

doi:10.11835/j.issn.1005-2909.2017.03.028

欢迎按以下格式引用:王振科,陈力,王晓东,等.应用MatLab软件探讨结构动力响应时域和频域数值模拟教学[J].高等建筑教育,2017,26(3):119-123.

应用 MatLab 软件探讨结构动力响应时域和频域数值模拟教学

王振科¹,陈力²,王晓东²,赵灿²,侯钢领²

(1.兰州交通大学 土木工程学院,甘肃 兰州 730070;2.哈尔滨工程大学 航天与建筑工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:以建筑结构地震动力响应的时域分析、频域分析及其相互关系为内容,应用软件 MatLab 及其内部函数,探讨该理论的数值仿真模拟教学。以某三层建筑结构的反应为教学对象,应用 MatLab 的内部函数,实现了时域分析的数值积分和卷积积分,频率分析的 Fourier 变换和传递函数分析。通过数值模拟表明了时域与频域的转化关系,并探讨了参数变化对结构地震响应的影响。本研究对应用 MatLab 及其他软件提高建筑结构教学质量具有一定的参考价值。

关键词:结构地震响应;时域分析;频率分析;MatLab;数值仿真

中图分类号:G642.0 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2909(2017)03-0119-05

随着计算机技术的发展,数值模拟已经成为结构科学研究的基本方法,也是重要的教学内容。结构动力分析是建筑抗震、抗风、抗爆以及振动控制等领域的理论基础,也是掌握结构动力性能和设计的关键内容^[1]。由于该部分内容涉及时间、结构动力特征、初始条件和外部激励等变量,并且变量之间相互影响,应用数值模拟提高该部分的教学质量具有显著的意义。应用数值模拟提高教学质量是国内外大学教育的发展趋势,美国迈阿密大学 S. S. Rao 将 MatLab 与结构振动教学进行了完美的结合^[2],陈清军和李文婷应用 ANSYS 软件探讨结构动力学的多元化教学,并取得了良好的效果^[3]。应用计算机数值仿真,提高大学教学质量是发展趋势。

MatLab 是矩阵(Matrix)、实验室(Laboratory)两个词的组合,称为矩阵实验室,是由美国新墨西哥大学 Cleve Moler 教授为教学而开发的。MatLab 的基本单位是矩阵,具有与数学分析、工程应用无缝对接的优点。MatLab 已经成为科学研究、工程设计、教学仿真的良好平台。在建筑结构领域,MatLab 具有良好的应用前景。徐赵东等在 MatLab 软件平台上,进行了建筑结构静动力、结构的振动控制分析^[4]。在时域分析方面,赖伟和周至浩进行了结构动力特性、地震波的处理和结构时程反应分析^[5],黄晓吉用 Simulink 进行了结构的时程分析^[6]。李

收稿日期:2016-09-05

作者简介:王振科(1967-),男,兰州交通大学土木工程学院工程师,硕士,主要从事建筑结构研究。(E-mail)WZKZX1067@163.com。

双艳等应用单位阶跃响应函数 $\text{Step}(\cdot)$ 、单位冲击响应函数 $\text{Impulse}(\cdot)$ 等内部函数进行了结构线性弹性分析^[7]。陈力宇等应用 MatLab 实现了 Wilson- θ 法结构分析^[8]。马乐为等基于脉冲频响函数,应用 MatLab 的卷积公式,为频域分析奠定了基础^[9]。熊森等学者从传递函数角度,进行了结构动力响应计算,表明了频域分析的优越性^[10]。

基于上述研究成果,文章以有利于学生理解结构动力分析的基本方法和理论为目标,基于建筑结构抗震的实际教学算例^[11],从时域和频率的角度,应用 MatLab 及其内部功能函数,探讨了该部分教学内容和数值模拟教学。

一、教学模型及其动力控制方程

教学模型:三层剪切型结构,其基本参数如图 1 所示^[12]。在抗震设防烈度 9 度,多遇地震(加速度 140 cm/s^2)EL-Centro 地震波作用下,计算该结构地震响应。

