高等建筑教育 2012 年第 21 卷第 5 期
JOURNAL OF ARCHITECTURAL EDUCATION IN INSTITUTIONS OF HIGHER LEARNING Vol. 21 No. 5 2012

数学分析分层教学法探讨

曹晓阳
(达州职业技术学院,四川 达州 635001)

摘要:传统教学模式忽略了学生之间的个性差异和能力差异,“分层教学”模式使认知能力和个性特点不同的学生均学有所得,文章在阐述分层次教学理论的基础上,以高职院校数学分析课程为例,为层次不同的学生构建更加适应其个性特点和知识需求的教学模式。在分析 IRT 自适应考试模型的基础上,引入题库分层法,以被试者能力值与难度值之差的绝对值作为选题策略,优化了 IRT 自适应考试模型。

关键词:数学分析;分层教学;教学方法;教学策略
中图分类号:G642. 0　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1005-2909(2012)05-0128-04

数学分析课程是高职院校的基础课程,对学生数学素养和思维能力的培养有非常重要的意义。但传统的教学模式忽略了学生之间的个性差异和能力特点差异,如果按照同样的要求、同样的进度教学,就难以兼顾全部学生,影响教学效果[1]。引入分层教学模式,一方面可以避免部分学生由于教学内容简单而丧失学习兴趣,另一方面使学有余力的学生增强学习积极性,满足不同层次学生的需求,达到预期教学效果。

一、数学分析分层次教学的理论依据

(一)分层教学概念

结合高职院校数学分析课程实际,文章将分层教学定义为一种个性化教学模式。具体来讲,在高职院校班级授课的前提下,结合个体的心理特征、学习能力、认识状况等几个方面的区别对学生分类,从而有针对性地引导各个层次的学生完成基础知识学习和能力培养。

(二)分层教学意义

在学生基础参差不齐、两极分化的情况下,实施分层教学对学生学习能力的提升大有裨益[2]。

第一,不同个体之间存在学习能力和个性特征差异,分层次教学有意识地利用这些差异。在尊重差异基础上,指导学生领悟数学思想与方法。

第二,教师将学习能力和个性程度相近的个体集中,能更好地把握水平相近的个体认知规律。一方面有助于学生全面提高素质,另一方面也能够促进教师教学方法的丰富。

第三,个体数学能力差异,并不意味其智力水平和学习潜力有本质差别,所以,分层次教学能提高各层次学生分析问题能力和创新能力。

二、数学分析分层次教学方法与策略

(一)按教育目标划分教学层次

如何划分教学层次是分层次教学实施的关键。结合笔者所在高职院校的实际情况,根据学生的不同能力和具体培养目标,划分为 3 个教学层次[3]。

收稿日期:2012 - 04 - 25
作者简介:曹晓阳(1970 -),男,达州职业技术学院讲师,主要从事数学教学工作,(E - mail)caoxy3471@tom. com。

1. 基础层

基础层的实施目标是培养专业技术人才。这一层次更加注重数学基础知识教学,训练学生数学基本思维,使之能掌握常用的数学方法,在此基础上树立学习信心,为后续课程奠定基础。

2. 基本层

基本层的实施目标是培养应用型人才。这一层次的重点是激发学生的学习积极性和学习兴趣,引导学生掌握有效的学习方法,学会以数学语言表达和解决实际问题,最终努力成长为应用型技术人才。

