

doi:10.11835/j.issn.1005-2909.2025.05.015

欢迎按以下格式引用:孙测世,田维锋.基于85%规则的桥梁结构电算问题式教学——以对杆系结构边界条件的四层理解为例[J].高等建筑教育,2025,34(5):117-124.

# 基于85%规则的桥梁结构电算 问题式教学 ——以对杆系结构边界条件的四层理解为例

孙测世,田维锋

(重庆交通大学 土木工程学院,重庆 400074)

**摘要:**桥梁结构电算是桥梁工程专业大四的重要拓展课程,对学生解决复杂工程问题的能力培养至关重要。其中,边界条件的理解一直是教学的重点与难点。为帮助学生迅速入门并理解边界条件,基于最优学习的85%规则,开展了与结构力学课程相融合的教学探索。从一座实际连续梁桥施工图出发,通过设置四组问题,将杆系结构边界条件与学生已掌握的机动分析、链杆等知识相联系,由浅及深地引出边界条件的四层理解,从而让学生以辩证的眼光理解边界条件的分类、施加(解除)约束与链杆的关系、边界条件与杆系结构几何模型和单元划分之间的关系。随后,利用不止一切边界是“连接”,一切结点(截面)都是“连接”的思想,将MIDAS/Civil中的一般支撑和各类连接统一用链杆表示,给出6个自由度约束方向与6根链杆的关系,为学生后续的软件操作奠定基础。5年的教学实践表明,基于85%规则的桥梁结构电算问题式教学取得良好效果,学生上机时较少出现混淆不同类型边界条件的错误。

**关键词:**桥梁结构电算;85%规则;结构力学;边界条件;课程融合;问题导向

**中图分类号:**G642      **文献标志码:**A      **文章编号:**1005-2909(2025)05-0117-08

桥梁结构电算是桥梁工程专业本科阶段的一门重要专业拓展课程<sup>[1]</sup>。课程要求学生在掌握材料力学、结构力学、桥梁工程、结构设计原理等先修课程后,进一步学习杆系结构基本理论、有限元建模软件运用等知识。该课程是一门具有难度的综合性、实践性课程<sup>[2-3]</sup>。结构电算能力是学生后续开展毕业设计<sup>[4-6]</sup>、攻读研究生或参与工程项目<sup>[7]</sup>的一项重要必备能力。在当前工程教育认证背景下,桥梁结构电算课程是承接结构力学的简单结构和桥梁工程复杂结构计算的关键环节,因此是培养学生解决复杂工程问题的关键核心课程<sup>[8-9]</sup>。但是,目前桥梁结构电算课程教学过程中存在诸多挑战。

(1)课程内容多,但学时少。该课程在重庆交通大学土木工程专业2018版培养方案中为48课

修回日期:2022-11-04

基金项目:重庆交通大学2019年教育教学改革研究资助项目(1903049)

作者简介:孙测世(1985—),男,重庆交通大学土木工程学院教授,博士,主要从事结构动力学研究,(E-mail)suncs@hnu.edu.cn。

时(40理论+8上机),而最新调整的2022版培养方案中的课时已压缩至32学时(20理论+12上机)。课程既要介绍杆系结构矩阵位移法,又要教授MIDAS/Civil软件主要功能、基本原理和实际操作。因此,对教学提出了很高的要求。

(2)开课学期为大四上学期,正值学生备考研究生的黄金期,部分学生客观上缺乏主动学习的意愿和兴趣。

(3)桥梁工程专业学生力学基础相对薄弱,有限元知识储备不够,仅学习了理论力学、材料力学和结构力学三门力学课程,没有学习弹性力学课程,也未曾学习任何有限元理论或软件。因此,在上述客观条件下,如何改革教学方法,提高学生学习效率,让他们迅速入门是本课程教学的关键。