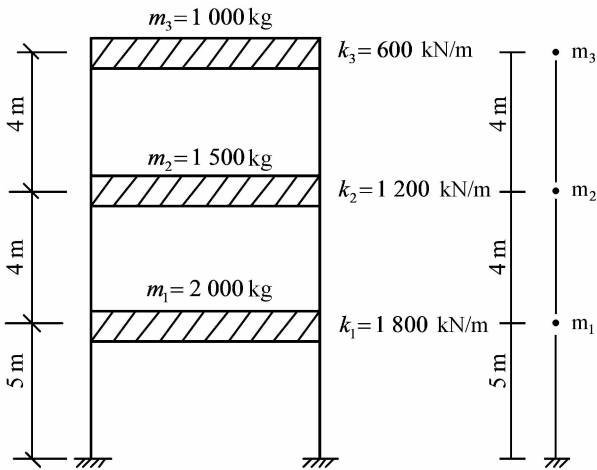


图 1 结构计算简图

该结构的动力控制微分方程为

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = -[m]\{r\}\ddot{x}_g \quad (1)$$

式中, $\{r\}$ 是影响系数, \ddot{x}_g 是地震加速度, $\{x\}$ 是位移向量。质量、阻尼和刚度矩阵为

$$[m] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times 10^3,$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 12.81 & -4.61 & 0 \\ -4.61 & 7.88 & -2.31 \\ 0 & -2.31 & 2.95 \end{bmatrix},$$

$$[k] = \begin{bmatrix} 3 & -1.2 & 0 \\ -1.2 & 1.8 & -0.6 \\ 0 & -0.6 & 0.6 \end{bmatrix} \times 10^3.$$

该结构的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \\ y = C\tilde{x} + D\tilde{u} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中, } A = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[k]/[m] & -[c]/[m] \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \{0\} \\ -\{I\} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} \{x\} \\ \dot{\{x\}} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{u} = [\ddot{x}_g], \quad y = \tilde{x}.$$

MatLab 的内部函数,可以构建该结构的分析模型

$$\text{sys} = \text{ss}(A, B, C, D) \quad (3)$$

式中, $\text{ss}(\cdot)$ 是 MatLab 内部函数。

其传递函数为

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (4)$$

利用内部函数 $\text{ss2tf}(\cdot)$,应用状态方程计算传递函数为

$$[NUM, DEN] = \text{ss2tf}(A, B, C, D, iu) \quad (5)$$

式中, $NUM = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{m-1} \ b_m]$ 为传递函数分子, $DEN = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{m-1} \ a_m]$ 为传递函数分母。

此时,传递函数可以表示为

$$H(\omega) = NUM(\omega)/DEN(\omega) \quad (6)$$

应用 MatLab 可以简便地实现上述过程,见程序 A。

$$M1 = [2\ 000 \ 0 \ 0; \quad 0 \ 1\ 500 \ 0; \ 0 \\ 0 \ 1\ 000];$$

$$K1 = [3\ 000 \ -1\ 200 \ 0; \ -1\ 200 \ 1\ 800 \\ -600; 0 \quad -600 \quad 600] * 1e3;$$

$$C1 = [12.814 \ -4.612 \ 0; \ -4.612 \ 7.881 \\ -2.306; 0 \ -2.306 \ 2.948] * 1e3;$$

cn = size(M1,1); % 结构层数%

amax = 1.4; % 最大加速度峰值%

Eq = load('el-centro.txt'); % 输入地震加速度 el-centro.txt 波%

ffin = amax/max(abs(Eq)) * Eq; % 调整加速度峰值%

tmlg = size(Eq,1); % 地震加速度数量%

```

dt = 0.02; % 时间间隔%
tt = [0:1:(tmlg - 1)] * dt; % 加速度对应的
时间%
I = eye(cn); O = zeros(cn); zz00 = zeros(cn,
1); zz11 = ones(cn,1);
A = [O I; -M1\K1 -M1\C1]; B = [zz00; -
zz11]; C = eye(2 * cn)'; D = [zz00;zz00];
sys = ss(A,B,C,D); % 构建结构系统 sys%
Hs = tf(sys); % 结构系统传递函数 Hs%
[NUM,DEN] = ss2tf(A,B,C,D,1); % 传递函
数的分子、分母%
    
```