3. 优势层

优势层的实施目标是培养研究型人才。这一层次重点培养学生的数学素质,拓展学生的创新能力。教师应着重培养学生探索与创造能力,使学生能解决相对复杂的问题。

(二)根据教学层次划分学生层次

通过问卷调查和成绩测试、个性评测等方式,结合学生爱好与具体专业,进入相应层次培养,从而以适合的教育模式激发学生的学习潜能。

(三)确保教学质量的层次设计

在教材内容的设置方面,应在突出数学基础地位的前提下,首先保证基本内容讲授,再根据学生层次与具体专业分层教学。

(四)采用的教学方法与教学策略

在教学实践中,摒弃传统教学策略,引入分层教学辅导模式。以数学分析中导数概念的讲解为例详细阐述。

1. 导数概念教学目标

(1)基本目标:学生在课堂上,应做到了解导数概念和导数几何意义;能以课本例题的思路与方式,结合导数定义求取一些简单函数导数。

(2)深化目标:在基本目标之上,要求学生深入理解导数定义,理解函数导数的几何意义,求取函数切线方程,能熟练掌握求导基本步骤。

(3)发展目标:掌握导数定义的两种形式,学会以导数的几何意义发现和解决问题;根据导数定义得到某些函数在条件下的极限;掌握比较复杂函数的求导方法。

2. 导数概念教学重点

层次 A:掌握导数基本概念和几何意义。

层次 B:理解导数定义,掌握求导基本步骤。

层次 C:从导数的几何意义角度发现和解决问题,掌握复杂函数的求导方法。

3. 导数概念教学难点

层次 A:指导学生结合导数定义求取简单函数导数。

层次 B:指导学生掌握函数导数的解题技巧。

层次 C:指导学生独立分析复杂函数的导数求取方法、技巧和思路。

4. 导数概念教学过程

(1)问题设置。教师在讲解时,首先以四类问题激发学生思考函数相对于自变量的变化快慢程度。这四类问题包括:a. 怎样求取变速运动物体在某一时间点的瞬时速度;b. 怎样求取曲线的切线;c. 怎样求取最优值;d. 怎样求取任意物体的重心。接下来教师着重讲解前 2 个问题,后 2 个问题则鼓励层次 C 的学生通过查找资料完成。

(2)分层探究。对于 a. 怎样求取变速运动物体在某一时间点的瞬时速度,笔者首先以匀速直线运动的瞬时速度为例,然后将区间设置为 $[t_0, t_0+\Delta t]$,鼓励学生思考当 Δt 趋近于 0 时的极限值。即 $v(t_0) = \lim\limits_{\triangle t\to 0} v = \lim\limits_{\triangle t\to 0}\dfrac{\triangle s}{\triangle t}$。

此例是为层次 A 和层次 B 的学生准备,因此采取由易及难的讲解方法。

接下来,对于 b. 怎样求取曲线的切线,笔者以多媒体动画的方式,向学生演示 Δx 趋近于 0 时,割线逐渐趋向于切线,并鼓励层次 A 的学生思考导数的几何意义。随后,引导层次 B 的学生作出切线的斜率表达式。

$$\tan\alpha = \lim_{\triangle x\to 0}\tan\beta = \lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle y}{\triangle x} = \lim_{\triangle x\to 0}\frac{f(x_0+\triangle x)-f(x_0)}{\triangle x}。$$

(3)引出新知。教师此时鼓励学生思考以下 2 个问题的内在实质:a. 怎样求取变速运动物体在某一时间点的瞬时速度,b. 怎样求取曲线的切线,鼓励层次 C 的学生回答,以锻炼其观察与概括能力。随后总结层次 C 学生的回答,即 2 个问题都体现当自变量的改变量趋于零时函数改变量与自变量之比的极限,而这个“极限”便是导数。

此时,在掌握和理解导数定义的基础上,教师继续鼓励层次 C 的学生总结求导步骤,即(1)求 Δy 的值;(2)求 Δy 与 Δx 的比值;(3)求 $\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$。教师应引导层次 A 和层次 B 的学生理解其中含义。

再以高等数学中的建模课程为例,由于高职院校学生的数学基础往往较弱,应在教学中以日常事件唤起学生学习热情,笔者此次引入年轻人所关注的减肥问题对学生进行分层教学。首先结合数学思想对“减肥”进行分析,使学生理解减肥的本质是降低体重。假设一个人在一天之中的所有摄入热量为 A 焦耳,此人在日常活动中只需 B 焦耳即可满足一

天之中基本新陈代谢,而其通过身体锻炼耗费的热量是 C 焦耳。此时引导学生简化问题,设体重的上升与下降所耗费的全部热量都是人体脂肪所起的作用,而人体脂肪的热量产生效率是 D 焦耳每千克,然后鼓励层次 A、层次 B 和层次 C 的学生,以数学建模的方式分析表达一个人体重随时间的变化规律。

对层次 C 的学生,教师只要求其构建微分方程和定解条件。学生通过分组讨论得出:设在时刻 t 的时候人体的重量是 $w(t)$,则结合高等数学的知识可知,在一段长度为 dt 的时间里,人体产生的热量与所消耗的热量的差值即为一个人的热量变化值,即:

$Ddw = [A - B - cw(t)]dt$。

此时再假设人的体重在减肥开始(t_0)时为 W_0 ,则有

$W(t)|_{t=0} = W_0$。

此时,教师应鼓励层次 C 的学生完成任务,同时勉励层次 A 与层次 B 的学生继续进行更深一步的分析。

对于层次 A 与层次 B 的学生,教师继续鼓励其解微分方程,使用分离变量法,可得以下通解:

$W(t) = w_0 e^{-bt}$。

此时,教师应鼓励层次 B 的学生完成任务,同时勉励层次 A 的学生继续进行更深一步的分析。

对于层次 A 的学生,教师鼓励其对模型进一步分析。

当时间 t 趋于无穷大时 $\lim\limits_{t\to+\infty} w(t) = \dfrac{a}{b}$,因此可知,随着锻炼时间延长,人的体重最终会是一个稳定值,因此,那些通过锻炼与节食减肥的人是有希望减轻体重的。

在 $a = 0$ 时有 $w_0 e^{-bt}$,表示在吃得太少的情况下, $\lim\limits_{t\to+\infty} w(t) = 0$,因此仅靠节食,就有生命危险。

在 $b = 0$ 时, $C = 0$,继续推演, $W = at + W_0$,由此可知,不节食又缺乏锻炼,只会越来越胖。

至此,3 个层次的学生均在有趣的建模中理解了数学建模的概念与方法。

(五)分层测试系统的构建

在评价方法的选择上,首先应该引入纵向发展评价模式。摒弃传统评价中过于注重学生之间横向比较的方式,转而在正视学生个体特征的前提下,承认学生的个体差异,注重学生在原有水平上是否取得了突破性进步,从而激励学生维持学习积极性,力求取得更大进步。此外还应在成绩考察基础上,培养学生学习兴趣和创新能力[4]。

在测试方面,结合具体的层次划分,可将考试题目分为难度不同的层次。例如,可以分为基本题目、解决问题的题目以及创新能力的题目等,建立层次不同的测试体系,采取灵活的测试形式,真正测评学生的进步。文章引入自适应测试模式对不同水平学生测试,自适应测试是基于项目反应理论的一种科学客观的测试形式,是来自教育心理测量学理论的产物。自适应测验能够提供最适合被试个体特质水平的难度不同的测试项目,使被试者的真实能力水平在测试结果中最大化体现。自适应测验的项目选择、被试能力估计、终止条件的确定是其主要研究内容及理论支撑。自适应评估方法关键在于以下 3 个方面:其一,测试起始点的确定,即采取怎样的策略抽取第一道试题;其二,后继选题策略,在被试者提交一道题目的答案后,采取怎样的策略给出下一道题;其三,测验终止条件,怎样判定考试结束。

1. 测验起始点的确定

参与测试的不同考生,其能力可能处于不同层次,解决方法是为被试抽取一道难度适中的考题,然后结合被试输入答案的对错决定下一道试题的难易程度。结合测验的控制长度,假设共需测试的试题数目为 m ,则依据 m 可以确定每一步试题难度的调节范围与幅度。考生的能力水平通过 $\theta_0 = \ln \dfrac{X}{z - X}$ 评估。式中,考生的正确题目数以 X 表示,题目总数以 z 表示。首道题目的难度,将直接影响考生对后面考题难度的感知。文章以此提出选择测验起始点的其他方法,通过对考生的测验,在考前评估考生能力范围,以此增强系统的客观性。将考生分为两类,一类是参加过测试的考生,结合历史数据作为选择测验起始点的依据;另一类是没参加过的考生,由被试在答题之前自行选择能力范围,从而确定起始试题的难易程度。如果考生放弃选择,则由于考生群体能力满足正态分布,此时默认该被试的能力值为 0,将其测验的起始点确定为中等难度。之后,根据考生答题过程对其能力范围作精度估计,逐步将题目难度逼近其能力的真值,提升了效率。