(4)边界条件是有限元建模中的重点难点内容,学生经常混淆“外部约束”和“内部约束”,对各类约束施加与自由度之间的关系理解不到位。模型报错、计算结果不准确,往往源于对边界条件的理解不到位,甚至部分设计院中具有一定计算经验的工程师理解也不深入。

因此,如何在有限学时、有限注意力和有限知识体系等客观条件下,让学生迅速理解边界条件的含义及其在MIDAS/Civil软件中的功能实现,是本课程的最值得思考的具体问题之一。基于多年桥梁结构电算和结构力学课程的教学经验及工程实践,利用85%规则<sup>[10]</sup>的思想,将桥梁结构电算课程中的边界条件与学生已熟知的且是考研专业课的结构力学相关知识相融合,激发学生兴趣;以问题为导向,分四个层次,循序渐进引出对边界条件的理解,帮助学生领悟杆系结构有限元模型边界条件和结构力学的关系,提高效率,迅速入门,为后续学习MIDAS/Civil软件的具体操作打下基础。

## 一、基于85%规则的桥梁结构电算教学思考

如何高效学习一直是各国学者、教育工作者和学生等关心的问题。心理学家把人们可能面对的学习内容分成舒适区、学习区和恐慌区。舒适区的内容太容易,恐慌区的内容太难,而刻意练习要求学习者始终在二者中间的一个学习区里学习——这里的难度恰到好处<sup>[11]</sup>。换而言之,内容太容易(或全是已掌握的知识)将使学习者没有收获,也无法激发兴趣;内容太难(或尚未掌握的知识太多)将使学习者学习效率低下,甚至放弃学习,最终一无所获。处在舒适区和恐慌区时,学习者均未达到最佳学习状态,恰当的难度(陌生知识的占比)是高效学习的前提。这一观点虽然在一定程度上是一种共识,但是“陌生知识占比多少才能使学习效率最高”一直没有量化的结论。

2019年,亚利桑那大学和布朗大学的研究者提出了一种所谓最优学习的85%规则(Eighty Five Percent Rule)<sup>[10]</sup>。研究先用了一个比较简单的数学模型做理论推导,再用了一个AI神经网络学习算法和一个模拟生物大脑的神经网络模型做模拟实验,结果得出一个精确解:15.87%,也就是最佳学习区=84.13%的熟悉和已知+15.87%的挑战和意外,称为85%规则。虽然研究以机器学习为例,但是结果在人类教学和动物训练中也得到了验证。

85%规则的本质是让人在既熟悉又充满意外的状况下获得新知,熟悉使人不至于直接放弃,而熟悉中的意外能激发学习者的兴趣。从信息论的角度看,85%规则的另一重本质是学生接受的信息量要和自身的“带宽”相匹配。在本科阶段,先修和后修课程间有着严密的承接关系。但在实际教学中,后修课程往往默认学生已完全掌握先修课程的知识点,不再提及先修内容,这使得许多学生处于学习的恐慌区。桥梁结构电算是一门综合性很强的课程,其先修课包括结构力学、桥梁工程等。基于85%规则的思想,在讲授桥梁结构电算课程的同时,通过融入学生已经熟知的知识点,给出他们意想不到的知识点和理解角度,有望提高学生的学习效率。当然,很难严格按照85%的比例设计课程讲授内容,这源于学生对先修课知识点的掌握程度不一,且知识点难以简单归类为“已知”

或“未知”、“容易”或“困难”。因此,本课程在具体实施中,会尽可能多地与先修课程内容相融合,尤其是结构力学课程的知识。

## 二、对边界条件的四层理解

### (一) 第一层理解:边界条件分为“外部约束”和“内部约束”

如何将给定的桥梁设计施工图纸简化并建立有限元模型,是桥梁结构电算初学者必须要思考的问题。以一座连续梁桥为例,其结构包括主梁、桥台、桥墩和桩基础,如图1所示,初学者面临“究竟需要建立哪些部分?”“土体是否要模拟?”等问题。