二、时域分析的单位脉冲响应和杜哈梅积分

在 $t=0$ 时,单位脉冲作用下,单自由度的结构响应函数 $h(t)$ 为

$$h(t) = e^{-\xi\omega_n t} \sin\omega_d t / (m\omega_d) \quad (7)$$

式中, $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$; $\xi = c / (2\omega_n m)$; $\omega_n = \sqrt{k/m}$ 。

若 t 不等于 0,而是 $t = \tau$,则冲击响应也将滞后时间 τ 。即有

$$h(t - \tau) = e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_n(t - \tau) / (m\omega_d) \quad (8)$$

$(t \geq \tau)$

应用线性叠加原理,则系统响应可以表示为

$$x(t) = \int_0^t h(t - \tau) \ddot{x}_g(\tau) d\tau \quad (9)$$

式(9)称为杜哈梅 (Duhamel) 积分式或卷积积分。

应用 MatLab 内部函数,卷积积分可以表示为

$$Di_stm = conv(ffin, resp(:, ni)) * dt \quad (10)$$

式中,conv(.)是卷积函数,dt 是激励的时间间隔,ffin 是激励的时间函数。

应用 MatLab,可以实现结构的时域分析,见程序 B。

```
[resp] = impulse(Hs,tt);
```

```
for ni = 1:2 * cn;
```

```
Di_stm = conv(ffin, resp(:, ni)) * dt; Di_s3(:,
ni) = Di_stm(1:tmlg);
```

```
end
```

运行结果见图 2,线型 B。

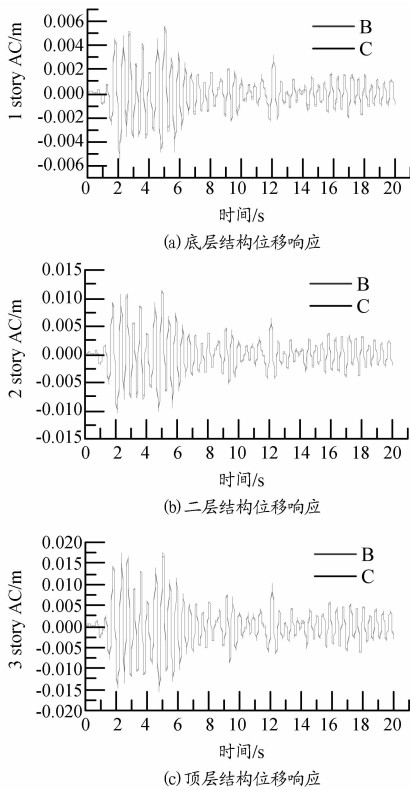


图 2 结构位移时程响应

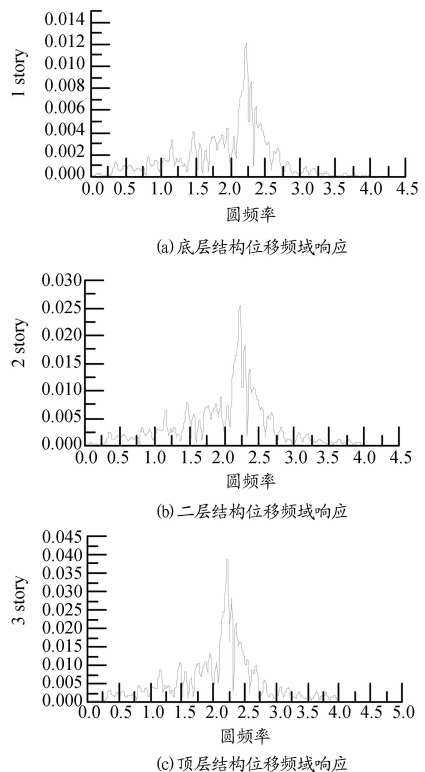


图 3 结构位移频域响应

三、频域分析的傅里叶 (Fourier) 变换

时域实函数 $f(t)$ 的傅氏变换为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (11.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (11.2)$$