2. 后继选题策略的确定

常用的选题策略为信息函数最大化模型。具体策略为:项目 i 的区分度以 a_i 表示,项目 i 的难度以 b_i 表示,项目 i 的猜测系数以 c_i 表示。结合考生对每道试题的反应,以极大似然法判定其能力值,选择后续试题。假定当项目 i 的猜测系数 c_i 为零时考生的能力为 θ_0 ,在项目 i 的区分度 a_i 已知的情况下,项目 i 的难度在 $b_i = \theta_0$ 时取最大值。因此可以通过信息函数最大化模型使后继选题难度趋近于 θ_0 。对能力值为 m_i 的考生来讲,试题 i 最大的信息量为

$$m_i = b_i + \frac{1}{Da_i}\ln\frac{1 + \sqrt{1 + 8c_i}}{2}。$$

后继选题策略选择题库中考生能力值 θ 与试题难度值 b 差值的绝对值最小的试题,将其引入题库层化过程,构建题库分层法。具体思路是:先以内容域对题库分区,再以难度域对题库分块,最后以区分度作为指标,对题库分层。以学生数学分析课程能力综合测试为例,步骤如下:

第一,将该门类整体题库以内容域进行分区,分为导数、极限等几个区域模块。

第二,以难度参数 b 对上述区域升序排列,以 10 道题目为准,细分成块。

第三,以区分度参数 a 对上述细分成块区域升序排列。

第四,分别把升序排列后每一块中的第 n 个题目置于第 n 层。

第五,将每一层题目集中形成一个子题库,共计 10 个。

第六,从子题库中选取区分度较大,与考生能力接近的题目。

3. 终止条件的确定

目前常用的测验终止条件有两种:一是最大测验题数,当考生完成预先设定试题量,便终止测试,其不足之处在于试题量的选择难以兼顾不同特质考生。二是不定长法,通过计算最后两次考生特质之差来决定测验是否终止。如下式所示:

$$SE(\hat{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{I_i(\theta)}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} I_i(\theta)}} \leqslant \varepsilon。$$

该方法的不足之处在于,如果对考生特质之差的估计误差严格,便可能增加测验长度,导致低效。

在终止条件的设定上,综合了最大测验题数与不定长法。首先结合学生能力和专业特点,将固定长度设置为平均 30 道题目左右。测验长度以 n_k 表示,每层题库测试信息量以 I_k 表示,如下式:

$$I_k = I_1 + I_2 + \cdots + I_n。$$

各层信息量比例递增分配,只要 I_k 与 n_k 有一个抵达预定值,即可判定满足终止条件,能力测试结束。

三、结语

在阐述分层次教学的理论依据基础上,结合笔者的教学实践,以高职院校数学分析课程为例,论述了根据学生个体差异而构建的新型教学模式。在实践中引入题库分层法,以被试者能力值与难度值之差的绝对值作为选题策略,引入极大似然估计法直接对被试者的能力进行精确估计,以测试信息总量与测试长度结合来制定测试的终止规则,从而优化 IRT 自适应考试模型,为层次不同的学生构建更加适应其个性特点和知识需求的教学模式,具有较好的理论意义和应用价值。

参考文献:

[1]施良方. 教学理论:课堂教学的原理策略与研究[M]. 上海:华东师大出版社,2010.

[2] 加涅,等. 教学设计原理[M]. 皮连生,庞维国,等译. 上海:华东师范大学出版社. 2011.

[3]李新,盖海红,王素军. 模块教学动态分层全程考核——中职财经类经济法课程分层教学的实践尝试[J]. 中国职业技术教育,2004(1):17-18.

[4]邓国光,余秀华,李莲英. 职业学校分层次教学探析[J]. 中国职业技术教育,2004(4):25-26.

Application of layered teaching in mathematical analysis

CAO Xiaoyang

(*Dazhou Vocational and Technical College*, *Dazhou 635001*, *Sichuan Province*, *P. R. China*)

Abstract: The traditional teaching model ignored the difference of students' personality. The layered teaching mode can make students learn something even their cognitive ability and personality were in different levels. Theories of layered teaching were introduced in the paper. Taking mathematical analysis course in vocational and technical colleges as an example, I presented a new teaching mode according to students' personality and analyzed the IRT test model adopting a hierarchical method to optimize the critical segments of computerized adaptive testing mode.

Keywords: mathematical analysis; layered teaching; teaching methods; teaching strategy

(编辑 周 沫)