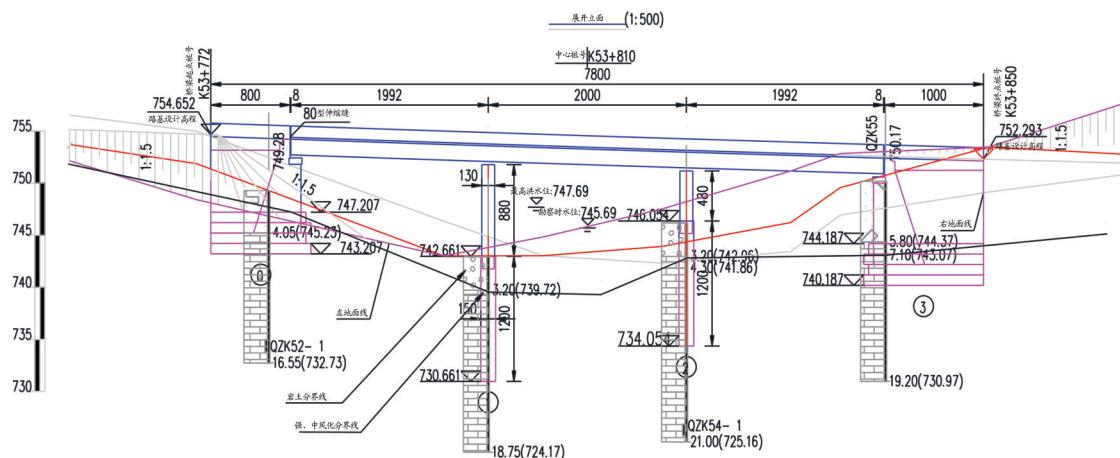


图1 一座连续梁桥的立面图

要回答上述问题,就必须牢记有限元建模的目的,即在尽量简化的基础上,使模型受力与实际结构一致(动力问题还需质量分布一致)。这就要求:第一,对结构受力特点进行事先定性判断;第二,明确本次计算所关心的结构。比如,一般整体计算不关注下部结构的受力。但是,如果建立主梁模型,如图2(a)所示,忽略桥墩、桩基和土体的影响是否恰当,就需先有力学定性判断。如果是高墩就可能需要建出桥墩,如图2(b)所示。地质情况不良的摩擦桩基础,甚至需模拟出土体。因此,同一座桥,可能建立不同的模型,相应的边界条件也不同。如图1所示的连续梁,仅建立主梁模型时边界条件为:活动铰支座+固定铰支座;若需再建出桥墩时,则边界条件为:活动铰支座+固定端+墩梁间的橡胶支座。

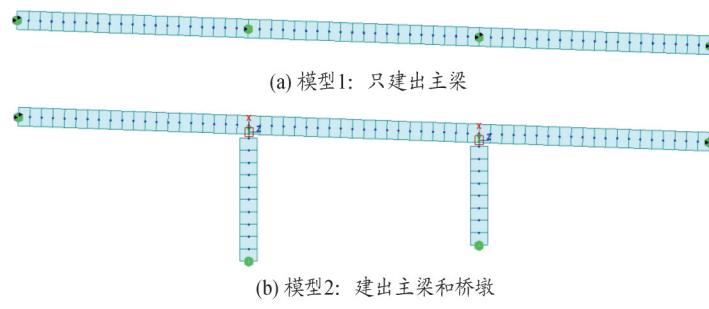


图2 两种不同模型

仔细对比两个模型,墩顶支座的模拟方式存在差异。主要表现为:在模型1中,墩顶支座只施加在一个结点上;而在模型2中,涉及2个结点,起到连接主梁和桥墩的作用。可见,模型2中的墩顶支