式中, $F(\omega)$ 称为函数 $f(t)$ 的傅里叶正变换; $f(t)$ 也称为 $F(\omega)$ 的傅里叶逆变换。

MatLab 提供了符号函数 `fourier` 和 `ifourier`, 分别对应傅里叶正变换和傅里叶逆变换。同时, 也提供了数值计算方法, 比如快速傅里叶变换 `fft(.)` 和快速傅里叶逆变换 `ifft(.)`。为便于直接教学, 采用直接编制程序的方法。

数值计算方法的傅里叶抽样点数必须满足 $2^{\text{nextpow2}(tt)}$, 即 $NFFT = 1024$ 。如果地震输入个数不满足此条件, 则在后面补上数值为 0 的值, 使其满足抽样点数。同时, 将式 (11) 无穷域分别近似为 $[-TL2/2, TL2/2]$, $TL2 = NFFT \times dt$; 逆变换域近似为 $[-8\pi, 8\pi]$ 。为了满足对称性, 将数据和时间进行平移, 即平移 $TL2/2$ 。

基于此, 输入地震波的傅里叶正变换程序 C 为 $NFFT = 1024$; % 满足数值模拟的采样点个数
 $TL2 = NFFT * dt$; % 计算时间域
 $tt2 = linspace(-1/2, 1/2, NFFT) * TL2$; % 时间平移域

$if(NFFT - tmlg) > 0$; for $nmi = 1 : (NFFT - tmlg)$; $ffin(tmlg + nmi) = 0$; end; end; % 调整输入 $ffin$ 个数

$omgfw = 16 * pi$; % 频域范围近似为 $[-8\pi, 8\pi]$
 $omg = linspace(-omgfw/2, omgfw/2, NFFT)$; % 频域离散

$Uomg4 = exp(-j * kron(omg, tt2)')$; % 表示 Kronecker 积

$Fomg21 = TL2/NFFT * Uomg4 * ffin$; % 函数 $ffin$ 的傅里叶正变换

地震波输入 $ffin$ 的傅里叶变换为 $H(\omega)$, 则位移响应的傅里叶变换 $U(\omega)$ 为

$$U(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (12)$$

此部分程序 D 为

$[mmr, nml] = size(NUM)$;

for $mmi = 1 : mmr$;

$Trden4 = 0$; $Trnum4 = 0$;

for $nmi = nml : (-1) : 1$

$Trden4 = Trden4 + DEN(nml + 1 - nmi) * (i * omg).^nmi$;

$Trnum4 = Trnum4 + NUM(mmi, nml + 1 - nmi) * (i * omg).^nmi$; end

$ss1(:, mmi) = Trnum4 ./ Trden4$; % 计算传递函数

$Foutw(:, mmi) = Fomg21 .* ss1(:, mmi)$; end;

% 计算位移响应傅里叶变换

运行结果 $U(\omega)$, 即 $Foutw$, 计算结果见图 3。

四、时域分析与频域分析转化

对位移响应的傅里叶变换 $U(\omega)$ 进行傅里叶逆变换, 则结构的时域响应为

$$u_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (13)$$

由于将无穷域近似为有限频率, 从计算的角度讲, 结构的时域响应近似为

$$u_{\omega_D}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_D}^{+\omega_D} U(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (14)$$

式中, $\omega_D = 8\pi$, 本文频域范围近似取为 $[-8\pi, 8\pi]$ 。

此部分程序 E 为

$VF4 = exp(j * kron(tt2', omg)')$;

for $mmi = 1 : mmr$

$ytt(:, mmi) = omgfw/2/pi/NFFT * VF4' * Foutw(:, mmi)$;

for $nmi = 1 : tmlg$

$ytt4(nmi, mmi) = real(ytt(NFFT - nmi + 1, mmi))$;

end; end

位移响应运行结果见图 2 的 C 线型。由于频率取值范围的影响, 计算误差为

$$R_a = \max |u_{\omega_D}(t)| / \max |x(t)| \quad (15)$$

计算误差见表 1。

表 1 频域范围与计算误差

频域范围	计算误差
$[-\pi, \pi]$	93.7%
$[-2\pi, 2\pi]$	83.1%
$[-4\pi, 4\pi]$	36.7%
$[-8\pi, 8\pi]$	2.4%
$[-12\pi, 12\pi]$	0.75%
$[-20\pi, 20\pi]$	0.36%
$[-50\pi, 50\pi]$	0.77%

