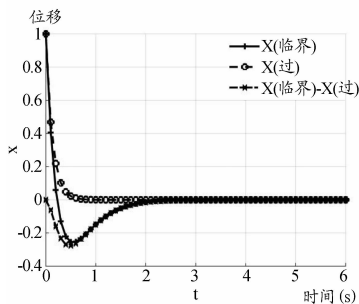


图6 当 $v_0 = -(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n x_0$ 时

3. 阻尼比对单自由度体系在外激励作用下引起的加速度和位移响应影响

一般情况下,增加结构阻尼比有利于减小结构在地震响应下的位移和加速度响应。然而在结构自振周期较大的情况下,增大阻尼比是否依然对减小外激励作用引起的加速度和位移响应有积极作用呢?

在以上问题的基础上,引导学生查阅相关论文后发现,在地震作用下,对于刚性结构(自振周期小于1.5 s),其位移和加速度响应均随结构阻尼比增大而减小,而对于柔性结构(自振周期大于1.5 s),其位移响应依然随着结构阻尼比的增大而减小,而加速度响应却出现不同于一般情况的放大现象^[13]。

为此学生利用 MATLAB 软件编制 Duhamel 积分程序,以简谐激励作用下单自由度体系的加速度、位移响应为例进行探索。实际编程过程中建议学生取简谐激励为正弦激励,其频率为 2 Hz,持续时间为 0 ~ 19 s。单自由度体系自振周期取 2.5 s,研究阻尼比分别取 0.05 和 0.4 时简谐激励对结构加速度和位移响应的影响。最终学生做出了阻尼比为 0.05 和 0.4 的单自由度体系响应结果,分别如图 7 和 8 所示,其中图 8a 为加速度响应,图 8b 为位移响应。从图 7 和 8 位移响应部分发现,在简谐荷载作用下,单自由度体系的位移响应随阻尼比的增大而减小,这符合一般意义下对于“增大阻尼比有利于减小结构位移

响应”的认知,但从图 7 中可以看到,加速度响应出现异常现象,即阻尼比在取较大值时,结构的加速度响应反倒比小阻尼情况下更大,这意味着结构内力放大,将对结构产生不利影响。由图 7 可知,从开始振动到稳态振动,结构振幅和周期均出现较大幅度的变化,属于过渡态振动,随着外激励停止,结构响应为自由振动,逐渐衰减到原始位置,此时自由振动段的最大响应出现超过强迫振动段的情况,这也说明“自由振动部分衰减很快其意义不大”的说法不够准确。为此进行拓展性思维训练,学生能更全面地把握阻尼比对单自由度体系在外激励作用下引起的加速度和位移响应的影响。

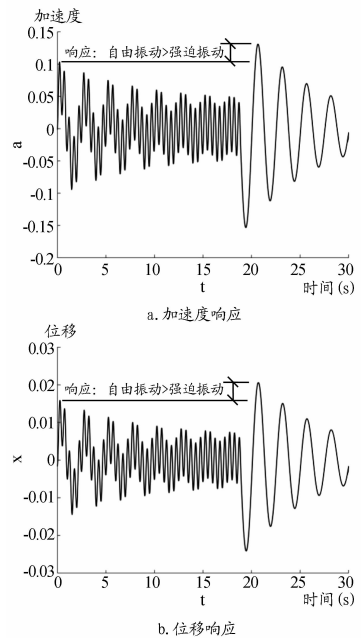


图7 单自由度体系响应(阻尼比为 0.05)