座成为了结构内部的一部分。因此,边界条件可以分为两类,一类是外界对结构的约束,称为“外部约束”;一类是结构内部不同构件之间的连接,称为“内部约束”。在 MIDAS/Civil 软件中,“外部约束”均带有“支撑”字眼,而内部约束均带“连接”字眼。但是需注意,“外部”和“内部”并非一成不变,具有相对性,当只建立主梁模型时,所有支座才均为“外部约束”,而当建出主梁和桥墩时,墩顶支座变成“内部约束”。

当然,对于初学者,较难事先定性判断,或是不清楚某些因素是否对计算结果造成较显著影响,则可通过建立对比的小模型来确定。这涉及模型纠错,不展开论述。总之,通过该实桥案例学生需了解:如果计算的关心结构、分析内容、精度要求等不一样,建模的结构和边界条件就不同。边界条件与几何建模、荷载施加密切相关,不能独立考虑,应根据构造和受力特点合理选择建模结构。一方面,需做好建模前的规划;另一方面,在所建模型不能准确反映实际受力时,应适时修改模型。

## (二) 第二层理解:一切边界条件本质上都是“连接”

是否可以用一个概念(名称)统一“内部约束”和“外部约束”?仍以一座连续梁桥为例,从不同视角,进行结构力学的机动分析<sup>[12-14]</sup>,如图3所示。若采用图3(a)进行机动分析,则主梁为结构,桥台、桥墩和桩基础均与周围土体一起被视为大地;若采用图3(b)进行机动分析,则主梁和桥墩为结构,桥台和桩基础与周围土体一起被视为大地。在图3(a)中,4个支座均是结构与大地之间的连接;在图3(b)中,桥台支座仍连接主梁和大地,而墩顶支座连接主梁和桥墩,主梁和桥墩均是结构的一部分,也就是说墩顶支座已经成为连接结构不同部分的“内部约束”。由以上分析可以看出,无论“外部约束”还是“内部约束”,本质上均是“连接”,前者连接结构和大地,后者连接结构内部不同的部分。这是两者的统一性。

“外部约束”和“内部约束”的相对性与统一性均源自建模者对结构的理解,即建模时关心实际结构的哪部分。若仅关心主梁,则桥台、桥墩和桩基础均被“忽略”,当成是大地的一部分;若仅关心主梁和桥墩,则桥台和桩基础均被一同视为大地。然而,无论选取哪部分结构建立有限元模型,大地都未被建出,仅仅是用一般支撑表示而已。这才出现了第一层理解中所谓“外部约束”和“内部约束”的区分。实际上,自然界的物体都是相互联系的,因此整体上是无限大。在工程分析中,为简化计算,可以选取其中有限部分作为研究对象,得到“脱离体”。“脱离体”与周围物体形成边界,在边界处的相互联系和作用就成为这个“脱离体”的边界条件,即前文所述“外部约束”。“脱离体”内部亦可由多个部分组成,各部分之间也存在相互联系和作用,即“内部约束”。

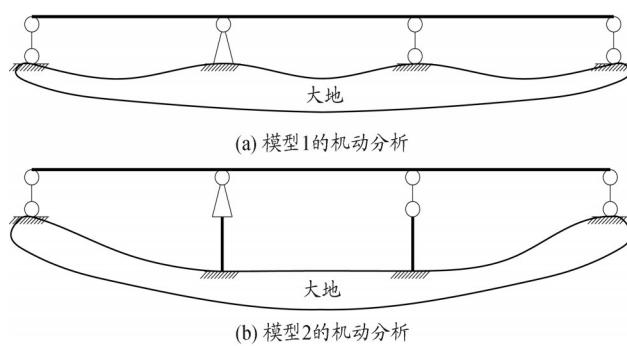


图3 两种模型的机动分析

## (三) 第三层理解:结构力学中的理想支座均是链杆

有限元模型中约束与结构力学中的链杆有何关系?固定端是否可以用链杆表示?目前,结构力学教材中<sup>[15-16]</sup>,杆系结构理想支座主要包括活动铰支座(滚轴支座)、固定铰支座、滑动铰支座(定向支