从表 1 可以看出, 如果频率取值过小, 取得的结果与真实值相差较大。随着频率取值范围的扩大, 计算精度逐渐提高, 频率范围取值超过 16π , 计算精度可以满足实际需求。

五、结语

文章从教学实例出发, 给出了该结构时域卷积积分和杜哈梅积分, 并通过傅里叶变换和传递函数,

实现了结构的频域分析。通过建立时域与频域的转变关系,表明了时域和频域分析的优越性。通过参数变化分析,表明了参数变化对结构地震响应计算结果的影响。

通过 MatLab 强大的内部函数和简洁的编程平台,实现了结构时域和频域分析,为结构动力学的数值模拟提供了良好的平台和方法。通过 MatLab 的编程,可视化的仿真结果,有利于学生理解此部分教学内容,同时,增加学生对 MatLab 的学习兴趣。

参考文献:

- [1] Clough R, Penzien J. 结构动力学[M]. 2版. 高等教育出版社,2006.
- [2] Rao S S. Mechanical Vibrations[M]. Pearson Education Inc., 2011.
- [3] 陈清军,李文婷. 结构动力学课程多元化教学方法探讨[J]. 高等建筑教育, 2015, 24(2):47-52.
- [4] 徐赵东. MATLAB 语言在抗震工程中的应用[M]. 科学出版社,2012.
- [5] 赖伟,周至浩. MATLAB 在结构地震动力分析中的应用[J]. 四川大学学报:工程科学版,2000,32(5):14-18.
- [6] 黄晓吉. MATLAB 在《结构动力学》课程教学中的应用[J]. 华东交通大学学报,2006,23(12):55-56.
- [7] 李双艳,刘长生,谭跃辉,王坤明. MATLAB 在学习时域动力响应分析中的应用[J]. 教育教学论坛, 2012(5):71-73.
- [8] 陈力宇,高荣誉. 基于 MATLAB 混凝土框架结构动力弹性时程分析[J]. 安徽建筑工业学院学报:自然科学版,2012,20(1):41-45.
- [9] 马乐为,吴敏哲,谢异同. 基于脉冲响应函数的 MATLAB 动力方程求解方法[J]. 世界地震工程,2003,19(2):68-71.
- [10] 熊森,周桂祥,陈谋. 基于 MATLAB 和传递函数的结构动力响应计算[J]. 福建建筑, 2007(12):34-36.
- [11] 李国强,李杰,陈素文,等. 建筑结构抗震设计[M]. 中国建筑工业出版社,2014.

Numerical simulation teaching for structural dynamic response in time and frequency domain by MatLab

WANG Zhenke¹, CHEN Li², WANG Xiaodong², ZHAO Can², HOU Gangling²

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, P. R. China;

2. College of Aerospace & Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, P. R. China)

Abstract: The numerical simulation teaching for the analysis of seismic response of building structures under time domain and frequency domain, and their relations with each other, was studied by using MatLab and its internal functions. Taking the seismic response of a three story building structure as teaching object, by using MatLab's internal functions, the numerical integral and convolution integral of time domain analysis, and the Fourier transform and transfer function analysis of frequency analysis were realized. The transformation relation between time domain and frequency domain was demonstrated by numerical simulation, and the influence of parameter variation on seismic response of structures was discussed. This research has reference value for the application of MatLab and other software to improve the teaching quality of architectural structure.

Keywords: structural seismic response; time domain analysis; frequency domain analysis; MatLab; numerical simulation

(编辑 周沫)