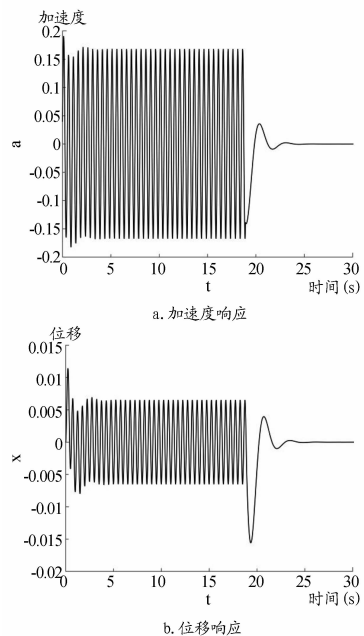


图8 单自由度体系响应(阻尼比为 0.4)

四、结语

笔者为在校研究生,在之前本科生的课程学习中已修读过建筑结构抗震及结构动力学等土木工程专业类课程。如今借着担任建筑结构抗震课程助教的机会,协助教师牵头引导学生进行拓展性思维训练的教学互动探索。文章以阻尼比对单自由度体系动力响应的分析为例,探索了在课程之中提出问题,在课程之外引导学生查阅相关科技文献并利用 MATLAB 编程软件解决问题的拓展性思维训练教学方法。实际教学过程中发现学生学习效果良好,既能熟练使用 MATLAB 软件,又锻炼了查阅文献的能力,并最终对课程知识有了更全面的把握。

参考文献:

- [1]任晓崧,郭雪峰,周球尚.对建筑结构抗震课程教学的思考[J].高等建筑教育,2015,24(4):55-58.
- [2]R W Clough, J Penzien. 结构动力学[M].北京:高等教育出版社,2006.
- [3]胡聿贤.地震工程学[M].北京:地震出版社,2006.
- [4]任晓崧.建筑结构抗震设计[M].大连:大连理工大学出版社,2015.

- [5]GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2010.
- [6]Roy R Craig, Jr. 结构动力学[M].北京:人民交通出版社,1996.
- [7]谢昭彬,易文.专业教学中培养学生科技文献查阅及写作能力[J].中南林业科技大学学报:社会科学版,2011(6):188-189.
- [8]刘浩,韩晶. MATLAB R2014a 完全自学一本通[M].北京:电子工业出版社,2015.
- [9]原所佳.过阻尼振动与临界阻尼振动的一种判别方法[J].济南交通高等专科学校学报,2002,10(1):61-62.
- [10]周蓉娟,过祥龙.一维振子的过阻尼与临界阻尼现象 $x-t$ 曲线的计算机描绘[J].物理与工程,2002,12(4):46-49.
- [11]王明勇.振子的过阻尼与临界阻尼现象的分析[J].唐山高等专科学校学报,2001,14(2):5-7.
- [12]王培霞,贾育秦.线性振子过阻尼与临界阻尼特性对比研究[J].物理与工程,2011,21(2):11-14.
- [13]Sadek F, Mohraz B. Semiactive control algorithms for structures with variable dampers[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1998, 124(9):981-990.

Teaching practice for extended thoughts training: a case study on the influence of damping in the dynamic response of SDOF system

ZHONG Yuan, REN Xiaosong

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, P. R. China)

Abstract: Civil engineering is a relatively traditional discipline which mainly contains mathematical, mechanical and structural courses. Teaching practice for extended thoughts training was carried out during courses to achieve comprehensive application of learned knowledge. The paper takes dynamic response of single degree of freedom (SDOF) system, which is common in structures, as an example. This section is the basic content in structural dynamics and seismic design courses. Dynamic equation of SDOF system can be simplified into a second order differential equation. In general case the damping ratio is less than 0.2 and dynamic response of structures can be usually decreased by increasing damping ratio. Extended thoughts training was carried out during teaching process based on this general assumption. During courses, teaching assistant guided students to raise questions, refer to literature and solve problems. The paper discusses the change of structural responses in small damping ratio cases and analyses the relationship between damping ratios and structural responses in critical damping and over damping cases to assist students establish correct understandings of the influence of damping in the dynamic responses of structures.

Keywords: extended thoughts; teaching practice; single degree of freedom system; damping ratio; dynamic response

(编辑 周沫)