座)和固定支座4类。实际上,无论何种理想支座都可由链杆的组合表示。根据结构力学的两刚片规则,固定铰支座均可以用相应的2根链杆替换,如图4(a)所示。类似的,固定端也可由3根链杆组合而成,如图4(b)所示,其可看成是在活动铰支座的基础上添加一根水平链杆,或是在滑动铰支座基础上添加一根竖向链杆。可见,结构力学中的理想支座均可由链杆在3个自由度方向上组合而成。

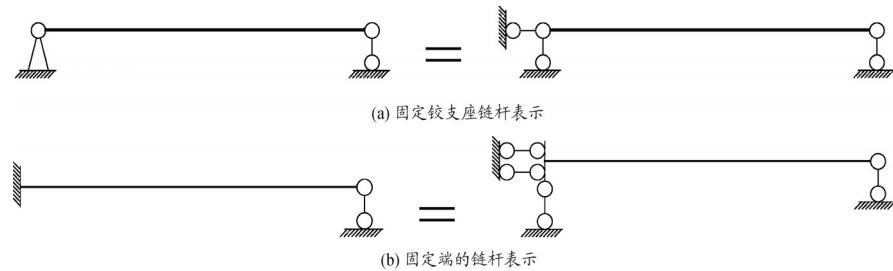


图4 用链杆表示的理想支座

#### (四) 第四层理解:不止一切边界是“连接”,一切结点(截面)都是“连接”

图4所示的结构中有没有内部“连接”?按照第一层理解,该结构仅有“外部约束”,无“内部约束”;按照第二层理解,图4中的链杆均连接结构和大地,并没有如图3(b)中墩顶支座的内部“连接”。但若进一步将固定支座的链杆表示方式推广,则发现杆件中任意(结点)截面A可以表示为三根链杆,如图5所示。值得注意的是,A和A'为同一截面,两者无限接近,故斜链杆实为竖向,起传递剪力的作用。这一理解实际上,打破了对结构整体和部分关系的认识:一根整体的杆件,亦可看成是由任意多段小杆件“连接”而成(其实就是单元的离散)。这与《庄子·天下》“一尺之棰,日取其半,万世不竭”的思想有异曲同工之妙。可见,不止一切边界条件是“连接”,单元离散化得到的任意一个结点本质也是一种“连接”,是杆件与杆件的“连接”。因此,所有“连接”有着相同的本质,且均可由链杆表示。

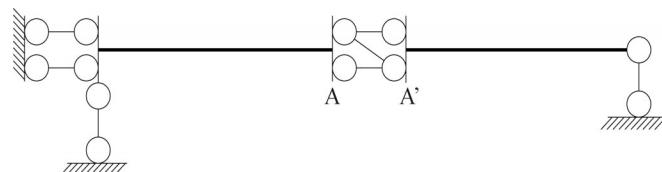


图5 杆件中结点(截面)的链杆表示

### 三、第四层理解在杆系结构有限元建模中的运用

#### (一) 对理解单元离散的帮助

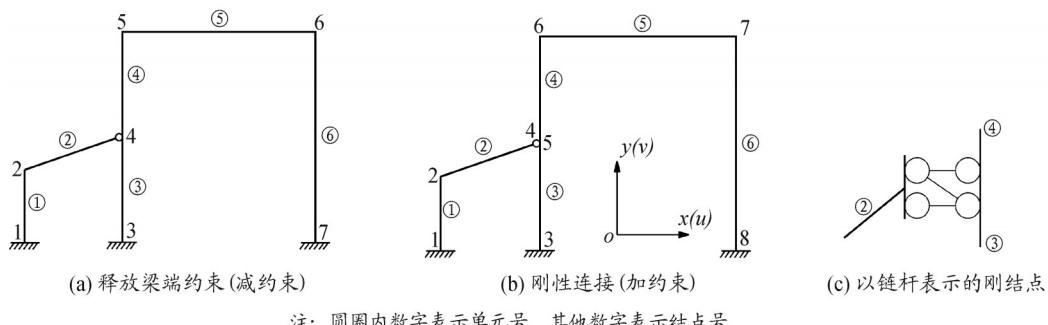
将任意杆件视为若干小杆件连接而成的思想本身就是离散化。至于单元的疏密,则取决于建模者认为的单元初始长度。同时,这也有助于理解单元划分的原则:既然单元划分可以认为是将若干小杆件连成整体的过程,那么显然截面尺寸或材料不同之处、天然结点、施工节段交点处均需要设置结点,即所有不连续的地方,包括截面尺寸、材料特性、荷载(如集中力)或施工不连续之处,均应设置结点。通过这种简单的讲解方式,让学生迅速掌握单元离散化的规则,从而避免学生由于未曾学习过有限元理论,不知道“形函数”“分段插值”“函数光滑性”等概念的情况。

#### (二) 对理解释放(添加)约束的帮助

理解了约束与结构力学链杆的关系,不难发现释放(添加)约束的本质是拆除(增加)相应的链杆。如图5中A截面,若拆除斜链杆,则截面处变为滑动连接;若去除任意水平链杆,则截面处变为

铰接。这就是“减”约束。反之,若认为A截面处初始为断开状态,通过“加”约束,即添加链杆,也可以达到相应的连接效果。

以带附属结构的刚架为例,若假设附属结构与主结构初始状态为刚接,则单元②、③、④共用结点4,如图6(a)所示。利用第四层理解,则该结点亦可采用如图6(c)所示的链杆进行表示。在此基础上,要想实现铰接,只需去除任意一根水平链杆,也就是释放 $Rz$ 自由度。这便是“减”约束的方式,即MIDAS/Civil软件中的“释放梁端约束”功能。若采用“加”约束的方式,则认为附属结构与主结构初始状态为无任何联系,即认为初始状态时,图6(b)中的结点4和结点5断开,单元②和单元③、④之间无任何关联。在此基础上,若同时添加图6(c)中的一根水平和一根竖向链杆亦可实现铰接(添加 $Dx$ 和 $Dy$ )。这实际上就是MIDAS/Civil软件中的“刚性连接”功能。当然,由于MIDAS/Civil软件默认任何结点都不会重合,且所有“弹性连接”和“刚性连接”等功能连接的两个节点之间的距离不能为0,不然会报错,因此4和5两个结点在实际建模时需稍稍错开。实际上,在MIDAS/Civil中提倡用“减”约束的方式实现铰接,而在ANSYS等软件中常用“加”约束的方式。



注:圆圈内数字表示单元号,其他数字表示结点号。

图6 “加”约束与“减”约束的平面刚架示例

同理,支撑处边界条件的添加也可采用“连接”的指导思想进行。因为所有边界条件和结点本质上都是“连接”,所以可将MIDAS/Civil中的一般支撑及各类连接以链杆的形式进行统一表示,如图7所示,以方便学生理解约束施加与空间杆系6个自由度之间的关系。图7展示了刚接时的链杆表示,其中在 $x-z$ 平面中添加链杆1可约束 $Dx$ ,添加链杆2可约束 $Dz$ ,再添加链杆3则可与链杆1一起约束 $Ry$ ;在 $x-y$ 平面中添加链杆4可约束 $Dy$ ,再添加链杆5则可与链杆1一起约束 $Rz$ 。注意,此处链杆2和4也应理解为几乎垂直于链杆1,两者在 $y-z$ 平面中呈垂直状态,形成一个可绕 $x$ 方向转动的铰。在此基础上,再任意添加一根平行于链杆2或4的链杆6,即可约束 $Rx$ (扭转)。至此,空间杆系6个自由度通过依次添加6根链杆全部实现了约束。若要释放某方向的约束,只需去掉相应链杆。在MIDAS/Civil中,各自由度方向与链杆的关系汇总于表1。

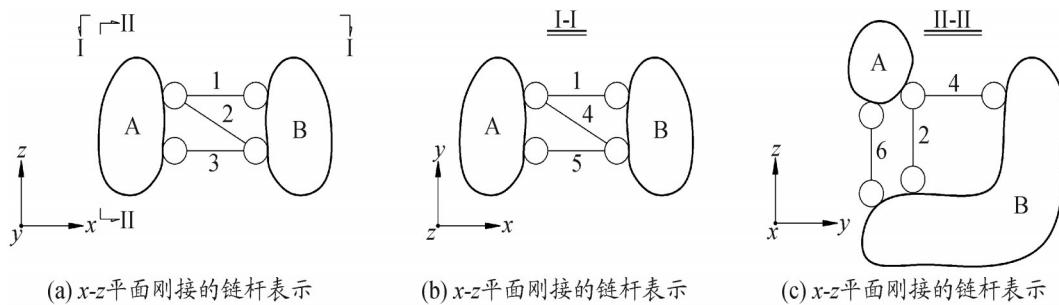


图7 以链杆统一表示“连接”(刚接)

表1 MIDAS/Civil 约束方向与链杆的对应关系

编号	约束方向	对应链杆	说明
1	$Dx$	1	链杆3和5也约束 $Dx$ ,但是,认为只要有一根链杆实现了某个方向的约束,其他具有相同效果的链杆不再重复计入。显然,这些链杆的顺序可以互换
2	$Dy$	4	链杆2应理解为与链杆1在 $x-z$ 平面内垂直
3	$Dz$	2	链杆4应理解为与链杆1在 $x-y$ 平面内垂直
4	$Rx$	2和6	若图7(c)中链杆6和4平行,则约束 $Rx$ 的是链杆4和6
5	$Ry$	1和5	在已有链杆1的基础上,添加链杆5,实现对 $Ry$ 的约束
6	$Rz$	1和3	在已有链杆1的基础上,添加链杆3,实现对 $Rz$ 的约束

### (三) 对利用对称性取半结构的帮助

理解了链杆的“加”“减”与约束效果的关系,有助于利用对称性选取半结构。将结构跨中截面表示为图5所示的三根链杆,视荷载的对称性去除相应的链杆,就能得到半结构在对称截面处的约束。亦可采用相同思路将平面方法推广至空间。

## 四、结语

基于最优学习的85%规则,针对桥梁结构电算课程内容多、学时有限,以及学生兴趣不足、力学基础薄弱、缺乏有限元预备知识等特点,围绕“学生对边界条件理解不到位”这一核心问题展开教学设计,以学生熟悉的结构力学中的机动分析与链杆等先修知识为媒介,分四个层次,层层递进的引出对边界条件的认识。教学旨在让学生在较短时间内入门,并理解有限元建模中边界条件不能孤立看待,而应辩证地处理其与结构力学知识、模型的几何结构、模型单元划分等内容的关系。

教学实践表明,正如最优学习的85%规则所述,该知识点结合了学生熟知的结构力学知识,使其处于学习区。既符合学生的认知规律,又激发了学生的兴趣。逐层深入的四层理解使学生能迅速掌握杆系结构的边界条件,并可借助表1和图7,直观地将MIDAS/Civil软件中的边界条件设置与结构力学中的链杆操作建立联系,从而加深理解。这对后续在软件中施加边界条件的实际操作很有帮助。以所教班级为例,自2018年尝试此教学思路后,学生在后续上机建模中已很少出现之前那种混淆不同边界条件类型的错误。

### 参考文献:

- [1] 孙斌,许骏,肖汝诚,等.本科生《桥梁结构计算》的教与学[J].教育教学论坛,2013(18): 65-67.
- [2] 徐略勤.桥梁结构电算课程理论与实践一体化教学模式探索[J].高等建筑教育,2015, 24(1): 75-78.
- [3] 熊文,叶见曙.基于结构算例专题的桥梁电算课堂教学方法[J].教育教学论坛,2018(14): 168-170.
- [4] 程进,许骏,肖汝诚,等.桥梁工程方向本科生基于电算的毕业设计教学改革探索[J].教育教学论坛,2013(33): 42-43.
- [5] 赵金钢,贾宏宇,王学敏,等.基于毕业设计的桥梁电算课程教学方法探索[J].高教学刊,2020(31): 100-103.
- [6] 李晓莉,王东升,张田,等.宽口径人才培养模式下桥梁工程专业毕业设计改革[J].航海教育研究,2017, 34(1): 82-85.
- [7] 吴文朋,赵少杰,唐盛华,等.基于工程教育认证理念的桥梁结构电算课程教学探讨[J].现代职业教育,2021(15): 104-105.
- [8] 咸庆军,张庆章,金立兵,等.工程教育认证背景下结构力学“金课”设计研究[J].高等建筑教育,2022, 31(1): 113-122.

- [9] 杜娟, 王在成, 路平, 等. 工程教育认证背景下土木工程专业人才培养体系构建[J]. 高等建筑教育, 2021, 30(5): 26-32.
- [10] Wilson R C, Shenhav A, Straccia M, et al. The eighty five percent rule for optimal learning[J]. Nature Communications, 2019(10): 4646.
- [11] 万维钢. 学习究竟是什么[M]. 北京: 新星出版社, 2020.
- [12] 汪梦甫. 一种复杂平面体系几何组成分析的新方法[J]. 力学与实践, 2022, 44(2): 404-408.
- [13] 刘永军. 结构几何构造分析中的四个辅助规则及其应用[J]. 力学与实践, 2022, 44(1): 197-202.
- [14] 陈涛, 郑元鹏, 孙飞飞. 结构力学几何体系的一组教学模型[J]. 力学与实践, 2019, 41(6): 724-727.
- [15] 李廉锟. 结构力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2017.
- [16] 龙驭球, 包世华. 结构力学教程- I [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.

## Problem-oriented teaching for computation of bridge structures based on the eighty five percent rule: a case of the four-level understanding of boundary conditions for bar structures

SUN Ceshi, TIAN Weifeng

(College of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, P. R. China)

**Abstract:** Computation of bridge structures is an important specialized course for senior students majoring in bridge engineering, which is of great significance to the cultivation of students' ability to solve complex engineering problems. Understanding boundary conditions has always been a key and difficult point in teaching. In order to help students to understand boundary conditions quickly, a teaching exploration integrating with structural mechanics is carried out based on the eighty five percent rule for optimal learning. Four groups of questions are set up based on the construction drawing of an actual continuous beam bridge. The boundary conditions are combined with the known knowledge of kinematic analysis and rods, leading to four gradually deepened levels of understanding about boundary conditions. These explorations enable students to dialectically understand the classification of boundary conditions, the relationship between imposing (removing) constraints and rods, the relationship between boundary conditions and geometric models, and the meshing of the finite element model. Using the idea that not only all boundaries are connections, but also all nodes (sections) are connections, the supports and all kinds of connections in MIDAS/Civil are represented by chain bars. The relationship between six degrees of freedom constraint directions and six chain bars is given, laying a foundation for students' subsequent software operation. The teaching practice in the past five years shows that the problem-oriented teaching method of computation of bridge structures based on the eighty five percent rule has a good effect, and students rarely make mistakes in confusing different types of boundary conditions in the subsequent computer modeling.

**Key words:** computation of bridge structures; eighty five percent rule; structural mechanics; boundary conditions; course-integrated; problem-oriented

(责任编辑 代小进)